

# PENENTUAN KEUNTUNGAN MAKSIMUM PADA PENJUALAN OLAHAN TAPE DENGAN MENGGUNAKAN METODE LAGRANGE (Studi Kasus: UD. Sari Madu)

FEMY AYU ASTITI<sup>1</sup>, NI MADE ASIH<sup>2</sup>, I NYOMAN WIDANA<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana, Bukit Jimbaran-Bali  
e-mail: <sup>1</sup>femy\_novitasari@yahoo.co.id  
<sup>2</sup>sedhana20@gmail.com, <sup>3</sup>nwidana@yahoo.com

### *Abstract*

*Optimization problems can be solved by various methods, such as Lagrange Method. This method can be used to find the solution. Using Lagrange method, the extreme value can be obtained, so that the optimal solution can be found. In this research, the maximum revenue of UD. Sari Madu is a limited by several constraints. After the objective function and constraint function being model, than maximum revenue is found. From first until fourth quarterly, the maximum revenue is found Rp. 9.701.333, Rp. 10.064.148, 9.793.272 and Rp. 9.397.730 respectively.*

**Keywords:** *Lagrange Method, Ekstrem Value, Optimization*

## 1. Pendahuluan

Dalam sebuah perusahaan, hal yang ingin dicapai adalah mendapatkan keuntungan yang maksimum. Besarnya harga yang diberikan oleh *supplier*/perusahaan kepada pelanggan, akan memengaruhi jumlah keuntungan yang didapat. Apabila menentukan harga terlalu rendah, maka keuntungan yang diperoleh dari hasil penjualan produknya, akan rendah. Apabila menentukan harga terlalu tinggi, maka akan menurunkan minat pelanggan untuk membeli produk tersebut, yang akan mengakibatkan penurunan omzet perusahaan.

Dalam memaksimalkan keuntungan, dapat diselesaikan dengan optimasi matematika yang dilakukan dengan menggunakan program linear, program tak linear, program integer dan program dinamik (Cleland, [2]).

Teknik optimasi dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dengan fungsi berkendala maupun tak berkendala. Bentuk penyelesaian permasalahannya dapat berupa persamaan atau pertidaksamaan. Unsur terpenting pada suatu masalah optimasi adalah fungsi tujuan yang bergantung pada sejumlah peubah masukan. Peubah-peubah ini dapat saling bergantung atau tidak, melalui satu atau lebih kendala (Bronson,[1]).

Metode Lagrange merupakan sebuah teknik yang dapat digunakan menyelesaikan masalah optimasi dengan kendala persamaaan. Inti dari metode ini

<sup>1</sup> Alumni Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana

<sup>2,3</sup> Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Udayana

adalah mengubah titik ekstrem terkendala menjadi persoalan titik ekstrem bebas kendala. Sehingga dengan metode ini, didapat solusi untuk memperoleh keuntungan maksimum.

## 2. Metode Penelitian

Sumber data yang diperoleh dalam penelitian ini berasal dari observasi langsung dan dari data sekunder, yaitu data yang diperoleh melalui dokumen-dokumen yang telah tersedia di (UD. Sari Madu) yang merupakan *supplier* tape di Tiara Group dan Hardy's Group. Dengan periode data 1 tahun (1 April 2011 – 31 Maret 2012).

Dalam penelitian ini, variabel yang digunakan adalah jenis tape dan harga tape. Untuk variabel jenis tape yaitu tape besar ( $x_1$ ), tape kecil ( $x_2$ ), tape bakar ( $x_3$ ), jajan tape ( $x_4$ ), dan tape ketan ( $x_5$ ). Dan untuk variabel harga tape yaitu harga tape yang di produksi dan harga jual produksi di supermarket.

Tahapan analisis pada penelitian ini meliputi :

### 1. Memodelkan masalah optimasi dalam bentuk sistem persamaan linear.

#### 1) Menentukan variabel keputusan

Langkah awal dalam memodelkan suatu masalah yaitu dengan menentukan variabel-variabel yang berpengaruh di dalamnya. Untuk memodelkan masalah optimasi keuntungan pengiriman tape beserta olahannya ke dalam bentuk sistem persamaan linear terdapat beberapa variabel yaitu :

$x_1$  = Jumlah pengiriman tape kemasan besar

$x_2$  = Jumlah pengiriman tape kemasan kecil

$x_3$  = Jumlah pengiriman jajan tape

$x_4$  = Jumlah pengiriman tape bakar

$x_5$  = Jumlah pengiriman tape ketan

#### 2) Menentukan fungsi tujuan

Tujuan yang ingin dicapai oleh perusahaan adalah untuk memperoleh keuntungan maksimum setiap jenis tape beserta olahannya. Hal ini diperoleh dari selisih antara harga produksi dengan harga jual produksi. Fungsi tujuan yang dapat dibentuk yaitu :

Tabel 1. Tabel Bentuk Baku Fungsi Tujuan

Supermarket	Tape Besar $x_1$	Tape Kecil $x_2$	Tape Bakar $x_3$	Jajan Tape $x_4$	Tape Ketan $x_5$
Harga produksi	4400	2700	2900	2950	2700
Harga jual produksi	6000	4000	3500	4000	3500
Keuntungan	1600	1300	600	1050	800

Sehingga dari table 1 dapat dibentuk fungsi tujuan

$$\text{Maks } f(x) = 1600 x_1 + 1300 x_2 + 600 x_3 + 1050 x_4 + 800 x_5$$

3) Menentukan fungsi batasan

Fungsi batasan dibentuk berdasarkan masing-masing supermarket, kemudian mencari peluang masing-masing produk terhadap total produk tersebut diproduksi dengan syarat batasan harus lebih kecil dari jumlah pengiriman pada masing-masing supermarket.

Periode waktu yang digunakan selama 1 tahun yang dipartisi menjadi 4 bagian, setiap bagian terdiri dari 3 bulan (triwulan). Bentuk baku fungsi batasannya yaitu:

Tabel 2. Tabel Bentuk Baku Pengiriman Tape dan Olahannya

Toko \ Jenis	Koef $x_1$	Koef $x_2$	Koef $x_3$	Koef $x_4$	Koef $x_5$	Total
Tiara Group	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$	$a_{15}$	$\Sigma y_1$
Hardy's Group	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$	$a_{25}$	$\Sigma y_2$
Total	$\Sigma x_1$	$\Sigma x_2$	$\Sigma x_3$	$\Sigma x_4$	$\Sigma x_5$	$\Sigma xy$

Sehingga fungsi batasan yang dapat dibentuk adalah

**Fungsi batasan triwulan I (April, Mei, Juni)**

$$0,700 x_1 + 0,704 x_2 + 0,703 x_3 + 0,698 x_4 + 0,696 x_5 \leq 4266$$

$$0,300 x_1 + 0,296 x_2 + 0,297 x_3 + 0,302 x_4 + 0,304 x_5 \leq 1819$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

**Fungsi batasan triwulan II (Juli, Agustus, September)**

$$0,631 x_1 + 0,626 x_2 + 0,641 x_3 + 0,662 x_4 + 0,526 x_5 \leq 3968$$

$$0,369 x_1 + 0,374 x_2 + 0,359 x_3 + 0,338 x_4 + 0,474 x_5 \leq 2400$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

**Fungsi batasan triwulan III (Oktober, November, Desember)**

$$0,654 x_1 + 0,649 x_2 + 0,667 x_3 + 0,666 x_4 + 0,615 x_5 \leq 4003$$

$$0,346 x_1 + 0,351 x_2 + 0,333 x_3 + 0,336 x_4 + 0,385 x_5 \leq 2151$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

**Fungsi batasan triwulan IV (Januari, Februari, Maret)**

$$0,617 x_1 + 0,615 x_2 + 0,624 x_3 + 0,598 x_4 + 0,533 x_5 \leq 3624$$

$$0,383 x_1 + 0,385 x_2 + 0,376 x_3 + 0,402 x_4 + 0,467 x_5 \leq 2332$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

2. Menentukan titik optimum dengan menggunakan Metode Lagrange.

Setelah kita menentukan variabel keputusan, memodelkan fungsi tujuan dan fungsi batasan maka akan dicari nilai untuk masing-masing nilai  $x$ , untuk masing-masing triwulan dengan bantuan *software Maple*. Setelah memperoleh nilai  $x$ , maka akan dicari nilai  $\lambda$  untuk masing-masing kendala. Dengan

mengetahui titik-titik kritis dan nilai  $\lambda$ , substitusi ke dalam fungsi Lagrangian (Rao,[3]) yang didefinisikan sebagai berikut

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(x) \quad \text{untuk nilai } j=1,2,3,\dots,m \quad (1)$$

Sehingga akan diperoleh keuntungan maksimum penjualan tape beserta olahannya.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Menentukan nilai optimum pada triwulan 1, untuk mencari masing-masing nilai  $x$ , digunakan *software Maple* untuk mempermudah perhitungan, sehingga diperoleh nilai

$x_1 = 6063.3333$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 0$ ,  $x_4 = 0$ ,  $x_5 = 0$ . Dengan mengetahui nilai  $x$ , nilai  $\lambda$  diperoleh dengan cara mensubstitusi fungsi kendala ke dalam persamaan :

$$\lambda_j \cdot g_j(x) = 0$$

Maka akan diperoleh nilai  $\lambda_1 = 0$  dan  $\lambda_2 = 0$ . Dengan memasukkan nilai  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  dan  $\lambda_1, \lambda_2$  yang telah diperoleh ke dalam fungsi Lagrangian maka didapat nilai  $f(x) = 9701333$ .

Hasil tersebut menunjukkan bahwa perusahaan ini akan mencapai keuntungan maksimum apabila memproduksi tape kemasan besar ( $x_1$ ) sebanyak 6063 pcs. Produk lain seperti tape kemasan kecil ( $x_2$ ), jajan tape ( $x_3$ ), tape bakar ( $x_4$ ) dan tape ketan ( $x_5$ ) tidak perlu diproduksi. Karena hanya dengan memproduksi  $x_1$ , perusahaan akan mencapai keuntungan maksimum tanpa memproduksi produk yang lainnya yaitu sebesar Rp. 9.701.333

Dengan langkah yang sama seperti pada triwulan 1, maka hasil yang diperoleh untuk triwulan 2, 3 dan 4 apabila dibentuk dalam tabel maka hasilnya adalah

Tabel 3. Tabel Keuntungan Maksimum Triwulan

Triwulan	$x_1$ (pcs)	$x_2$ (pcs)	$x_3$ (pcs)	$x_4$ (pcs)	$x_5$ (pcs)	Keuntungan (Rp)
I	6.063	0	0	0	0	9.701.333
II	6.288	0	0	0	0	10.064.148
III	6.120	0	0	0	0	9.793.272
IV	5.874	0	0	0	0	9.397.730

Hal ini menunjukkan bahwa perusahaan ini akan mencapai keuntungan maksimum hanya dengan memproduksi tape kemasan besar ( $x_1$ ).

#### 4. Kesimpulan

- 1) Fungsi tujuan dibentuk dengan cara mengalikan keuntungan dengan masing-masing produk tape sehingga diperoleh model sebagai berikut:  
Maks  $f(x) = 1600x_1 + 1300x_2 + 600x_3 + 1050x_4 + 800x_5$
- 2) Dari triwulan I sampai IV, produk yang harus diproduksi adalah tape kemasan besar ( $x_1$ ). Jumlah produksi sebanyak 6063 pcs dengan keuntungan Rp. 9.701.333, 6288 pcs dengan keuntungan Rp. 10.061.489, 6121 pcs dengan keuntungan Rp. 9.793.272, dan 5874 pcs dengan keuntungan .

#### Daftar Pustaka

- [1] Bronson, R. 1982. *Theory and Problem of Operations Research*. USA: McGraw Hill Inc.
- [2] Cleland, D.I. dan D.F. Kacaogln. 1980. *Engineering Management*. Johannesburg: McGraw Hill International Book Company
- [3] Rao, S.S. 1984. "*Optimization Theory and Applications (Second Edition)*". USA: Deptt of mechanical Engg.San Diego State University