

УДК 539.411

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ
В ОДНОНАПРАВЛЕННО АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТНЫХ СРЕДАХ**

А. Н. Андреев

**MODELLING THE THERMAL CONDUCTIVITY PROCESSES
IN UNIDIRECTIONALLY REINFORCED COMPOSITE ENVIRONMENTS**

A. N. Andreev

Представлена структурная математическая модель теплопроводности однонаправленно армированного слоя, в рамках которой построены эффективные теплофизические и механические характеристики волокнистых композитов. Существенно новым элементом предлагаемой модели является проведение процедуры осреднения теплового потока по представительному объему двухкомпонентного композитного материала в соответствии с законом Рихмана о теплообмене, происходящем между телами, находящимися в соприкосновении, а не на основе правила простых смесей, как это обычно принято.

The paper presents a structural mathematical model of thermal conductivity of the unidirectionally reinforced layer; effective thermal and mechanical properties of fiber composites are constructed within the model. The essentially new element of the proposed model is the procedure of averaging the heat flux of the representative volume of the two-component composite material in accordance with the Richman law of heat exchange, rather than with the rule of mixtures, as it is usually done.

Ключевые слова: теплопроводность, структурная модель, волокнистый композит.

Keywords: thermal conductivity, structural model, fiber composite.

1. Основные допущения

Изложение структурной модели теплопроводности однонаправленно армированных волокнистых композитов здесь следует, в основном, материалам монографии [1]. Принимаются следующие допущения [1; 2; 10; 13; 12; 11; 14; 19].

1. Полиармированный слой представляет собой упругое изотропное однородное связующее, в которое

внедрена регулярная сеть однонаправленных упругих изотропных армирующих волокон.

2. Число армирующих волокон достаточно велико, так, что полиармированный слой можно считать квазиоднородным. Представительный элемент полиармированного слоя показан на рис. 1.

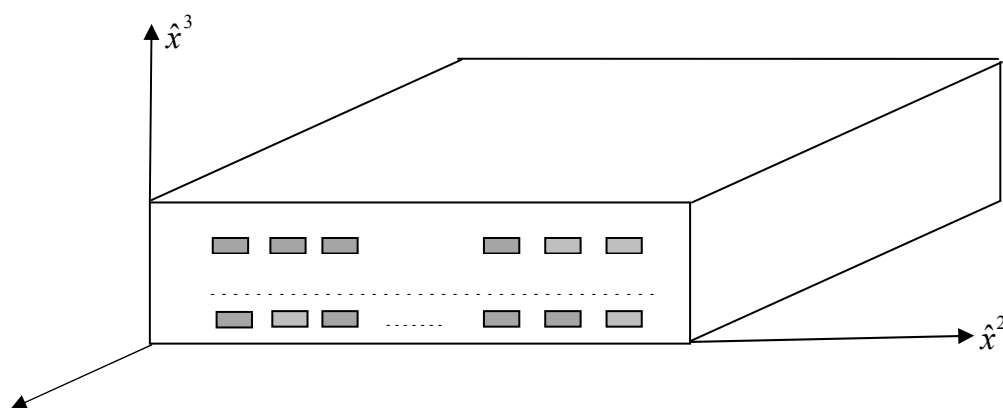


Рис. 1. Представительный элемент полиармированного слоя

3. Градиенты внешних силовых и тепловых полей “не слишком велики” так, что изменением характеристик теплового поля и напряженно-деформированного состояния в пределах представительного объема можно пренебречь.

4. В каждой из фаз композиции связь между вектором теплового потока и градиентом температуры следует линейному закону теплопроводности Фурье [15]:

$$\mathbf{Q}_n = -\lambda_n \nabla T_n. \quad (1.2)$$

Здесь Θ_n , λ_n , T_n – вектор теплового потока, коэффициент линейной теплопроводности, температура связующего ($n = c$) и армирующих элементов ($n = a$) соответственно, ∇ – оператор Гамильтона.

5. Армирующие волокна имеют прямоугольное поперечное сечение и находятся в условиях идеального контакта со связующим. Вектор напряжений на поверхности Γ раздела фаз гетерогенной сплошной среды непрерывен при переходе через нее, а поле температур удовлетворяет на этой поверхности условиям идеального теплового контакта [3; 17]:

$$T_a = T_c, \quad \lambda_a \frac{\partial T_a}{\partial \mathbf{v}} = \lambda_c \frac{\partial T_c}{\partial \mathbf{v}}. \quad (1.3)$$

Здесь \mathbf{v} – вектор единичной нормали к поверхности Γ . Локальными эффектами термоупругого напряженно-деформированного состояния вблизи таких поверхностей пренебрегаем.

6. Осреднение температуры по представительному объему двухкомпонентного композитного материала осуществляем в соответствии с законом Г. В. Рихмана [7; 18]. Согласно этому закону, если несколько тел с различными температурами привести в соприкосновение, то между ними произойдет теплообмен, приводящий к выравниванию температуры. Причем, если c_1 , m_1 , T_1 – удельная массовая теплоемкость, масса, температура первого тела, а c_2 , m_2 , T_2 – аналогичные характеристики второго тела, то конечная температура T обоих тел вычисляется по формуле Г. В. Рихмана [7; 18]:

$$T = \frac{c_1 m_1}{c_1 m_1 + c_2 m_2} T_1 + \frac{c_2 m_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} T_2. \quad (1.4)$$

7. Осреднение по представительному объему вектора плотности теплового потока осуществляем по правилу, аналогичному (1.4):

$$\Theta = \frac{c_1 m_1}{c_1 m_1 + c_2 m_2} \Theta_1 + \frac{c_2 m_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2} \Theta_2. \quad (1.5)$$

8. Осредненные по представительному объему вектор плотности теплового потока Θ и температура T следуют линейному закону теплопроводности Фурье для анизотропной среды.

2. Теплопроводность однонаправлено армированного слоя

Переходим к определению удельной теплоемкости армированной среды и компонент тензора ее линейной теплопроводности. Формулами $\omega = d/dl$, $\omega_z = \delta/h$ (рис. 2) вводим структурные параметры армирования – интенсивность армирования в плоскости слоя (ω) и по его высоте (ω_z). Оси вспомогательной декартовой системы координат $\hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3 = z$ вводим как показано на рис 1, 2. Величины, относящиеся к связующему, отмечаем индексом "c", к армирующим элементам – индексом "a", средние характеристики армирующего слоя заключаем в угловые скобки.

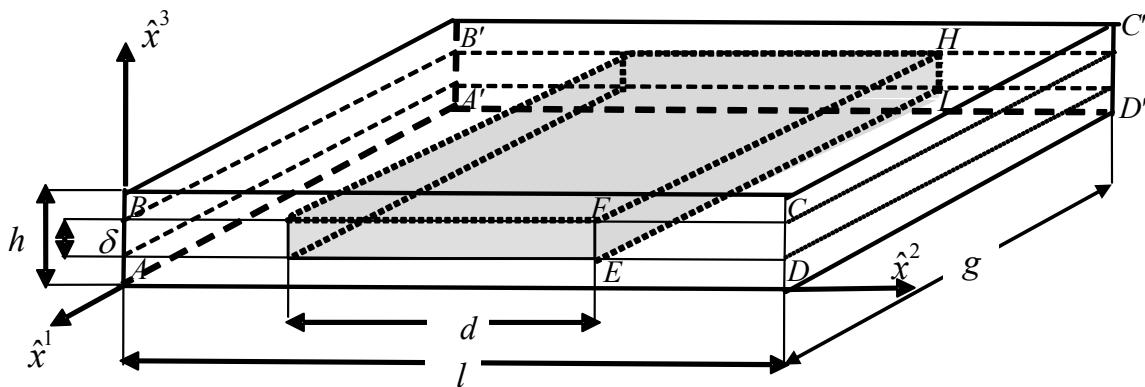


Рис. 2. Представительный элемент армированного слоя

Плоскостями $AA'D'D$ и $BB'C'C$, параллельными плоскостям слоя (рис. 2, рис. 3), выделим из представительного элемента армированной среды параллелепипед $ABCD A'B'C'D'$. Этот параллеле-

пипед, содержащий армирующее волокно (закрашено), назовем представительным элементом армирующего слоя (рис. 3) и вначале рассмотрим его средние характеристики.

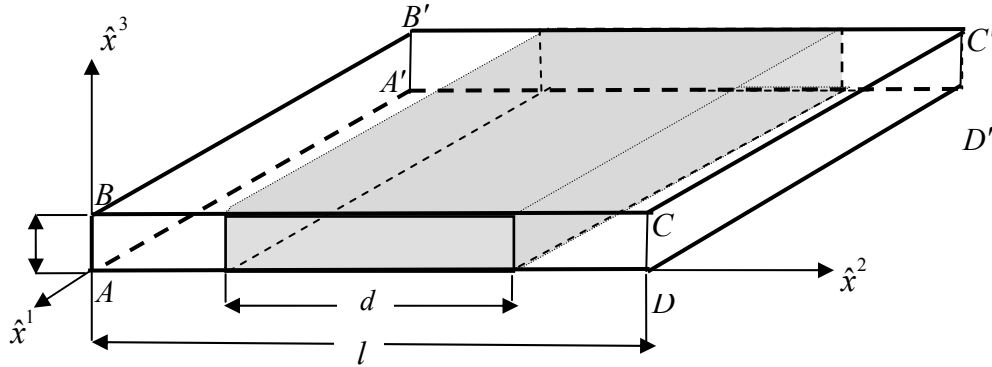


Рис. 3. Представительный элемент армирующего слоя

Начнем с определения приведенной удельной массовой $\langle c_{эм} \rangle$ и удельной объемной $\langle c_{ε} \rangle$ теплоемкостей представительного элемента армирующего слоя при отсутствии деформаций. Удельная массовая теплоемкость C однородного изотропного вещества определяется по формуле [4; 6; 8; 9; 16]:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}. \quad (2.1)$$

Здесь Q – количество теплоты, полученное образцом вещества при нагреве (или выделившееся при охлаждении), m – масса этого образца, ΔT – приращение температуры. Осуществляя в физических испытаниях измерения в условиях отсутствия деформаций образца, получаем из (2.1) значение удельной массовой теплоемкости $C_{эм}$, а при отсутствии напряжений (реализация такого испытания существенно проще) – значение удельной массовой теплоемкости $C_{см}$. Между теплоемкостями $C_{эм}$ и $C_{см}$ существует функциональная зависимость [5; 6], позволяющая свести вычисление одной из них к вычислению другой.

Определяя количество теплоты $\langle Q \rangle$, полученное веществом квазиоднородного представительного элемента армирующего слоя, и его приведенную объемную плотность $\langle \rho \rangle$ по формулам:

$$\langle Q \rangle = Q_a + Q_c, \quad \langle \rho \rangle = \omega \rho_a + (1 - \omega) \rho_c, \quad (2.2)$$

находим из (2.1), (2.2) выражения для приведенной массовой теплоемкости $\langle c_{эм} \rangle$ и объемной теплоемкости $\langle c_{ε} \rangle$

$$\langle c_{эм} \rangle = \frac{\omega \rho_a}{\langle \rho \rangle} c_{эм}^a + \frac{(1 - \omega) \rho_c}{\langle \rho \rangle} c_{эм}^c, \quad (2.3)$$

$$\langle c_{ε} \rangle = \omega \rho_a c_{эм}^a + (1 - \omega) \rho_c c_{эм}^c.$$

В (2.2), (2.3) $\rho_a, c_{эм}^a$ и $\rho_c, c_{эм}^c$ – объемные плотности и удельные массовые теплоемкости мате-

риалов армирующих элементов (a) и связующего (c).

Используя характеристики (2.3) и заключая в угловые скобки величины, осредненные по представительному элементу армирующего слоя, выводим из (1.4), (1.5):

$$\nabla \langle T \rangle = \bar{\omega} \nabla T_a + (1 - \bar{\omega}) \nabla T_c, \quad (2.4)$$

$$\langle \Theta \rangle = \bar{\omega} \Theta_a + (1 - \bar{\omega}) \Theta_c,$$

$$\bar{\omega} = \frac{c_{эм}^a \rho_a}{\langle c_{эм} \rangle} \omega.$$

Записывая (2.4) в развернутой скалярной форме и принимая во внимание (1.2), приходим к зависимостям

$$\begin{aligned} \nabla_1 \langle T \rangle &= \bar{\omega} \nabla_1 T_a + (1 - \bar{\omega}) \nabla_1 T_c, \\ \nabla_2 \langle T \rangle &= \bar{\omega} \nabla_2 T_a + (1 - \bar{\omega}) \nabla_2 T_c, \\ \nabla_3 \langle T \rangle &= \bar{\omega} \nabla_3 T_a + (1 - \bar{\omega}) \nabla_3 T_c; \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\langle \Theta_i \rangle = -\bar{\omega} \lambda_a \nabla_i T_a + (1 - \bar{\omega}) \lambda_c \nabla_i T_c \quad (2.6)$$

$$(i = 1, 2, 3).$$

Учитывая, что квазиоднородный материал армирующего слоя следует линейному закону Фурье для анизотропной среды, имеем также:

$$\langle \Theta_i \rangle = -\langle \Lambda_{ij} \rangle \nabla_j \langle T \rangle. \quad (2.7)$$

В (2.7) $\langle \Lambda \rangle$ – неизвестный пока тензор интегральных коэффициентов теплопроводности армирующего слоя.

Переходим к его определению. В силу допущения 6 на поверхности Γ раздела фаз армирующего слоя (рис. 3) выполнены условия сопряжения (1.3):

$$T_a = T_c, \quad \lambda_a \nabla_2 T_a = \lambda_c \nabla_2 T_c$$

(направление нормали \mathbf{V} совпадает с направлением

оси \hat{x}^2). Дифференцируя обе части первого из этих равенств по переменным \hat{x}^1, \hat{x}^3 (оси \hat{x}^1, \hat{x}^3 лежат в плоскости Γ раздела фаз армирующего слоя), приходим к соотношениям:

$$\begin{aligned} \nabla_1 T_a &= \nabla_1 T_c, \quad \nabla_3 T_a = \nabla_3 T_c, \\ \lambda_a \nabla_2 T_a &= \lambda_c \nabla_2 T_c. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Зависимости (2.5), (2.8) вместе составляют систему шести линейных алгебраических уравнений для определения шести неизвестных величин –

$$\nabla_1 T_a, \quad \nabla_1 T_c, \quad \nabla_2 T_a, \quad \nabla_2 T_c, \quad \nabla_3 T_a, \quad \nabla_3 T_c.$$

Решив эту систему, получаем:

$$\begin{aligned} \nabla_1 T_c &= \nabla_1 T_a = \nabla_1 \langle T \rangle, \\ \nabla_3 T_c &= \nabla_3 T_a = \nabla_3 \langle T \rangle, \\ \nabla_2 T_c &= \frac{\lambda_a}{\bar{\omega} \lambda_c + (1 - \bar{\omega}) \lambda_a} \nabla_2 \langle T \rangle, \\ \nabla_2 T_a &= \frac{\lambda_c}{\bar{\omega} \lambda_c + (1 - \bar{\omega}) \lambda_a} \nabla_2 \langle T \rangle. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Подставляя (2.9) в (2.6), приходим к соотношениям:

$$\begin{aligned} \langle \Theta_1 \rangle &= -(\bar{\omega} \lambda_a + (1 - \bar{\omega}) \lambda_c) \nabla_1 \langle T \rangle, \\ \langle \Theta_2 \rangle &= -\frac{\lambda_a \lambda_c}{\bar{\omega} \lambda_c + (1 - \bar{\omega}) \lambda_a} \nabla_2 \langle T \rangle, \\ \langle \Theta_3 \rangle &= -(\bar{\omega} \lambda_a + (1 - \bar{\omega}) \lambda_c) \nabla_3 \langle T \rangle, \end{aligned}$$

сравнивая которые с (2.7), находим выражения для компонент тензора теплопроводности представительного элемента армирующего слоя

$$\begin{aligned} \langle \Lambda_{11} \rangle &= \langle \Lambda_{33} \rangle = \bar{\omega} \lambda_a + (1 - \bar{\omega}) \lambda_c, \\ \langle \Lambda_{22} \rangle &= \frac{\lambda_a \lambda_c}{\bar{\omega} \lambda_c + (1 - \bar{\omega}) \lambda_a}, \quad \langle \Lambda_{ij} \rangle = 0 \\ &(i, j = 1, 2, 3; \quad i \neq j). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Переходим к определению удельной теплоемкости представительного элемента армированного слоя и компонент тензора его линейной теплопроводности. Считаем, что квазиоднородный анизотропный материал элементарного армирующего слоя (на рис. 2 – прямоугольный параллелепипед $ABCD A' B' C' D'$) подчиняется линейному закону Фурье (2.7), (2.10). Материал прослоек связующего, дополняющего этот параллелепипед до представительного элемента армированного слоя, подчиняется закону Фурье (1.2). Поверхность Γ раздела фаз в данном случае состоит из прямоугольников $AA' D' D$ и $BB' C' C$.

Приведенную объемную плотность $\langle\langle \rho \rangle\rangle$ представительного элемента армированного слоя определяем по формуле:

$$\langle\langle \rho \rangle\rangle = \omega_z \langle \rho \rangle + (1 - \omega_z) \rho_c. \quad (2.11)$$

его приведенную массовую $\langle\langle c_{em} \rangle\rangle$ и объемную $\langle\langle c_\varepsilon \rangle\rangle$ теплоемкости – по формулам:

$$\begin{aligned} \langle\langle c_{em} \rangle\rangle &= \frac{\omega_z \langle \rho \rangle}{\langle\langle \rho \rangle\rangle} \langle c_{em} \rangle + \frac{(1 - \omega_z) \rho_c}{\langle\langle \rho \rangle\rangle} c_{em}^c, \\ \langle\langle c_\varepsilon \rangle\rangle &= \omega_z \langle \rho \rangle \langle c_{em} \rangle + (1 - \omega_z) \rho_c c_{em}^c. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Здесь и ниже в двойные угловые скобки заключены средние по объему представительного элемента армированного слоя величины.

Из формулы (1.4), примененной для осреднения температуры по представительному элементу армированного слоя, следуют соотношения:

$$\begin{aligned} \nabla_1 \langle\langle T \rangle\rangle &= \bar{\omega}_z \nabla_1 \langle T \rangle + (1 - \bar{\omega}_z) \nabla_1 T_c, \\ \nabla_2 \langle\langle T \rangle\rangle &= \bar{\omega}_z \nabla_2 \langle T \rangle + (1 - \bar{\omega}_z) \nabla_2 T_c, \\ \nabla_3 \langle\langle T \rangle\rangle &= \bar{\omega}_z \nabla_3 \langle T \rangle + (1 - \bar{\omega}_z) \nabla_3 T_c, \\ \bar{\omega}_z &= \frac{\langle \rho \rangle \langle c_{em} \rangle}{\langle\langle c_\varepsilon \rangle\rangle} \omega_z. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Составив для поверхности Γ раздела фаз условия теплового контакта:

$$\langle T \rangle = T_c, \quad \langle \Lambda_{33} \rangle \nabla_3 \langle T \rangle = \lambda_c \nabla_3 T_c$$

(направление нормали \mathbf{n} к этой поверхности совпадает с направлением оси \hat{x}^3) и, продифференцировав первое из этих равенств по переменным \hat{x}^1, \hat{x}^2 , приходим к соотношениям:

$$\begin{aligned} \nabla_1 \langle T \rangle &= \nabla_1 T_c, \\ \nabla_2 \langle T \rangle &= \nabla_2 T_c, \quad \langle \Lambda_{33} \rangle \nabla_3 \langle T \rangle = \lambda_c \nabla_3 T_c. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Зависимости (2.13), (2.14) вместе составляют систему шести линейных алгебраических уравнений для определения шести искомых величин –

$$\nabla_1 \langle T \rangle, \quad \nabla_2 \langle T \rangle, \quad \nabla_3 \langle T \rangle, \quad \nabla_1 T_c, \quad \nabla_2 T_c, \quad \nabla_3 T_c.$$

Решая эту систему и учитывая (2.10), получаем:

$$\begin{aligned} \nabla_1 T_c &= \nabla_1 \langle T \rangle = \nabla_1 \langle\langle T \rangle\rangle, \\ \nabla_2 T_c &= \nabla_2 \langle T \rangle = \nabla_2 \langle\langle T \rangle\rangle, \\ \nabla_3 \langle T \rangle &= \frac{\lambda_c}{\bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z) \lambda_a + (1 - \bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z)) \lambda_c} \nabla_3 \langle\langle T \rangle\rangle, \\ \nabla_3 T_c &= \frac{\bar{\omega} \lambda_a + (1 - \bar{\omega}) \lambda_c}{\bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z) \lambda_a + (1 - \bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z)) \lambda_c} \nabla_3 \langle\langle T \rangle\rangle. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Далее, из формулы (1.5) осреднения теплового потока по представительному элементу армированного слоя находим соотношения:

$$\langle\langle \Theta_i \rangle\rangle = \bar{\omega}_z \langle \Theta_i \rangle + (1 - \bar{\omega}_z) \Theta_{ci} \quad (i = 1, 2, 3),$$

которые в силу (1.2), (2.7), (2.10) приводятся к виду:

$$\langle\langle \Theta_i \rangle\rangle = -\bar{\omega}_z \langle \Lambda_{ii} \rangle \nabla_i \langle T \rangle - (1 - \bar{\omega}_z) \lambda_c \nabla_i T_c. \quad (2.16)$$

Подставляя (1.1.15) в (1.1.16), приходим к зависимостям:

$$\begin{aligned} \langle\langle \Theta_1 \rangle\rangle &= -[\bar{\omega} \bar{\omega}_z \lambda_a + (1 - \bar{\omega} \bar{\omega}_z) \lambda_c] \nabla_1 \langle\langle T \rangle\rangle, \\ \langle\langle \Theta_2 \rangle\rangle &= -\lambda_c \frac{\bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z) \lambda_c + (1 - \bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z)) \lambda_a}{\bar{\omega} \lambda_c + (1 - \bar{\omega}) \lambda_a} \nabla_2 \langle\langle T \rangle\rangle, \\ \langle\langle \Theta_3 \rangle\rangle &= \\ &= -\lambda_c \frac{\bar{\omega} \lambda_a + (1 - \bar{\omega}) \lambda_c}{\bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z) \lambda_a + (1 - \bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z)) \lambda_c} \nabla_3 \langle\langle T \rangle\rangle. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Учитывая, что квазиоднородный анизотропный материал армированного слоя следует линейному закону Фурье, имеем также

$$\langle\langle \Theta_i \rangle\rangle = -\hat{\Lambda}_{ij} \nabla_j \langle\langle T \rangle\rangle. \quad (2.18)$$

Здесь $\hat{\Lambda}_{ij}$ – компоненты тензора интегральных коэффициентов теплопроводности армированного слоя в системе координат $\hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3 = z$. Сравнивая между собой (2.17) и (2.18), приходим к выражениям для этих компонент:

$$\begin{aligned}\hat{\Lambda}_{11} &= \bar{\omega}\bar{\omega}_z\lambda_a + (1 - \bar{\omega}\bar{\omega}_z)\lambda_c, \\ \hat{\Lambda}_{22} &= \lambda_c \frac{\bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z)\lambda_c + (1 - \bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z))\lambda_a}{\bar{\omega}\lambda_c + (1 - \bar{\omega})\lambda_a}, \\ \hat{\Lambda}_{33} &= \lambda_c \frac{\bar{\omega}\lambda_a + (1 - \bar{\omega})\lambda_c}{\bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z)\lambda_a + (1 - \bar{\omega}(1 - \bar{\omega}_z))\lambda_c}, \\ \hat{\Lambda}_{ij} &= 0, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i \neq j.\end{aligned}\tag{2.19}$$

Установленными зависимостями решается (в рамках принятых модельных представлений) задача построения эффективных теплофизических характеристик однонаправлено армированного слоя. Этими формулами компоненты тензора теплопроводности определены во вспомогательной системе координат, направления осей которой связаны с направлениями армирующих волокон. В любой другой координатной системе компоненты этого тензора можно получить, используя тензорные формулы преобразования этих компонент. Отметим еще, что в результате предельного перехода $\lambda_a \rightarrow \lambda_c$ соотношения (2.18), (2.19) переходят в закон Фурье изотропной однородной среды с коэффициентом линейной теплопроводности, равным λ_c .

Литература

1. Андреев А. Упругость и термоупругость слоистых композитных оболочек. Математическая модель и некоторые аспекты численного анализа. Saarbrücken, Deutschland: Palmarium Academic Publishing, 2013. 100 с.
2. Андреев А. Н., Немировский Ю. В. Многослойные анизотропные оболочки и пластины: Изгиб, устойчивость, колебания. Новосибирск: Наука, 2001. 288 с.
3. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964.
4. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
5. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. Киев: Наукова думка, 1970. 308 с.
6. Коваленко А. Д. Термоупругость. Киев: Вища школа, 1975. 215 с.
7. Кухлинг Х. Справочник по физике. М.: Мир, 1985. 520 с.
8. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
9. Мелан Э., Паркус Г. Температурные напряжения, вызываемые стационарными температурными полями. М.: ГИФМЛ, 1958. 166 с.
10. Немировский Ю. В. К теории термоупругого изгиба армированных оболочек и пластин // Механика полимеров. 1972. № 5. С. 861 – 873.
11. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Моделирование процессов теплопроводности в ортогонально армированных гибридных композитах с дисперсным упрочнением связующего // Прикладная физика. 2008. № 5. С. 10 – 17.
12. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Определение эффективных физико-механических характеристик гибридных композитов, перекрестно армированных трансверсально-изотропными волокнами, и сопоставление расчетных характеристик с экспериментальными данными // Механика композитных материалов и конструкций. 2007. № 1. Т. 13. С. 3 – 32.
13. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Рациональное проектирование армированных конструкций. Новосибирск: Наука, 2002. 488 с.
14. Немировский Ю. В., Янковский А. П. Теплопроводность однородных и композитных тонкостенных конструкций. Новосибирск: Арт-Авеню, 2008. 512 с.
15. Новацкий В. Динамические задачи термоупругости. М.: Мир, 1970. 256 с.
16. Паркус Г. Неустановившиеся температурные напряжения. М.: ГИФМЛ, 1963. 252 с.
17. Подстригач Я. С., Ломакин В. А., Коляно Ю. М. Термоупругость тел неоднородной структуры. М.: Наука, 1984. 368 с.
18. Поль Р. В. Механика, акустика и учение о теплоте. М.: ГИТТЛ. 1957. 484 с.
19. Янковский А. П. Моделирование процессов теплопроводности в пространственно армированных композитах с произвольной ориентацией волокон // Прикладная физика. Научно-технический журнал. 2011. № 3. С. 32 – 39.

Информация об авторе:

Андреев Александр Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой фундаментальной математики КемГУ, algebra@kemsu.ru.

Alexander N. Andreev – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Fundamental Mathematics, Kemerovo State University.

Статья поступила в редколлегию 26.02.2015 г.