

Eficiencia en cunetas de sección triangular mediante ecuaciones de Chezy-Manning y Darcy-Colebrook en un modelo físico

LUIS EFRÉN AYALA ROJAS¹
CRISTIAN RODRIGO BOLAÑOS²
CRISTIAN CAMILO JIMÉNEZ³

RESUMEN

En el presente documento se muestran los resultados que se obtuvieron según una comparación entre la capacidad hidráulica de cunetas diseñadas a partir de las ecuaciones de Chezy-Manning y Darcy-Weisbach. Para esto se determinó la eficiencia y funcionamiento hidráulico de cunetas triangulares mediante estas dos expresiones matemáticas en un modelo físico, con lo cual se obtuvieron los criterios y las herramientas para el diseño de una estructura óptima, cumpliendo con los parámetros exigidos a partir de la normatividad existente.

Palabras clave: capacidad hidráulica, cuneta triangular, ecuación Chezy-Manning, ecuación Darcy-Weisbach, eficiencia.

¹ Ingeniero civil, Universidad de La Salle, Bogotá, Colombia. Profesor de Ingeniería Civil, Universidad de La Salle. Correo electrónico: layalar@unisalle.edu.co

² Ingeniero civil, Construcciones Mancipe & Pérez Ltda. Correo electrónico: ing_cristianbol@hotmail.com

³ Ingeniero civil, Consorcio Navarra 106. Correo electrónico: camilo8502@hotmail.com

FECHA DE RECEPCIÓN: 7 DE DICIEMBRE DE 2013 • FECHA DE APROBACIÓN: 9 DE MAYO DE 2014

Cómo citar este artículo: Ayala Rojas, L. E., Bolaños, C. R. y Jiménez, C. C. (2014). Eficiencia en cunetas de sección triangular mediante ecuaciones de Chezy-Manning y Darcy-Colebrook en un modelo físico. *Épsilon* (23), 105-125.

Efficiency in triangular-shaped ditches using Chezy-Manning and Darcy-Weisbach equations in a physical model

ABSTRACT

This paper presents the results obtained according to a comparison between the hydraulic capacities of ditches designed using Chezy-Manning and Darcy-Weisbach equations. For this purpose, efficiency and hydraulic performance of triangular-shaped ditches were determined using these two mathematical expressions in a physical model. This allowed to determine the criteria and tools for the design of an optimal structure, meeting the parameters required by existing regulations.

Keywords: hydraulic capacity, triangular-shaped ditch, Chezy-Manning equation, Darcy-Weisbach equation, efficiency.

Eficiência em valas de seção triangular mediante equações de Chezy-Manning e Darcy-Colebrook em um modelo físico

RESUMO

Neste documento se mostram os resultados obtidos e acordo com uma comparação entre a capacidade hidráulica de valas desenhadas a partir das equações de Chezy-Manning e Darcy-Weisbach. Para isto se determinou a eficiência e funcionamento hidráulico de valas triangulares mediante estas duas expressões matemáticas em um modelo físico, com o qual se obtiveram os critérios e as ferramentas para o desenho de uma estrutura ótima, cumprindo com os parâmetros exigidos a partir da normatividade existente.

Palavras chave: capacidade hidráulica, vala triangular, equação Chezy-Manning, equação Darcy-Weisbach, eficiência.

Introducción

En Colombia, la entidad reguladora en el diseño de cunetas es el Ministerio de Transporte a través de su entidad adscrita, el Instituto Nacional de Vías (Invías), que estableció un manual de drenaje para carreteras y otro de diseño geométrico de carreteras como normas para diseño de este tipo de estructuras hidráulicas. De acuerdo con esta normatividad, la revisión de capacidad hidráulica para cunetas se realiza a través de la ecuación de Manning (1889). Esta es la evolución de la fórmula de Chézy para canales abiertos, que por su naturaleza empírica puede llegar a ser imprecisa e inexacta (Chow, 1994). Por esta razón, su uso y aplicación puede incurrir en deficiencias en el diseño de canales —en este caso cunetas para drenaje en vías—.

La infraestructura destinada al transporte y la movilidad que permita acceso a toda la extensión del territorio nacional desempeña un papel de gran importancia en la economía colombiana. Por eso es imprescindible el diseño de cunetas eficientes y económicamente viables —que tengan un buen desempeño en condiciones críticas— para el drenaje en carreteras, de tal forma que den condiciones de movilidad seguras para el usuario. Por este motivo, es importante establecer herramientas que permitan realizar mejores diseños, para evitar que se generen gastos económicos adicionales en mantenimiento.

Con base en este tema se han realizado varios estudios que han tenido un enfoque diferente al del presente documento. En algunos de estos se indica el dimensionamiento de cunetas triangulares urbanas para Bogotá, con el empleo de la ecuación de Darcy-Weisbach, en conjunto con la de Colebrook-White (según Marbello y Cárdenas, 2011b y 2011c). En estos se realizó un planteamiento del diseño de este tipo de estructuras de acuerdo con estas ecuaciones para realizar un dimensionamiento correcto.

El objetivo de la presente investigación fue establecer las herramientas o criterios de diseño de cunetas que mitiguen los problemas provocados por eventos pluviales, de forma tal que se mejoren las condiciones de movilidad y además se evite la generación de gastos económicos. Para esto se realizó una comparación de la eficiencia de cunetas triangulares mediante las ecuaciones de Chezy-Manning y Darcy-Weisbach en un modelo físico, el cual permitió establecer las caracterís-

ticas principales para determinar el funcionamiento, la eficiencia y la capacidad hidráulica.

Marco teórico

Las cunetas son elementos de transporte de aguas en un alcantarillado pluvial para su posterior conducción hacia un sistema de captación. Considerando que por lo general el área aferente a las cunetas es inferior a una hectárea (1,0 ha), para la obtención de los caudales de diseño se emplea el método racional.

$$Q = 2,78 C * I * A \quad (1)$$

Donde:

C = coeficiente de escorrentía, corresponde al coeficiente ponderado de los diferentes tipos de área aportante.

I = intensidad promedio de la lluvia, es calculada a partir de la curva intensidad-duración-frecuencia (IDF) del proyecto, para el periodo de retorno seleccionado y un tiempo de concentración mínimo.

A = área de drenaje, debe incluir la calzada o media calzada de la vía, se debe considerar el perfil de diseño geométrico que establece los límites o puntos altos que definen los sentidos de drenaje hacia las cunetas.

Ecuación para diseño de una cuneta triangular asimétrica, a partir de la ecuación de Manning

La ecuación actualmente aceptada y que se usa para el diseño de cunetas es la de Manning (según Marbello y Cárdenas, 2011a). De acuerdo con la geometría de la cuneta, esta ecuación puede tomar diferentes formas como se muestra a continuación para la cuneta triangular. La ecuación de Manning se expresa de la siguiente manera:

$$Q = \frac{\Phi A^{5/3}}{n P^{2/3}} S_o^{1/2} \quad (2)$$

Donde:

Q = Caudal de diseño (m^3/s)

A = Área mojada (m^2)

P = Perímetro mojado (m)

R_H = Radio hidráulico (m)

S_o = Pendiente longitudinal de cuneta

n = Coeficiente de rugosidad de Manning

ϕ = Coeficiente empírico (ϕ : $1m^{1/3}/s$)

La cuneta de sección triangular asimétrica es otro caso particular de la sección trapezoidal con ancho igual a cero ($B = 0$).

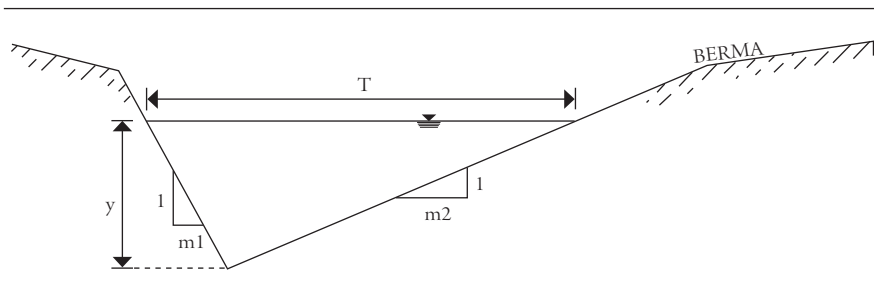


Figura 1. Sección transversal de una cuneta triangular asimétrica

Fuente: Marbello y Cárdenas (2011a).

Por lo tanto la ecuación es:

$$Q = \left(\frac{\phi S_o^{1/2}}{2^{5/3} n} \right) \frac{(m_1 + m_2)^{5/3} y^{8/3}}{\left(\sqrt{1 + m_1^2} + \sqrt{1 + m_2^2} \right)^{2/3}} \quad (3)$$

Donde:

T = Ancho superficial del agua

Y = Profundidad de la lámina de agua

m_1 y m_2 = Talud lateral de cuneta

Ecuación para diseño de una cuneta triangular asimétrica, a partir de la ecuación de Darcy & Weisbach, en conjunto con la de Colebrook & White

Con base en la ecuación de Darcy-Weisbach (4) y de la de Colebrook-White (5), se puede obtener la ecuación conjunta (6), válida para flujos en conductos a presión (Marbello y Cárdenas, 2011a)

$$h_f = f * \frac{L}{D} * \frac{V^2}{2g} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{K_s}{3,7D} + \frac{2,51}{R\sqrt{f}} \right) \quad (5)$$

$$V = -2\sqrt{2gDS_f} \log \left(\frac{K_s}{3,7D} + \frac{2,51\nu}{D\sqrt{2gDS_f}} \right) \quad (6)$$

de donde L (ecuación 4) y D (ecuación 4, 5 y 6) son la longitud y el diámetro del conducto, respectivamente; f (ecuación 4 y 5) es el factor de fricción, K_s representa la rugosidad absoluta del material del conducto; R es el número de Reynolds del flujo ($R: VD/\nu$); V es la velocidad media del flujo; ν es la viscosidad cinemática del fluido, y S_f representa la pérdida de carga, h_f por unidad de longitud ($S_f: h_f/L$), también llamada pérdida de carga unitaria o pendiente de fricción. La ecuación de diseño de esta cuneta se puede deducir a partir de la ecuación de la sección trapezoidal, haciendo el ancho igual a cero ($B = 0$), de lo que resulta:

$$Q = \left(\frac{\theta S_f^{\frac{1}{2}}}{n} \right) \frac{\left[B + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)y \right]^{\frac{5}{3}} y^{\frac{5}{3}}}{\left[B + \left(\sqrt{1+m_1^2} + \sqrt{1+m_2^2} \right) y \right]^{\frac{2}{3}}} \quad (7)$$

Metodología

El desarrollo metodológico de la investigación se enfocó en verificar mediante cuál ecuación se puede dar el diseño óptimo de una cuneta triangular asimétrica. Todo esto se realizó a través de un modelo físico, ya que con este se debían identificar y analizar parámetros y condiciones principales para este tipo de estructuras en el lugar de aplicación (cualquier lugar) y así posteriormente establecer las condiciones existentes hasta ese momento (Bernal, 2000).

Etapa 1. Diseño y evaluación de variables

De acuerdo con la problemática expuesta, se evaluaron las variables que tienen en cuenta las entidades reguladoras para la construcción de este tipo de estructuras, para este caso el Inviás y la Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá (EAAB), y se determinó qué otro tipo de variables deben tener en cuenta para el diseño. Posteriormente se realizó el análisis de cada una de las variables, con base en la teoría expuesta, lo que permitió justificar el posible comportamiento esperado en la etapa de construcción y ejecución del modelo físico (Saldarriaga, 2005).

Etapa 2. Construcción y ejecución del modelo físico

Según los resultados obtenidos en la etapa de diseño y evaluación de variables, se debió adecuar una cuneta de sección triangular asimétrica en concreto. De esta manera, se pudo establecer de forma experimental el comportamiento hidráulico para este tipo de estructuras (Orozco y Chávez, 2010). Para llevar a cabo el desarrollo metodológico del modelo físico, este se adecuó a las principales variables y condiciones que se pueden encontrar en una vía urbana. La figura 2 expone cada uno de los elementos que intervienen en el modelo físico, que consta de los siguientes componentes:

Sistema de bombeo. Está conformado por dos electrobombas; la primera que cuenta con un caudal de 3,40 l/s (figura 3), y la segunda electrobomba sumergible que posee un caudal de 1,25 l/s (figura 4), las cuales están conectadas a un vertedero por medio de una tubería de 1", respectivamente.

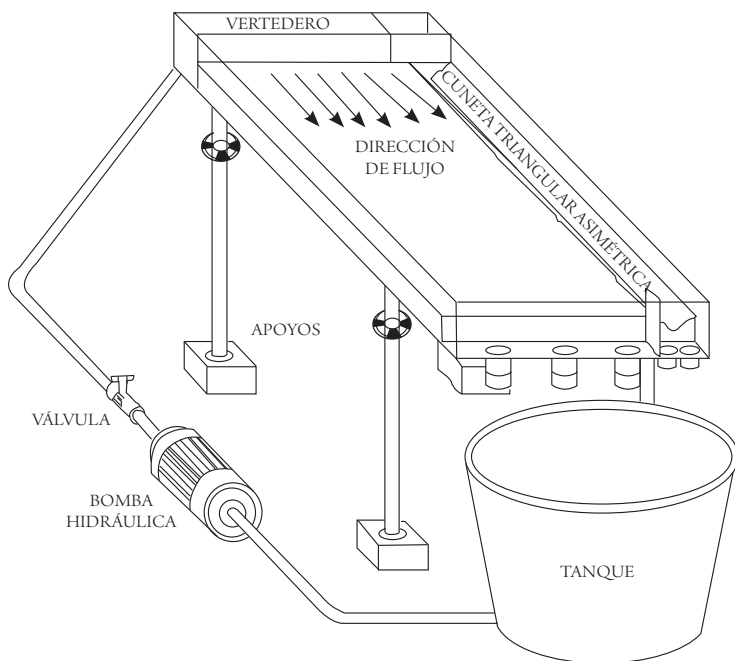


Figura 2. Modelo físico vía urbana

Fuente: elaboración propia.



Figura 3. Electrobomba

Fuente: elaboración propia.

Finalmente, la caja del vertedero cuenta con un sistema en T compuesto por tubería de y dos codos de 45° (figura 5) del mismo diámetro, el cual permite disipar la energía generada por las electrobombas, evitando la turbulencia y el resalto hidráulico (figura 6).

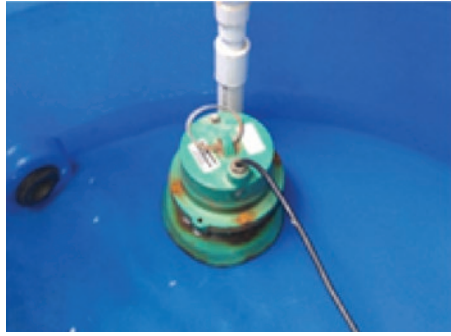


Figura 4. Electrobomba sumergible

Fuente: elaboración propia.



Figura 5. Salida en T caja del vertedero

Fuente: elaboración propia.



Figura 6. Lámina de agua

Fuente: elaboración propia.

Sistema de captación. Se compone de dos partes; la primera está definida por tres tuberías de 1 1/2", las cuales permiten el correcto aforo del caudal de escorrentía del modelo (figura 7). La segunda parte consta de dos accesorios de 2", los cuales forman parte del sistema de aforo del caudal captado (figura 8). Se busca permitir que la lámina de agua sea constante simulando el flujo normal de escorrentía que se produce en un evento.



Figura 7. Sistema de aforo escorrentía

Fuente: elaboración propia.



Figura 8. Sistema de aforo cuneta

Fuente: elaboración propia.

Sistema de apoyo. Está constituido mediante cuatro apoyos de 4" de diámetro. Cada uno de estos apoyos cuenta con un sistema de variación de pendientes (figura 9), el cual permite obtener varios rangos de pendientes tanto longitudinales como transversales.



Figura 9. Sistema de variación de pendiente

Fuente: elaboración propia.

Montaje y prueba. En principio se hizo una limpieza del modelo. Luego se simuló la estructura de pavimento con láminas de poliestireno expandido de 1 m de largo, 0,8 m de ancho y 0,05 m de espesor para formar una profundidad de 0,1 m. Posteriormente se instaló la cuneta metálica; de esta manera, se logró garantizar que las secciones cumplieran con las medidas diseñadas (figura 10). Luego de la instalación de la cuneta se sellaron todas las uniones con silicona para evitar la filtración de agua en el modelo.

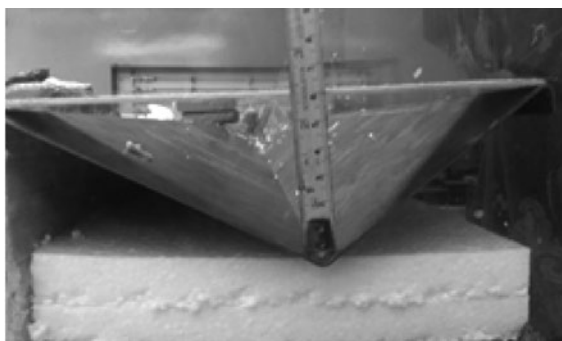


Figura 10. Sección transversal de diseño con Manning

Fuente: elaboración propia.

Para la capa de rodadura se utilizó una mezcla de mortero 1:4 la cual nos da una resistencia de 3400 PSI. Esta estructura cuenta con un espesor de 5 mm, para garantizar este espesor se hizo mediante balso cuadrado del mismo espesor (figura 11).

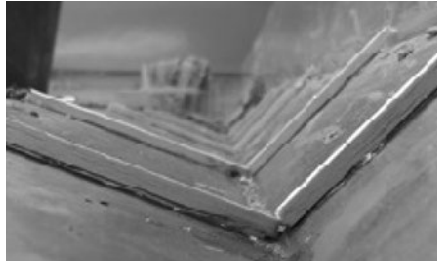


Figura 11. Sistema constructivo recubrimiento

Fuente: elaboración propia.

Se reforzó cada una de las uniones que se encontraron en el modelo físico con Sikaflex 1A, que es un sellante hidráulico el cual permite que la zona donde sea aplicado quede impermeabilizada evitando pérdidas en el modelo y garantizando al máximo que el caudal fluya de manera constante a través de la estructura hidráulica. Las pendientes fueron calibradas mediante una regla adecuada para el modelo con un rango mínimo de 0 % y un máximo de 20 %, mediante la cual se logró obtener los rangos de pendientes deseados para las pendientes en los extremos del modelo y así garantizar su correcta nivelación (figura 12).



Figura 12. Calibración de pendiente longitudinal

Fuente: elaboración propia.

Finalmente se obtuvieron cuatro rangos de caudal diferente, esto se logró con la combinación de las dos electrobombas.

Mediante el aforo de caudales por el método gravimétrico se obtuvo el peso de una cantidad de volumen para un tiempo determinado (Ayala, 2012). Los caudales establecidos son el mínimo de 1,25 l/s (producido por el funcionamiento de la electrobomba sumergible), dos caudales medios que se obtuvieron en orden ascendente de 2,92 l/s (que se produjo de graduar mediante la válvula la electrobomba sumergible logrando un funcionamiento del 50 %) y uno de 1,67 l/s (que se obtuvo de la misma forma y que sumado al caudal producido por la electrobomba de piso generó el caudal propuesto), el tercer caudal de 3,40 l/s se logró a través del funcionamiento al 100 % de la electrobomba.

Finalmente, el caudal máximo del modelo se obtuvo mediante la combinación de las dos electrobombas mencionadas antes, lo que produjo un caudal máximo de 4,65 l/s. El proceso de aforo de caudal se realizó mediante el método gravimétrico, de lo cual se obtuvieron los caudales de escorrentía y de captación (figura 13), se hallaron individualmente dos pesos para un mismo tiempo, y se logró reducir el margen de error.



Figura 13. Proceso de aforo

Fuente: elaboración propia.

Etapa 3. Comparación de ecuaciones de Chezy-Manning y Darcy-Weisbach

Se compararon las diferencias de las variables propuestas en la etapa diseño y la evaluación con los datos obtenidos en la etapa de construcción y ejecución del

modelo físico. De esta manera, se podrá establecer qué ecuación de diseño permite obtener una cuneta de sección triangular asimétrica en concreto óptima, y bajo qué criterios se llegó a esta comprobación.

Toma de datos

Tabla 1. Variables

	1,25
	2,92
Caudal (l/s) (Q)	1,67
	3,4
	4,65
Pendiente longitudinal (S)	0% A 13,5% incrementando cada 1,5%
Pendiente transversal (Z)	0% A 4,5% incrementando cada 0,5%

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con las variables seleccionadas se realizó cada uno de los ensayos para cada dato (figura 14).

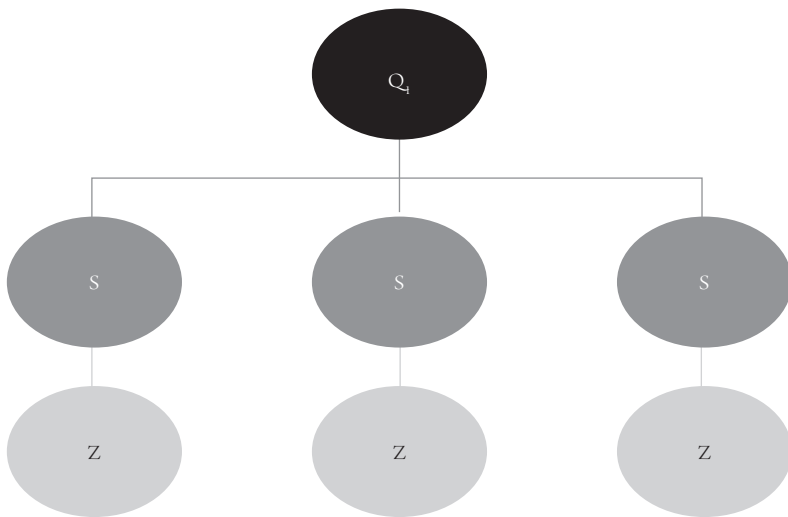


Figura 14. Pruebas de laboratorio

Fuente: elaboración propia.

Análisis de resultados

En la información mostrada la eficiencia se determina de la siguiente forma:

$$ef = \frac{Q_{cap}}{Q_T} \quad (8)$$

Donde:

ef = eficiencia

Q_{cap} = Caudal captado

Q_T = Caudal total

En la figura 15 se ilustran los resultados relacionados en la toma datos descritos con anterioridad. En esta se identifica el comportamiento que presenta la eficiencia de cunetas triangulares con respecto al caudal y la pendiente longitudinal, a partir del uso de la ecuación de Manning.

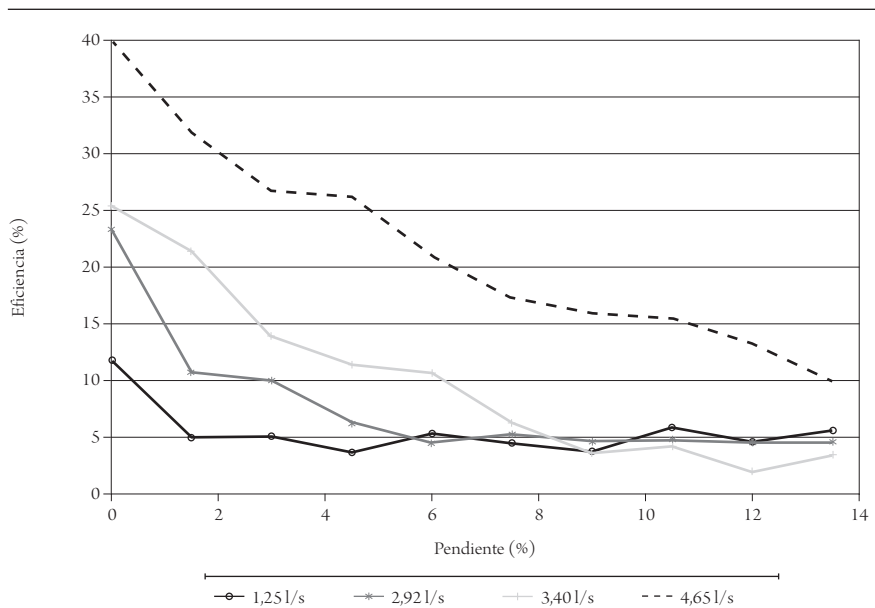


Figura 15. Pendientes longitudinal vs. eficiencia a partir de la ecuación de Manning

Fuente: elaboración propia.

En la gráfica se puede apreciar:

- Para el valor máximo de caudal utilizado de 4,65 l/s la eficiencia es del 40 % para una pendiente del 0 %.
- Para los valores de caudal trabajados (1,25, 2,92 y 3,4) l/s, la eficiencia se mantiene cerca al 5 %, para valores de pendiente longitudinal de 4 a 13 %.
- En todos los valores de caudal (4,65, 3,4, 2,92, 1,25) l/s, se aprecia en la gráfica que a mayor pendiente disminuye la eficiencia.

En la figura 16 se ilustran los resultados relacionados en la toma datos descritos con anterioridad. En esta se identifica de forma gráfica el comportamiento que presenta la eficiencia de cunetas triangulares con respecto al caudal y la pendiente transversal, a partir del uso de la ecuación de Manning.

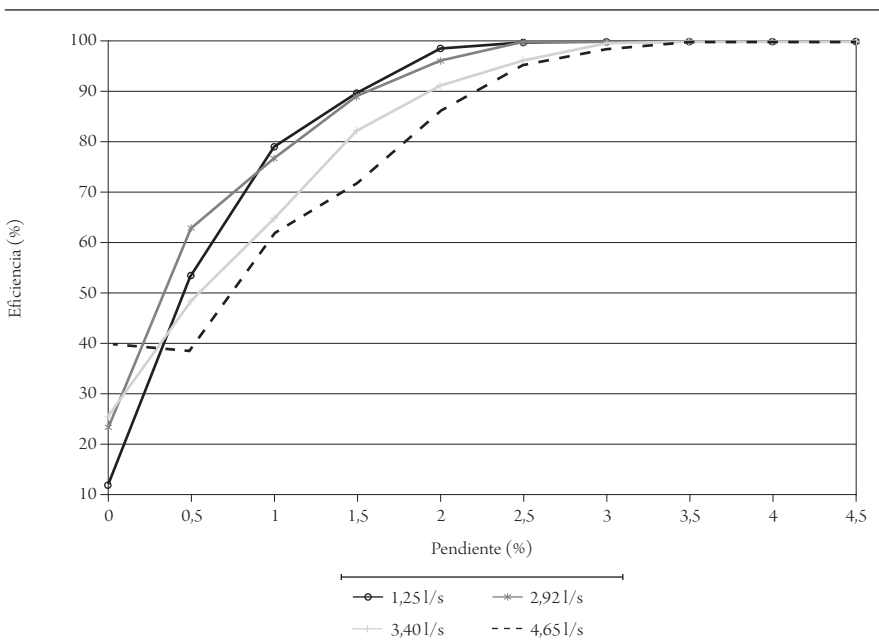


Figura 16. Pendientes transversal vs. eficiencia a partir de la ecuación de Manning

Fuente: elaboración propia.

En la figura 16 se puede apreciar:

- Para el caudal 1,25 l/s y pendiente transversal de 0% se presenta la mínima eficiencia para los caudales estudiados.
- A medida que se incrementa el caudal aumenta la eficiencia para las diferentes pendientes transversales medidas.
- Para los valores de caudal trabajados (1,25, 2,92, 3,4 y 4,65) l/s en el rango de pendiente transversal de 2,5 a 4,5% la eficiencia es del 100%.
- Para el caudal máximo de 4,65 l/s la eficiencia es del 40% para la pendiente transversal de 0%, y se mantiene constante hasta 0,5% y a partir de ese valor aumenta con el incremento de la pendiente transversal.

En la figura 17 se ilustran los resultados relacionados en la toma de datos descritos con anterioridad. Se identifica de forma gráfica el comportamiento que presenta la eficiencia de cunetas triangulares con respecto al caudal y la pendiente longitudinal, a partir del uso de la ecuación de Darcy-Weibasch.

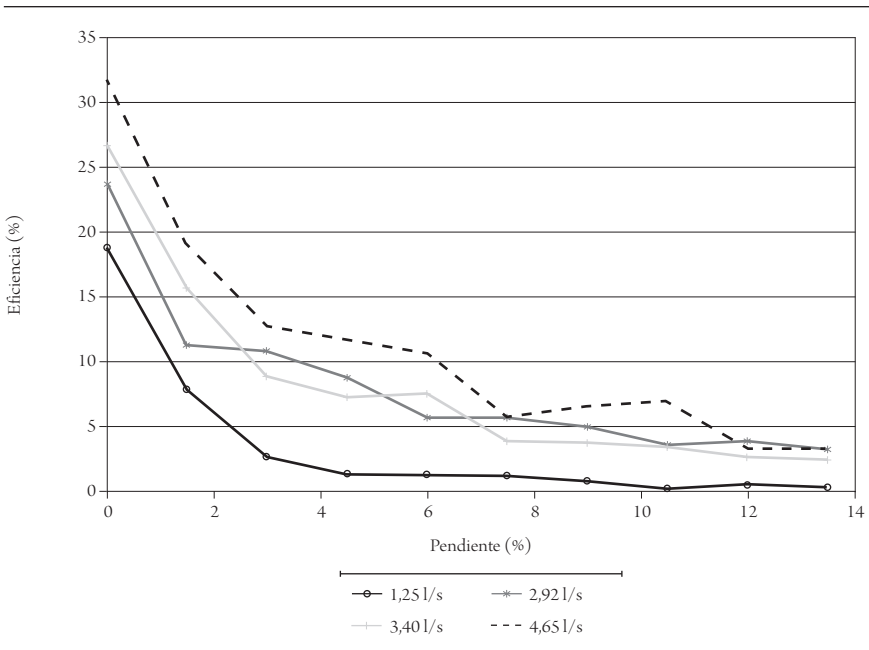


Figura 17. Pendientes longitudinal vs. eficiencia a partir de la ecuación de Darcy

Fuente: elaboración propia.

En la figura 17 se puede apreciar:

- Para el valor máximo de caudal utilizado de 4,65 l/s la eficiencia es del 31 % para una pendiente del 0 %.
- Para el caudal 1,25 l/s y pendiente transversal de 0 % se presenta la mínima eficiencia (18 %) para los caudales estudiados.
- En todos los valores de caudal (4,65; 3,4; 2,92; 1,25) l/s, se aprecia en la gráfica que a mayor pendiente disminuye la eficiencia.
- Para los valores de caudal la eficiencia se encuentra en un rango del 2 al 12 % para pendientes entre el 3 y el 13 %.

En la figura 18 se ilustran los resultados relacionados en la toma de datos descritos con anterioridad. Se identifica de forma gráfica el comportamiento que presenta la eficiencia de cunetas triangulares con respecto al caudal y la pendiente transversal, a partir del uso de la ecuación de Darcy-Weibasch.

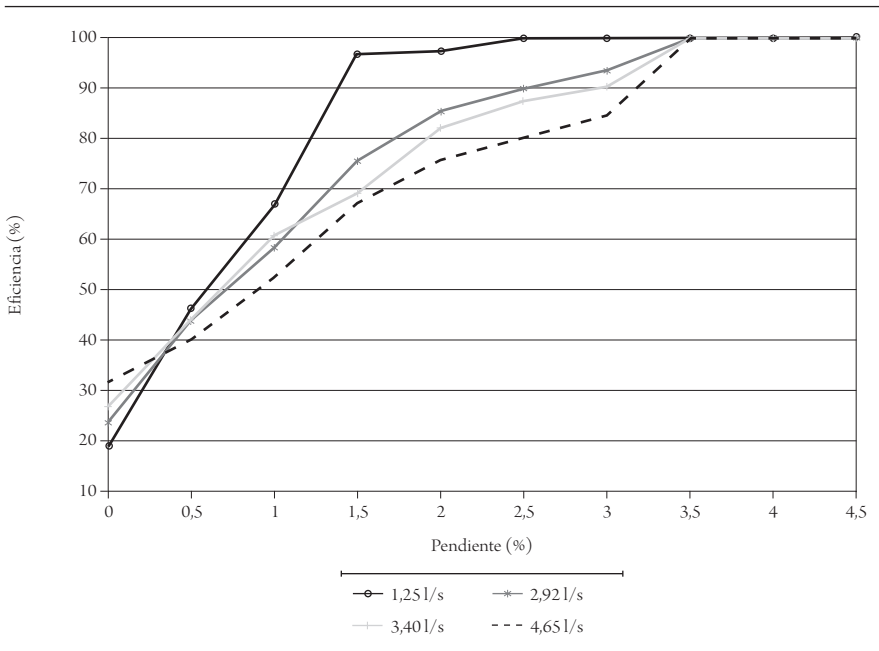


Figura 18. Pendientes transversal vs. eficiencia a partir de la ecuación de Darcy

Fuente: elaboración propia.

En la figura 18 se puede apreciar:

- Para el caudal 1,25 l/s y pendiente transversal de 0 % se presenta la mínima eficiencia para los caudales estudiados.
- Para los valores de caudal trabajados (1,25; 2,92; 3,4 y 4,65) l/s, la eficiencia es del 100 % con una pendiente transversal del 3,5 %.
- Para el caudal 1,25 l/s se presenta el 100 % de eficiencia para un rango de pendiente transversal 2,5 al 3,5 %.
- Para el caudal máximo de 4,65 l/s la eficiencia es del 40 % para la pendiente transversal de 0 % y se mantiene constante hasta 0,5 % y a partir de ese valor aumenta con el incremento de la pendiente transversal.

Conclusiones y recomendaciones

Con base en los datos relacionados en los ensayos de laboratorio y resumen de las gráficas mostradas se obtuvieron valores de eficiencia así:

Tabla 2. Comparación de eficiencias

CAUDAL (L/s)	EFICIENCIA (%) A PARTIR DEL DISEÑO Darcy-COLEBROOK	EFICIENCIA (%) A PARTIR DEL DISEÑO MANNING
3,40	26,72	25,38
2,92	23,69	23,27
1,25	18,82	11,81
4,65	31,75	39,99

Fuente: elaboración propia.

- Para el caudal de 4,65 l/s y con una pendiente del 0 % se evidencia que la eficiencia encontrada con el diseño de la ecuación de Manning es de 39,99 % y con la ecuación de Darcy-Colebrook es de 31,75 %, con lo cual se establece que la ecuación de Manning presenta una mayor eficiencia para caudales mayores al caudal de diseño.

- Se establece que el diseño de una cuneta triangular asimétrica a partir de la ecuación de Darcy, para caudales menores al caudal de diseño, presenta una mejor eficiencia comparada con la eficiencia encontrada para la sección diseñada a partir de la ecuación de Manning.
- Para caudales mayores al caudal de diseño, la eficiencia de las cunetas se incrementa para la sección encontrada a partir de la ecuación de Manning en comparación a la encontrada con los diseños realizados con la ecuación de Darcy-Colebrook.
- Desde el punto de vista hidráulico para pendientes longitudinales iguales a 0 %, las dos ecuaciones tanto de de Darcy-Colebrook como la Manning presentan la mejor eficiencia.
- Se recomienda desde el punto de vista hidráulico que la pendiente transversal mínima para obtener una eficiencia de captación del 100 % es del 3,5 %. Esto aplica para diseños realizados, ya sea con la ecuación de Manning o con la ecuación de Darcy-Colebrook.
- A medida que se aumentan los valores de los rangos de pendientes disminuye la eficiencia de la captación de las cunetas para diseños con cualquiera de las dos ecuaciones usadas, debido a que la velocidad del flujo de escorrentía aumenta de manera considerable al incremento de pendiente.
- El diseño de cunetas de sección triangular asimétrica con revestimiento en concreto tiene un mejor comportamiento hidráulico cuando se realiza a partir de la ecuación de Darcy-Weisbach, ya que arrojó unos valores mayores de eficiencia que con la de Colebrook-White.

Referencias

- Ayala, L. E. (2012). *Guías de laboratorio de hidráulica*. 1 ed. Bogotá: Universidad de La Salle.
- Bernal, C. A. (2000). *Metodología de la investigación*. Bogotá: Prentice Hall.
- Chow, V. T. (1994). *Hidráulica de canales abiertos*. Bogotá: McGraw-Hill.
- Instituto Nacional de Vías. (2008). Diseño de la sección transversal de la carretera. Cunetas (cap. 5). *Manual de diseño geométrico de carreteras*. Bogotá.

- Instituto Nacional de Vías. (2009). Drenaje superficial. Cunetas (cap. 4). *Manual de drenaje para carreteras*. Bogotá.
- Marbello, R. y Cárdenas, M. (s. f.). *Ecuaciones de diseño de cunetas recomendadas en el Manual de Drenaje para Carreteras, empleando la ecuación de Manning y la ecuación de Darcy & Weisbach - Colebrook & White*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Marbello, R. y Cárdenas, M. (2011a). *Dimensionamiento de cunetas triangulares urbanas, empleando la ecuación de Darcy & Weisbach, en conjunto con la ecuación de Colebrook & White en la ciudad de Bogotá D. C.* Bogotá: Sociedad Colombiana de Ingenieros.
- Marbello, R. y Cárdenas, M. (2011b). *Precisión y corrección a la ecuación de diseño de cunetas triangulares urbanas de aguas lluvias, establecida en normas de diseño colombianas en la ciudad de Bogotá D. C.* Bogotá: Sociedad Colombiana de Ingenieros.
- Marbello, R. y Cárdenas, M. (2011c). *Ecuaciones de diseño de cunetas recomendadas en el Manual de Drenaje para Carreteras, empleando la ecuación de Manning y la ecuación de Darcy & Weisbach - Colebrook & White en la ciudad de Medellín*. Bogotá: Sociedad Colombiana de Ingenieros.
- Orozco, A. F. y Chávez, J. C. (2010). *Modelación física de rejillas metálicas para sumideros en alcantarillados en la ciudad de Bogotá*. Bogotá: Universidad de La Salle, Programa de Ingeniería Civil.
- Saldarriaga, J. (2005). *Modelación en hidráulica (notas de clase)*. Bogotá: Universidad de los Andes.

