Релятивістська кінетична ко-енерґія

Чабан В., д.т.н., проф.

Національний університет "Львівська політехніка"

Abstract. In the paper is given integral expression of energy of non-linear physical system. If to take as argument the generalized coordinate, then we receive the potential energy. If to take as argument the generalized velocity, then we receive the kinetic co-energy. On this base is proposed the idea of relativistic kinetic co-energy, which levels certain internal contradictions of gravitation theory.

Key words: integral expression of energy, relativistic kinetic co-energy.

1. Вступ. У релятивістській теорії ґравітації важливе місце посідають варіаційні методи. Так у [1] читаємо: "Як було показано Інфельдом (1957) лаґранжіан можна одержати з варіаційного принципу. Це самий економний принцип одержання рівнянь руху…" Але відомо, що варіаційні методи в застосуванні до нелінійних систем використовують поняття кінетичної кооперативної енерґії, так званої ко-енерґії [2–4], і власне потенціальної енерґії. Ці поняття часто є відносні й залежать від вибору тих чи инших узагальнених координат і узагальнених швидкостей [3,4]. Але відмовлятися від природних величин у механіці було б принаймні нерозумно. На жаль у релятивістській теорії поняття кінетичної ко-енерґії відсутнє. А в що то обходиться буде показано нижче. Тому ми робимо спробу на підставі запропонованого у [5] універсального виразу енерґії надати кінетичній ко-енерґії релятивістського змісту.

2. Вираз енерґії. З позиції теорії поля густини енерґій постулюються, бо їхніх виразів можна одержати багато, а який з них правильний встановити поки що неможливо, тому за основу прийняті найпростіші. Ми пропонуємо універсальну формулу енерґії [5], яка забезпечує ті самі результати

$$w_i = \int_0^{\xi} \chi(\xi)\xi d\xi. \tag{1}$$

Змінна $\chi(\xi)$ завше має зміст статичних матриць, що характеризують середовище, або зосереджений елемент. Якщо змінній ξ надати змісту узагальнених координат, то (1) відтворює густину потенціальної енерґії. Якщо ж їй надати змісту узагальнених швидкостей, то (1) відтворює густину кінетичної ко-енерґії. Вираз (1) зарекомендував себе успішно в теорії електромаґнетного поля, електромаґнетних кіл і в динаміці.

3. Динаміка зосереджених мас. Заради спрощення тут і далі вважатимемо, що рух відбувається лише за однією координатою. Тому векторних позначень само по собі не робитимемо. Відстань x трактується як узагальнена координата, а швидкість $v = dx/dt$ – як узагальнена швидкість. Крім того, статичні характеристики мають вигляд

$$p = m(v)v; \quad F = c(x)x, \tag{2}$$

де p – імпульс; F – сила; $m(v)$ – статична маса; $c(x)$ – статична штивність пружного елемента.

Підставляючи (2) в (1), одержимо вирази потенціальної енерґії і кінетичної ко-енерґії

$$w_p == \int_0^x c(x)xdx; \quad w_{kc} = \int_0^v m(v)vdv. \tag{3}$$

Вираз кінетичної енерґії рухомих мас в (1) не вписується, і його за цим виразом одержати не вдається. Але для цього можна скористатися подібним виразом

$$w_k = \int_0^p s(p)pdp, \tag{4}$$

де $s(p)$ – обернена статична маса ($s = m^{-1}$).

У полі тяжіння на висоті x: $c = mg/x$, де g – прискорення вільного падіння, тому вираз потенціальної енерґії згідно з (3) одержуємо у вигляді

$$w_p = mgx. \tag{5}$$

За лінійности вирази (3), (4) спрощуються

$$w_k = w_{kc} = \frac{mv^2}{2}; \quad w_p = \frac{cx^2}{2}. \tag{6}$$

Якщо йдеться не про окремі елементи, а про систему в цілому, то виразам (2)–(4) надається матричний зміст.

Ту чи иншу енерґію, зосереджену в об'ємі V області інтеґрування, знаходимо як

$$W_i = \int_V w_i dV, \tag{7}$$

де w_i $(i = k, p, kc)$ – густини енерґій, кінетичної, потенціальної, і кінетичної ко-енерґії, відповідно.

Постає резонне питання [4]: кінетична ко-енерґія розрахункова величина, чи за нею криється глибокий фізичний зміст? Перша відповідь напрошується сама по собі: уже те, що такі універсальні закони фізики як закон збереження енерґії й принцип найменшої дії, за якими стоять варіаційні принципи, не можуть провадити до фізичних законів, виходячи з енерґетичних перетворень нефізичної величини. Тому треба признати, що кінетична ко-енерґія – реальна характеристика. Але тоді напрошується инша думка: може відмовитися від кінетичної енерґії на користь ко-енерґії? Адже кінетична енерґія не спрацьовує у варіаційних принципах, не вписується у формулу (1). Але перш ніж виносити вирок кінетичній енерґії, у [4] було доведено, що до неї можна прийти виходячи з чисто експериментального закону Кулона. А вже через неї можна прийти й до кінетичної ко-енерґії. Тож обидві вони невіддільні одна від одної й однаково вартісні,

4. Релятивістська ко-енергія. Основною характеристикою криволінійности простору вважатимемо фукціональну залежність імпульсу від швидкости $\mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{v})$. В однокомпонентному вимірі

$$p=\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=p(v), \tag{8}$$

причому m_0 – маса спокою, c – швидкість світла у вакуумі, v – реальна швидкість точки.

Релятивістську ко-енерґію рухомої точкової маси запишемо все в тому ж вигляді (2)

$$w_{kc}=\int_0^v m'(v)v dv, \tag{9}$$

де $m'(v)$ – статична релятивістська маса, яку отримуємо згідно з (8)

$$m'(v)=\frac{p(v)}{v}=\frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}, \tag{10}$$

Підставляючи (10) у (9), після інтеґрування одержимо

$$w_{kc}=m_0c^2\left(1-\sqrt{1-v^2/c^2}\right). \tag{11}$$

Для порівняння з (9) одержимо вираз релятивістської кінетичної енерґії. Для чого скористаємося виразом (4)

$$w_k=\int_0^p m'(v)^{-1} p dp, \tag{12}$$

Підставляючи (8), (10) у (12), одержимо

$$w_k=\int_0^p v dp. \tag{13}$$

Диференціал імпульсу знайдемо за (8)

$$dp=\frac{dp}{dv}dv=m''(v)dv, \tag{14}$$

де $m''(v)$ – диференціадьна релятивістська маса

$$m''(v)=\frac{dp}{dv}=\frac{m_0}{(1-v^2/c^2)^{3/2}}. \tag{15}$$

Підставивши (14), (15) у (13), після інтеґрування приходимо до відомого виразу релятивістської кінетичної енерґії [1, 6–8]

$$w_k=m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right). \tag{16}$$

При $v=0$ обидві кінетичні енерґії (11) і (16) дорівнюють нулю, а при $v=c$ вони ведуть себе по-різному

$$\begin{aligned} w_k\big|_{v=0} &= w_{kc}\big|_{v=0}=0;\\ w_k\big|_{v=c} &= \infty;\quad w_{kc}\big|_{v=c}=m_0c^2. \end{aligned} \tag{17}$$

Згідно з w_k для того, щоб розігнати матеріальне тіло до швидкости світла c, треба затратити безмежно велику потужність, а згідно з w_{kc} – достатньо власної.

Доведемо дві важливі прості теореми.

Теорема 1. *Для швидкостей набагато менших за швидкість світла у вакуумі кінетична ко-енерґія збігається з кінетичною енерґією.*

Доведення. Розкладаючи коефіцієнт Лоренца в ряд за формулою бінома Ньютона й обмежуючись членами другого порядку малости, одержимо

$$\sqrt{1-v^2/c^2}=\frac{1}{1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}}. \tag{18}$$

Підставляючи (18) у (11) і (16), одержимо відповідно

$$w_{kc}\big|_{v<<c}=\frac{m_0v^2}{2};\quad w_k\big|_{v<<c}=\frac{m_0v^2}{2}. \tag{19}$$

Що й треба було довести.

Теорема 2. *Сума релятивістських кінетичних енерґії й ко-енерґії дорівнює добутку релятивістського імпульсу на швидкість.*

Доведення. Додаючи (11) до (16) і беручи до уваги (8), одержуємо

$$\begin{aligned} w_k+w_{kc} &= m_0c^2\left(1-\sqrt{1-v^2/c^2}\right)+\\ &+m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)=pv, \end{aligned} \tag{20}$$

Що й треба було довести.

Виразові кінетичної енерґії (16) можна надати вигляду кінетичної ко-енерґії (11), якщо винести за дужки множник Лоренца й скористатися (10). Для наглядности запишемо їх поруч

$$\begin{aligned} w_k &= m'(v)c^2\left(1-\sqrt{1-v^2/c^2}\right);\\ w_{kc} &= m_0c^2\left(1-\sqrt{1-v^2/c^2}\right). \end{aligned} \tag{21}$$

Як бачимо, у виразі кінетичної енерґії фіґурує статична релятивістська маса, а у виразі кінетичної ко-енерґії – маса спокою.

Основними характеристиками просторової нелінійности доцільно вважати енерґію w, імпульс p, швидкість v, а не маси m', m'',

$$p=wv/c^2;\quad w=c\sqrt{p^2+m_0^2c^2}.$$

5. Релятивістська динаміка. Релятивістська динаміка відіграє важливу роль у теорії ґравітації, де тіла піддаються дії зовнішніх сил. Тож шукатимемо їх у загальному випадку – через ґрадієнт відповідних енерґій

$$F_k=-\frac{\partial w_k}{\partial x};\quad F_{kc}=-\frac{\partial w_{kc}}{\partial x}. \tag{22}$$

Підставляючи (16) у перший вираз (22) й беручи до уваги (15), а також що $x=x(v(t))$, після диференціювання одержимо

$$F_k=m''(v)a, \tag{23}$$

де a – прискорення, яке згідно з функціональною залежністю між відстанню і швидкістю набирає вигляду

$$a = \frac{dv}{dt} = v\frac{dv}{dx}. \qquad (24)$$

Підставляючи (11) у другий вираз (22), за таких самих дій одержимо

$$F_{kc} = m'(v)a. \qquad (25)$$

Порівнюючи (23) і (25), бачимо, що в результаті використання енергії і ко-енергії за релятивістських швидкостей ми прийшли до різних результатів. Але при швидкостях $v \ll c$, обидві сили дорівнюють одна одній, бо $m'(v) = m''(v) = m_0$

$$F_{kc} = F_k = m_0 a. \qquad (26)$$

Щоб відповісти на питання котра з сил F_k чи F_{kc} для нас реальна, а котра ірреальна, на наш погляд треба звернутися до часової похідної імпульсу, який для обох енерґій w_k і w_{kc} є одним і тим самим,

$$F = dp/dt. \qquad (27)$$

Ураховуючи, що $p = p(v(t))$, маємо

$$F = \frac{dp}{dv}\frac{dv}{dt} = m''(v)a = F_k. \qquad (28)$$

Поява кінетичної ко-енергії у релятивізмі звільняє його теорію від низки внутрішніх протиріч [7]. Цьому важливому питанню буде присвячене наше окреме дослідження. Але вже тут не можна не назвати двох першочергових з них.

1. У загальній теорії відносности широко задіяні варіаційні методи [1]. А у варіаційних методах за наявности нелінійностей, – а релятивістські ефекти саме є такими, – кінетична енерґія не спрацьовує. Це переконливо довела практика математичного моделювання [2–4]. Тож авторам загальної теорії відносности довелося підсвідомо вийти на ко-енерґію – фактично скористатися виразом (3) замість природного (4), при тому вважати ко-енерґію за старими поняттями енергією, хоч вирази обох суттєво відрізняються (див. (21)).

2. У динаміці при різних енерґіях w_k і w_{kc}, виникла криза релятивістської маси, як поздовжньої і поперечної. З цього приводу резонно висловився автор [7], що "поняття поздовжньої і поперечної маси не мають фізичного змісту". Хоча трактування автором їх появи ми далеко не розділяємо. У нашому викладі поперечна є нічим иншим як статична (10), а поздовжня – диференціальна (15).

І все ж, оскільки кінетична ко-енерґія єдина, що задовольняє варіаційним принципам, а також запропонованій нами універсальній формулі енергії (1), то її доцільно вважати істинною енерґетичною характеристикою.

Але виявити фізичну суть кінетичної ко-енергії поки що не вдається. А може її і шукати не треба, бо, як чистосердечно признався Р. Фейнман [8], що "фізика до сих пір не знає, що таке енерґія". То як шукати суть серед тих, що не мають суті? Але мабуть то не так. І з цього приводу ми вважаємо за потрібне висказати своє припущення.

Варіаційні методи як посередники закону збереження енергії оперують поняттям лише кінетичної ко-енерґії, бо саме вона є первинна. Пройшовши через певне середовище або вакуум, що заповняють даний простір, вона поступає до місця призначення у вигляді кінетичної енергії. У певному середовищі частина ко-енерґії тратиться на супротив його "нелінійности", тому тут $w_k < w_{kc}$. У релятивізмі нелінійність вакууму, або кривизна простору, навпаки, своєю природою підживлює ко-енерґію, у результаті чого маємо $w_k > w_{kc}$. За відсутности нелінійности

$$w_k = w_{kc} = pv/2, \qquad (29)$$

тому вони заступають одна одну, створюючи ілюзію, що ми користуємося лише однією з них, а саме – енергією.

Таким чином явище енергії, що супроводжує рух, постає кінетичною ко-енерґією, а проявляється кінетичною енерґією і відповідною їй силовою дією (див. (28)), яка є вимірною величиною. Кінетична ко-енерґія присутня і в лінійній системі, але тут вона дорівнює кінетичній. Тому вони обидві є взаємозамінні і заступають одна одну, створюючи враження присутности лише однією з них.

Саме вправи з релятивістською кінетичною ко-енерґією дали змогу глибше проникнути в явище кооперативної енергії і зробити вище приведені певні припущення щодо її сутности.

Висновки.

1. Оскільки електрична ко-енерґія в принципі Гамільтона-Остроградського єдина, що задовольняє енерґетичному принципу найменшої дії, а також запропонованій універсальній формулі (1), то її треба вважати істинною енерґетичною характеритикою.

2. Явище енергії, що супроводжує рух, постає кінетичною ко-енерґією, а проявляється кінетичною енерґією і відповідною їй силовою дією.

3. Кінетична ко-енерґія присутня в будь-якій рухомій фізичній системі, не залежно від степені деталізації фізичних явищ. Без неї не обійтися і в новітній теорії ґравітації. На її підставі спростовано парадокс поперечної і поздовжньої релятивістських мас.

[1]. Брумберг В. А. Релятивистская небесная механика. - М.: Наука, 1972, 384 с.

[2]. Уайт Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии (пер. з англ.). – М.-Л.: Энергия, 1964, 528 с.

[3]. Чабан А. Математичне моделювання коливних процесів в електромеханічних системах. – Л.: Вид-во Тараса Сороки, 2007, 310 с.

[4]. Чабан В. Математичне моделювання в електротехніці. – Л.: Вид-во Тараса Сороки, 2010, 508 с.

[5]. Tchaban V. Symmetry of energy. – Computational Problems of Electrical Engineering, vol. 3, No 2, 2013 pp. 115–119.

[6]. Лопатинський І. Є., Зачек І. Р., Ільчук Г. А., Романишин Б. М. Фізика. – Л., 2005, 386.

[7]. Демирчян К. С. Движущийся заряд в четырехмерном пространстве по Максвеллу и Эйнштейну. – М.: Комтех-Принт, 2008, 144 с.

[8]. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. – Москва: Мир, 1977, 440 с.