

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ПОЛЯ ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ТОКА В ОРТОТРОПНОМ ЦИЛИНДРЕ

В. О. Каледин, Я. С. Крюкова, Е. А. Вячкина, Н. Ю. Сидоренко

IDENTIFICATION OF THE MODEL OF POINT CURRENT SOURCES FIELD IN THE ORTHOTROPIC CYLINDER

V. O. Kaledin, Ya. S. Kryukova, E. A. Vyachkina, N. Yu. Sidorenko

При поддержке ОАО ЦНИИСМ (договор № 12-05/8-14).

В статье разработана математическая модель поля точечных источников тока в цилиндре из трансверсально изотропного композиционного материала при расположении источников в центрах оснований. Основной целью работы является определение электрофизических параметров композиционного материала. Получено аналитическое решение, позволяющее найти потенциалы на поверхности цилиндра при известных размерах и удельных сопротивлениях. Для экспериментального определения параметров эффективных удельных сопротивлений материала в радиальном и осевом направлении предложена методика, основанная на идентификации построенной математической модели, и получены экспериментальные данные для идентификации на цилиндрическом образце из материала, армированного углеродной тканью УТ-900. В результате найдены удельные сопротивления ортотропного материала в радиальном и осевом направлениях. Выявлено, что исследуемый армированный материал лучше проводит ток в направлении армирующих волокон, чем по нормали.

In this paper we demonstrated the development of the mathematical models of point current sources field in the cylinder of transversely isotropic composite material with the sources located in the centers of the bases. The main purpose is to determine the electrophysical parameters of the composite material. We obtained an analytical solution (in lines), allowing to find the potentials on the surface of the cylinder with known size and resistivity. To determine the parameters of the effective material resistivity in the radial and axial direction experimentally, the authors propose a method based on the identification of the constructed mathematical model; experimental data were obtained for the identification by testing a cylindrical sample of material reinforced with carbon cloth UT-900. As a result, the specific resistance of orthotropic material in radial and axial directions was found. The study revealed that the reinforced material conducts current in the direction of the reinforcing fibers better than normal.

Ключевые слова: задача электропроводности, электропроводный композиционный материал, кажущееся сопротивление, поле точечных источников тока, методика идентификации удельного сопротивления reinforcing fibers than normal.

Keywords: problem of electrical conductivity, conductive composite material, apparent resistivity, point current sources field, methods of identification resistivity.

Поле точечных источников тока в ортотропной слоистой пластине из композиционного материала. Задачи электропроводности в композиционных материалах актуальны во многих технических приложениях. Их решение основывается на оценках средних удельных сопротивлений, которые применительно к композитам зависят от направления вектора плотности тока по отношению к направлениям армирования. Соответствующие теоретические оценки выполнялись многими авторами; для композитов, армированных частицами и непрерывными волокнами, теоретические оценки ранее получены авторами численными методами [1; 4]. Однако для оценки достоверности теоретических результатов необходима их верификация методами прямого эксперимента.

Использование традиционного метода измерения удельного сопротивления, основанного на создании электрического поля с постоянной по объему плотностью тока, для измерения проводимости по направлению нормали требует образцов значительной толщины [3], а в этом случае структура материала по толщине может отличаться от структуры реального конструкционного материала. Поэтому представляется, что такие измерения целесообразно выполнять на образцах малой толщины с использованием неоднородных электрических полей, создаваемых в материале точечными источниками тока. Для этого в настоящей

работе предлагается метод измерения, основанный на параметрической идентификации с использованием расчетно-теоретической модели распространения тока в ортотропном материале.

Расчетная модель позволяет определить параметры поля точечных источников при известной геометрии образца и известном положении питающих электродов. Удельные сопротивления в направлении нормали и в плоскости армирования могут быть определены из условия минимума рассогласования рассчитанных и измеренных параметров поля (разностей потенциалов в характерных точках образца).

Рассмотрим трансверсально изотропный проводящий цилиндр с удельным сопротивлением ρ в плоскостях, параллельных основаниям, и ρ_z – в направлении оси цилиндра. Точечные источники тока расположены в центрах оснований цилиндра. Обозначим: D – диаметр цилиндра, H – высота.

Введем цилиндрическую систему координат (r, z) , в которой ось z совпадает с осью цилиндра, а начало координат находится на середине отрезка, соединяющего центры оснований. Тогда расчетная область может быть задана неравенствами:

$$\Omega: 0 \leq r \leq \frac{D}{2}, -\frac{H}{2} \leq z \leq \frac{H}{2}.$$

В точках $r = 0, z = \pm H/2$ помещены точечные источники тока (положительный и отрицательный) одинаковой силы I . В этой системе координат учетом осевой симметрии уравнение электропроводности и граничные условия имеют вид:

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\rho_z} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial r} \right|_{r=\frac{D}{2}} = 0, \quad \left. \frac{\partial U}{\partial z} \right|_{z=\pm \frac{H}{2}, r>0} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{\rho_z} \frac{\partial U}{\partial z} = I \cdot \delta(r),$$

где U – электрический потенциал, $\delta(r)$ – обобщенная функция, удовлетворяющая интегральному тождеству:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^r f(r, \varphi) r \cdot dr = f(0, 0),$$

где f – произвольная непрерывная функция координат, φ – полярный угол.

Приведем сформулированную краевую задачу к безразмерному виду. Для этого вначале введем безразмерные координаты – радиальную ξ и осевую ζ , причем масштаб для осевой координаты выберем так, чтобы основания цилиндра лежали в плоскостях $\zeta = \pm 1$, а масштаб радиальной координаты – так, чтобы коэффициенты в уравнении (1) были одинаковы:

$$\zeta = \frac{2z}{H}, \quad \xi = \frac{2r}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}.$$

Дополнительно введем безразмерный потенциал: $u(\xi, \zeta) = U(r, z) \cdot H / (2 \cdot I \cdot \rho)$.

Уравнение (1) преобразуется к уравнению Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} = 0, \quad (2)$$

$$-1 \leq \zeta \leq 1, \quad 0 \leq \xi \leq \bar{D},$$

где обозначено: $\bar{D} = \frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho_z}{\rho}}$.

Граничные условия из (1) преобразуются к виду:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \xi} \right|_{\xi=\bar{D}} = 0, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\pm 1, \xi>0} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial \zeta} = \delta(\xi). \quad (4)$$

Краевая задача (2) – (4) имеет единственное решение с точностью до постоянного слагаемого. Для устранения произвола примем, что потенциал в начале координат равен нулю.

Решив краевую задачу (7) – (8), получили, что поправочная функция имеет вид:

$$u^*(\xi, \zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2B_{2k+1}(\bar{D})}{(2k+1)\pi I_1\left(\frac{2k+1}{2}\pi\bar{D}\right)} I_0\left(\frac{2k+1}{2}\pi\xi\right) \sin \frac{(2k+1)\pi\zeta}{2}, \quad (9)$$

где I_0 и I_1 – модифицированные функции Бесселя, $B_k(\xi) = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(\xi, \zeta) \sin \frac{k\pi\zeta}{2} d\zeta$.

Выполним вначале граничные условия (4) на основаниях цилиндра, т. е. найдем решение задачи для цилиндра бесконечно большого радиуса, применяя метод отражений [5]. Для этого рассмотрим потенциал единичного точечного источника в точке $\xi = 0, \zeta = 1$, поместив его в бесконечно протяженное проводящее полупространство с границей $\zeta = 1$. Как известно, решение такой задачи идентично решению задачи о поле потенциала источника удвоенной интенсивности в бесконечном пространстве:

$$u(\xi, \zeta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\xi^2 + (\zeta - 1)^2}}. \quad (5)$$

При этом выполняются условия (4) на границе $\zeta = 1$.

Добавим к решению (5) поле потенциала источника на границе $\zeta = -1$. Чтобы не нарушить граничных условий, поместим в среду также фиктивный источник – симметричное отражение второго источника относительно границы $\zeta = 1$. В силу симметрии на плоскости $\zeta = 1$ выполняются условия (4), но на границе $\zeta = -1$ они нарушены. Последовательно добавляя источники путем симметричного отражения исходных и отраженных источников относительно обеих границ, получим бесконечную систему равноотстоящих источников тока, симметричную относительно обеих границ. В результате получаем поле потенциала, удовлетворяющее граничным условиям (4):

$$\bar{u}(\xi, \zeta) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2 + (2n+1-\zeta)^2}} - \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + (2n+1+\zeta)^2}} \right]. \quad (6)$$

Полученное решение задачи справедливо для цилиндра бесконечно большого радиуса.

Далее выполним условие непротекания на боковой поверхности цилиндра. Для этого добавим к (6) поле потенциалов тока, проходящего через боковую поверхность и имеющего на ней плотность, равную по величине и противоположную по знаку плотности тока в цилиндре бесконечного радиуса. Искомое дополнительное поле потенциалов найдем решением следующей вспомогательной краевой задачи для уравнения:

$$\frac{\partial^2 u^*}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial u^*}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (7)$$

при граничных условиях:

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial \zeta} \right|_{\zeta=\pm 1} = 0, \quad \left. \frac{\partial u^*}{\partial \xi} \right|_{\xi=\bar{D}} = - \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial \xi} \right|_{\xi=\bar{D}} = f(\bar{D}, \zeta). \quad (8)$$

Каждое слагаемое в (9) отвечает первому из граничных условий (8). Поскольку это условие однородно, то и сумма ряда (9) удовлетворяет данному условию. Таким образом, решение (9) удовлетворяет дифференциальному уравнению (7) и граничным условиям (8).

Окончательно, складывая решения (6) и (9), получили решение краевой задачи для цилиндра конечного радиуса:

$$u(\xi, \zeta) = \bar{u}(\xi, \zeta) + u^*(\xi, \zeta). \quad (10)$$

Возвращаясь к размерным переменным, имеем:

$$U(r, z) = I \cdot \rho \cdot \frac{2}{H} u\left(\frac{2r}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, \frac{2z}{H}\right).$$

На рисунке 1 показаны изолинии полученного решения (10) при $\bar{D}=1,38$. При расчете число удерживаемых слагаемых ряда (6) было взято равным 500, а число членов ряда Фурье (9) – равным 50, что обеспечивает изменение решения при удвоении числа удерживаемых членов не более чем на 0,001 %.

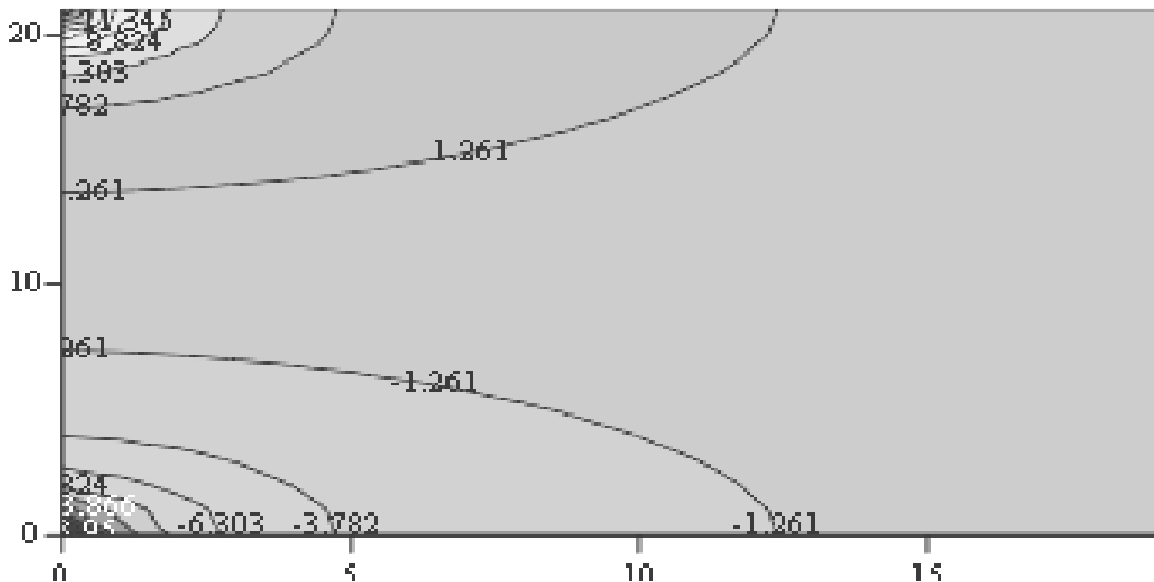


Рис. 1. Изолинии безразмерного потенциала в осевом сечении цилиндра конечного радиуса

Зависимость потенциала поля точечных источников от удельных электрических сопротивлений в осевом и радиальном направлении. Полученное решение краевой задачи электропроводности ортотропного цилиндра конечного радиуса показывает, что распределение потенциала чувствительно как к средней величине удельного сопротивления, так и к отношению удельных сопротивлений в осевом и радиальном направлении. Увеличение ρ_z влияет на потенциал поля так же, как и увеличение толщины образца (высоты цилиндра). Уменьшение относительного радиуса приводит к увеличению разности потенциалов на верхней и нижней поверхности. Это дает возможность, исходя из известного соотношения диаметра и высоты цилиндра, определить степень анизотропии.

Выберем для анализа точки на противоположных основаниях цилиндра (рис. 2) точки А и В, расположенные на кромках ($r=D$), и точку С, расположенную на известном расстоянии от оси $r=\mu \cdot D/2$.

Разность потенциалов в точках А и В определяется следующим выражением:

$$U_{AB} = \frac{2I\rho}{H} \left[u\left(\frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, 1\right) - u\left(\frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, -1\right) \right], \quad (11)$$

а разность потенциалов в точках С и А – выражением:

$$U_{CA} = \frac{2I\rho}{H} \left[u\left(\frac{\mu D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, 1\right) - u\left(\frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, 1\right) \right]. \quad (12)$$

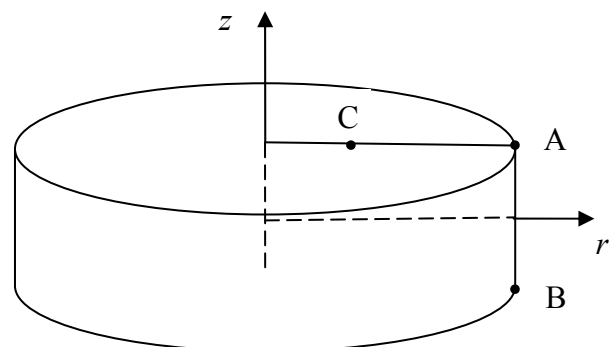


Рис. 2. Расположение точек на цилиндре

Отношение этих величин:

$$\frac{U_{CA}}{U_{AB}} = \frac{u\left(\frac{\mu D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, 1\right) - u\left(\frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, 1\right)}{u\left(\frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, 1\right) - u\left(\frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, -1\right)} \quad (13)$$

не зависит от силы тока и удельного сопротивления в радиальном направлении и полностью определяется двумя параметрами: отношением расстояния точки С от оси к радиусу цилиндра и безразмерным диамет-

ром $\frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}$. Зависимость отношения (13) от без-

размерного диаметра представлена на рисунке 3 при $\mu = 0,5$.

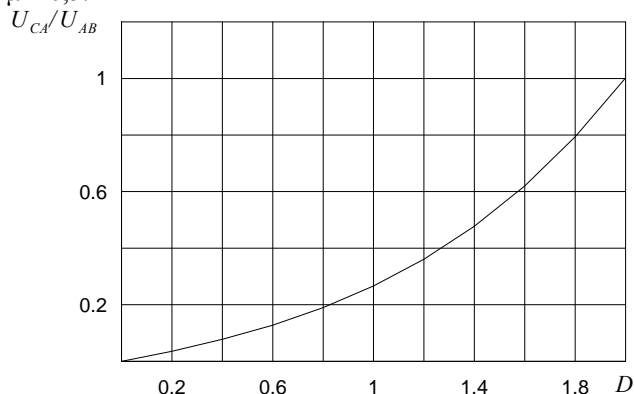


Рис. 3. Зависимость отношения разностей потенциалов от безразмерного диаметра

Исходя из результатов измерений разности потенциалов, по кривой на рисунке 3 можно найти безразмерный диаметр \bar{D} . Тогда отношение удельных сопротивлений в осевом и радиальном направлении может быть вычислено по следующей формуле:

$$\frac{\rho_z}{\rho} = \left(\frac{D}{H \cdot \bar{D}} \right)^2. \quad (14)$$

Для определения величины ρ можно использовать любое из уравнений (11) и (12). Так, из (12) найдём:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2I}{U_{CA} \cdot H} \left[u \left(\frac{\mu D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, 1 \right) - u \left(\frac{D}{H} \sqrt{\frac{\rho}{\rho_z}}, -1 \right) \right]. \quad (15)$$

По этой зависимости может быть в первом приближении определено удельное сопротивление ρ , а затем, исходя из ранее найденного отношения ρ_z/ρ , и величина ρ_z . Однако для уменьшения погрешности целесообразно определять искомые величины (безразмерный диаметр и удельные сопротивления путем идентификации с использованием большего числа точек).

Идентификация удельного сопротивления по измеренным потенциалам поля точечных источников. Опишем методику получения экспериментальных данных для идентификации.

Эксперимент проводился на образце цилиндрической формы толщиной 5 и диаметром 40 мм, выполненном из углерод-углеродного композиционного материала на основе ткани УТ-900, армированного под углами $0/90^\circ$ (рис. 3).

Ток промышленной частоты (50 Гц) подводился к двум питающим электродам диаметром 4 мм, концы которых имели форму сферического сегмента. Напряжение источника тока составляло 12 В. Последовательно с образцом было включено балластное сопротивление (лампа накаливания) с мощностью рассеяния 100 Вт, что позволило ограничить силу тока величиной порядка 5 А. Ток контролировался по цифровому амперметру типа DT9205A (предел допускаемой основной относительной погрешности 0,8%). Разность потенциалов в точках образца измерялась стрелочным милливольтметром В3-38 (предел допускаемой основной относительной погрешности 2%).

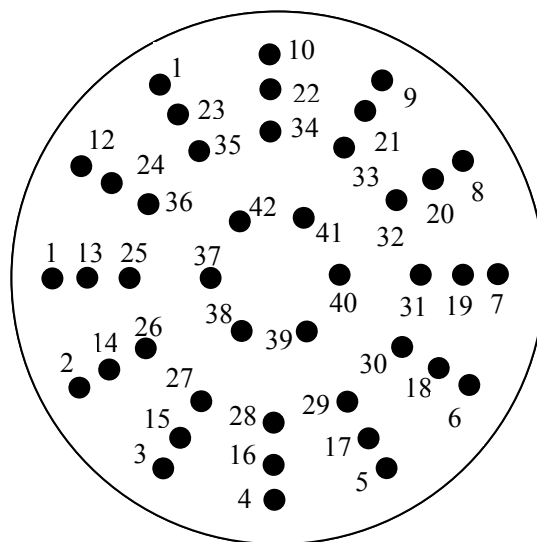
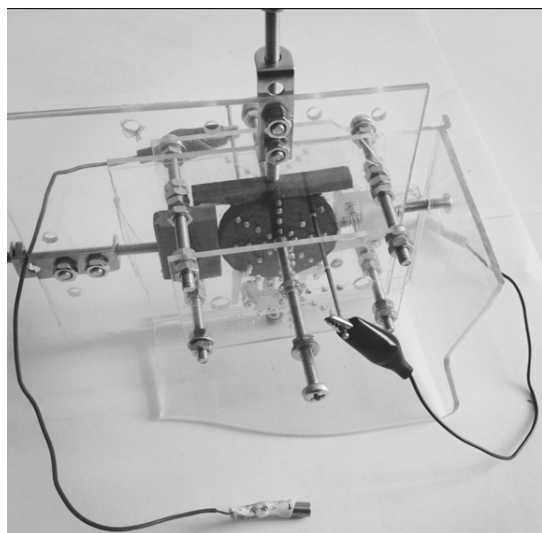


Рис. 4: а – образец, б – приспособление для измерений (1 – питающий электрод, 2 – панель с отверстиями для позиционирования приемных электродов)

Перед измерением образец центрировался между питающими электродами так, чтобы разность потенциалов в двух парах диаметрально противоположных точек лицевого основания не превышала 0,05 мВ. Далее на выбранных отрезках радиуса основания последовательно проводились измерения разности потенциалов между точками на разных основаниях, расположенных на одной нормали. Расстояния от прием-

ных электродов до оси определялись расположением отверстий в панели 2 (рис. 4) и контролировались с помощью штангенциркуля (погрешность измерения 0,1 мм). Суммарный зазор в отверстиях для питающего и приемных электродов не превышал 0,1 мм. С целью уменьшения влияния случайных погрешностей измерений каждое из них выполнялось по 5 раз с рандомизацией опытов. После включения тока образец

выдерживался в течение 5 минут для установления температуры.

Полученные результаты представлены на рис. 5. По оси абсцисс отложен полярный угол центра изме-

рительного отверстия, а по оси ординат – кажущееся сопротивление, т. е. разность потенциалов точек, в которых расположены приемные электроды (мВ), отнесенная к силе тока через питающие электроды (А).

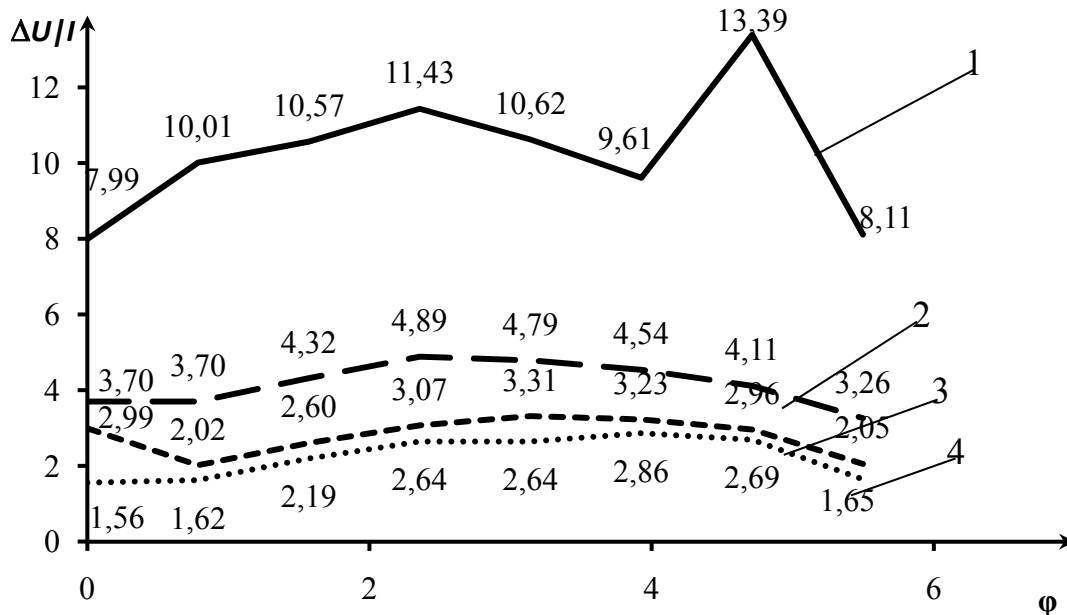


Рис. 5. Кажущееся сопротивление между точками оснований, расположенными на одной нормали: кривая 1 – при $r = 18$ мм, кривая 2 – при $r = 15$ мм, кривая 3 – при $r = 10$ мм и кривая 4 – при $r = 5$ мм

Идентификация расчетно-теоретической модели производилась по двум различным методикам.

По первой из них вначале из рисунка 3 определялся приведенный диаметр и из (14) – показатель анизотропии, исходя из двух разностей потенциалов: U_{CA} и U_{AB} . Затем по формуле (15) определялось удельное сопротивление в плоскости армирования и из равенства (14) – удельное сопротивление в направлении нормали. Окончательный результат получался как среднее арифметическое результатов, полученных на 8 радиальных лучах.

Был проведен анализ погрешности измерения, исходя из первой методики. Для этого примем во внимание, что приборная погрешность измерения разности потенциалов не превышает 0,2 мВ (т. е. при силе тока 5 А погрешность определения разности потенциалов, отнесенной к силе тока, не превышает 0,04 мВ), а погрешность позиционирования приемных электродов может достигать 0,2 мм. Тогда относительная погрешность определения параметра μ равна сумме относительных погрешностей позиционирования, т. е. при указанных значениях $\mu = 0,5 \pm 0,015$. Погрешность определения (15) по измеренным разностям потенциалов при силе тока 5 А: $U_{CA} = 4,4 \pm 0,2$ и $U_{AB} = 9,4 \pm 0,2$ мВ составляет 6,7 %, т. е. 0,028. Тогда погрешность определения безразмерного диаметра из (15) достигает 0,044, т. е. 9,5 %. Соответственно, отношение удельных сопротивлений определяется с такой же погрешностью.

По второй методике оба параметра ρ и ρ_z находились путем минимизации суммы квадратов отклонений всех измеренных разностей потенциалов от рассчитанных [2]. В качестве критерия качества идентификации использовалась сумма квадратов отклонений

измеренных разностей потенциалов от вычисленных по математической модели:

$$K(\rho, \rho_z) = \sum_i [U(\rho, \rho_z, r_i, z_i) - U_i^*]^2. \quad (16)$$

Здесь $U(\rho, \rho_z, r_i, z_i)$ – вычисленная разность потенциалов в i -й точке и в точке на противоположном основании, U_i^* – измеренная в тех же точках разность потенциалов.

Был проведен вычислительный эксперимент, в котором для потенциалов было определено пять уровней варьирования путем последовательного добавления к рассчитанным значениям -0,2; -0,1; 0; 0,1; 0,2, а для величины позиционирования потенциальных щупов – 4 уровня варьирования от 0,463 до 0,538. В результате была получена план-матрица на 100 вычислительных экспериментов, после проведения которых определялась разность между точными и рассчитанными в эксперименте значениями ρ и ρ_z . Анализ результатов показал, что полученное распределение близко к нормальному распределению, однако стандартные отклонения для обеих рассчитанных величин достаточно велики: 11,64629 и 130,6964 для ρ и ρ_z соответственно, что составляет 38 % и 13 %.

Далее была проведена серия вычислительных экспериментов, в которых уменьшались погрешность позиционирования потенциальных щупов до 0,1 мм и величина добавляемой погрешности измерения потенциалов до $\pm 0,04$ мВ (погрешность прибора в расчете на ток в 1 А).

Наименьшую погрешность показал вычислительный эксперимент при пяти уровнях варьирования погрешности потенциалов (-0,04; -0,02; 0; 0,02; 0,04) и при уменьшении погрешности позиционирования потенциальных щупов до 0,1 мм. По полученным раз-

ностям построены гистограммы погрешностей расчета (рис. 6а, б).

Из рисунков видно, что гистограммы приближаются к нормальному распределению, а точность идентификации увеличивается до 7,2 % и 2,5 % для ρ и ρ_z соответственно. Это позволяет определить требования к точности измерений разности потенциалов и силы тока.

В результате проведенных расчетов получены следующие результаты: удельное сопротивление исследованного ортотропного материала в радиальном

направлении составило $30 \pm 2,2$ мОм·м, а в осевом – порядка 1000 ± 25 мОм·м.

Таким образом, можно сделать вывод, что методика, основанная на идентификации модели с одновременным использованием результатов измерения потенциалов в достаточно большом числе точек на поверхности образца, позволяет достаточно точно оценивать параметры анизотропии при реальных погрешностях измерения. Следовательно, представляется возможным получение достаточно надежных результатов при измерении удельного сопротивления на образцах малой толщины.

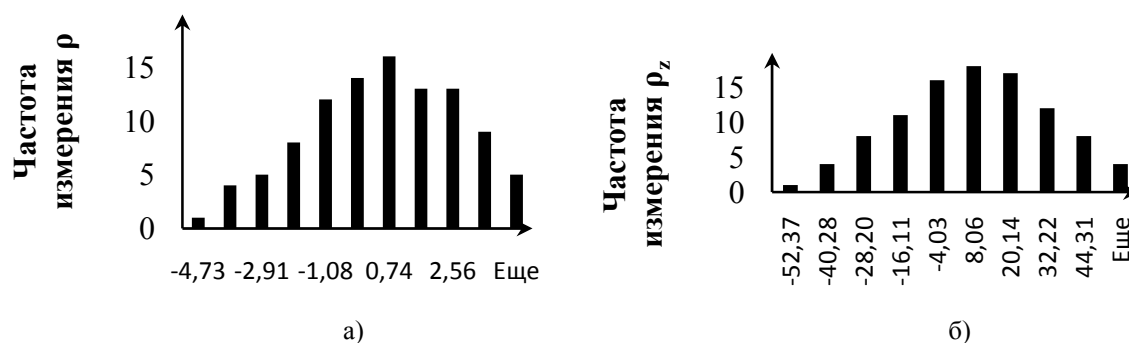


Рис. 6. Гистограммы рассчитанных удельных сопротивлений при погрешности позиционирования потенциальных щупов до 0,1 мм и измерения потенциалов до $\pm 0,04$ мВ: а – в плоскости армирования, б – по нормали

Литература

1. Бурнышева Т. В., Каледин В. О., Крюкова Я. С. Эффективные коэффициенты электропроводности кусочно-однородной среды // Научно-технический вестник Поволжья. 2013. № 2. С. 146 – 149.
2. Гартман Т. Н., Калинин В. Н., Шумакова О. П. Решение обратных задач при идентификации эмпирических моделей предсказания давления насыщенных паров индивидуальных веществ детерминированный подход: учебное пособие. М.: РХТУ им. Д. И. Менделеева, 2002. 43 с.
3. ГОСТ 23776-79. Изделия углеродные. Методы измерения удельного электрического сопротивления. М.: Издательство стандартов, 1982. 18 с.
4. Крюкова Я. С., Каледин В. О., Рудаков С. Г. Исследование влияния структурных параметров периодически неоднородной среды на эффективные коэффициенты электропроводности // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2014. № 1(54). С. 88 – 92.
5. Купалян С. Д. Теоретические основы электротехники: в 3-х ч. Ч. 3: Электромагнитное поле: учебник. 3-е изд., испр. и доп.. М.: Энергия, 1970. 248 с.

Информация об авторах:

Каледин Валерий Олегович – доктор технических наук, профессор, декан факультета информационных технологий Новокузнецкого института (филиала) КемГУ, vkaled@nkfi.ru.

Valeriy O. Kaledin – Doctor of Technical Science, Professor, Dean of the Faculty of Information Technology, Novokuznetsk institute (branch) of Kemerovo State University.

Крюкова Яна Сергеевна – аспирант, инженер научно-исследовательской лаборатории математического моделирования Новокузнецкого института (филиала) КемГУ, krjanik@rambler.ru.

Yana S. Kryukova – post-graduate student, engineer at the Laboratory for Mathematical Modeling, Novokuznetsk institute (branch) of Kemerovo State University.

Вячкина Елена Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент Новокузнецкого института (филиала) КемГУ, sedovaea@ya.ru.

Elena A. Vyachkina – Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Assistant Professor at Novokuznetsk institute (branch) of Kemerovo State University.

Сидоренко Наталья Юрьевна – аспирант, инженер научно-исследовательской лаборатории математического моделирования Новокузнецкого института (филиала) КемГУ, potseluenko_nata@mail.ru.

Natalia Yu. Sidorenko – post-graduate student, engineer at the Laboratory for Mathematical Modeling, Novokuznetsk institute (branch) of Kemerovo State University.

Статья поступила в редколлегию 28 июля 2014 г.