

# Control PID con diferencial electrónico para dos motores CD sin escobillas

FRANCISCO E. MORENO GARCÍA<sup>1</sup>

JOSÉ A. BECERRA VARGAS<sup>2</sup>

JUAN J. QUIROZ OMAÑA<sup>3</sup>

## RESUMEN

Este documento presenta una sintonización PID de velocidad angular para un sistema de control con diferencial electrónico para dos motores eléctricos sin escobillas de imanes permanentes en eje de ruedas en el vehículo Lizard. El principal objetivo es permitir que el vehículo pueda realizar una curva sin dificultades, puesto que carece de diferencial mecánico al poseer motor independiente en cada rueda. Se realizaron tres sintonizaciones, dos de ellas basadas en la curva de respuesta en lazo abierto en forma de  $s$ , por Ziegler-Nichols y Cohen Coon, y una tercera sintonización de ensayo y error. Se comparan las tres sintonizaciones para una entrada escalón, una entrada senoidal y una tipo rampa. Se observa una respuesta muy similar entre la sintonización Ziegler-Nichols y Cohen Coon, siendo ligeramente de más rápida respuesta la de Cohen-Coon para una entrada escalón y senoidal, pero ligeramente más lenta para una entrada tipo rampa. Sin embargo, ambas sintonizaciones presentaron sobreamortiguamiento elevado para una respuesta escalón. La sintonización por ensayo y error fue más lenta que las demás pero presentó una respuesta equilibrada, por su menor sobreamortiguamiento. La sintonización manual logró mejores resultados; al contar con el modelo matemático del sistema y con el software para simulación permite optimizar los resultados de sintonizaciones como Ziegler-Nichols o Cohen-Coon.

**Palabras clave:** diferencial electrónico, motor sin escobillas CD, sintonización Ziegler-Nichols, sintonización Cohen-Coon.

<sup>1</sup> Doctor en Ingeniería Mecánica. Grupo de Investigación en Automatización y Control, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia. Correo electrónico: femgarcia@ufps.edu.co

<sup>2</sup> Magister en Controles Industriales. Grupo de Investigación en Automatización y Control, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia. Correo electrónico: josearmandobv@ufps.edu.co

<sup>3</sup> Ingeniero electrónico. Grupo de Investigación en Automatización y Control, Universidad Francisco de Paula Santander, Cúcuta, Colombia. Correo electrónico: juanjoseqo@ufps.edu.co

FECHA DE RECEPCIÓN: 19 DE DICIEMBRE DE 2013 • FECHA DE APROBACIÓN: 29 DE ABRIL DE 2014

Cómo citar este artículo: Moreno García, F.E., Becerra Vargas, J.A. y Quiroz Omaña, J.J. (2014). Control PID con diferencial electrónico para dos motores CD sin escobillas. *Épsilon* (23), 11-31.

## *PID control with electronic differential for two brushless DC motors*

### ABSTRACT

This document presents an angular velocity PID tuning for a control system with electronic differential for two brushless electric motors with permanent magnets in the wheel axles in Lizard vehicle. The main objective is to allow the vehicle to make a smooth curve, since it has no mechanical differential due to independent motors at each wheel. Three tunings were performed, two of them based on the open-loop response curve in  $s$ , by Ziegler-Nichols and Cohen-Coon, and a third trial and error tuning. The three tunings are compared for a step input, a sinusoidal input and a ramp-type input. A very similar response is observed between the Ziegler-Nichols tuning method and the Cohen-Coon one, being slightly faster the Cohen-Coon response for step and sinusoidal inputs, but slightly slower for a ramp-type input. However, both types of tunings had high overdamping for a step response. The trial and error tuning was slower than the others but presented a balanced answer, due to lesser overdamping. Manual tuning achieved better results; having the mathematical model of the system and the simulation software allow us to optimize the results of tunings like the Ziegler-Nichols and the Cohen-Coon ones.

**Keywords:** electronic differential, brushless CD motor, Ziegler-Nichols tuning, Cohen-Coon tuning.

---

### *Controle PID com diferencial eletrônico para dois motores CD sem escovas*

### RESUMO

Este documento apresenta uma sintonização PID de velocidade angular para um sistema de controle com diferencial eletrônico para dois motores elétricos sem escovas de ímãs permanentes em eixo de rodas no veículo Lizard. O principal objetivo é permitir que o veículo possa realizar uma curva sem dificuldades, sendo que carece de diferencial mecânico ao possuir motor independente em cada roda. Realizaram-se três sintonizações, duas delas baseadas na curva de resposta em laço aberto em forma de  $s$ , por Ziegler-Nichols e Cohen Coon, e uma terceira sintonização de ensaio e erro. Comparam-se as três sintonizações para uma entrada escalonada (em degraus), uma entrada senoidal e uma entrada tipo rampa. Observa-se uma resposta muito similar entre a sintonização Ziegler-Nichols e Cohen Coon, sendo ligeiramente de mais rápida resposta a de Cohen-Coon para uma entrada escalonada (em degraus) e senoidal, mas ligeiramente mais lenta para uma entrada tipo rampa. Porém, ambas as sintonizações apresentaram sobre amortecimento elevado para uma resposta escalonada. A sintonização por ensaio e erro foi mais lenta que as outras, mas apresentou uma resposta equilibrada, devido ao seu menor sobre amortecimento. A sintonização manual conseguiu melhores resultados; ao contar com o modelo matemático do sistema e com o software para simulação permite aperfeiçoar os resultados de sintonizações como Ziegler-Nichols ou Cohen-Coon.

**Palavras chave:** diferencial eletrônico, motor sem escovas CD, sintonização Ziegler-Nichols, sintonização Cohen-Coon.

## Introducción

Con el paso del tiempo, las grandes ciudades se han estado enfrentando a dos grandes problemas que siguen en crecimiento alarmante: movilidad y contaminación. La creciente demanda por automóviles de motor de combustión para transportar una única persona ha ocasionado grandes problemas de congestión en las calles y autopistas, debido a que evidentemente la cantidad de vehículos es superior a la infraestructura que ofrece la mayoría de las ciudades (Quiroz, 2011). Todo ello se asocia con un aumento en la contaminación proveniente del incremento de los vehículos. Por ello, otras alternativas de transporte han estado en crecimiento los últimos años, como vehículos compactos para una, dos o hasta cuatro personas con impulsores alternativos, como motores eléctricos. Dichos vehículos proporcionan una solución a los problemas de movilidad de las grandes ciudades por su tamaño compacto y sus emisiones contaminantes casi nulas. Uno de esos vehículos es Lizard (Quiroz, 2011), una propuesta de bajo costo para solucionar los grandes problemas de movilidad y contaminación en Bogotá.

Lizard es un vehículo de tres ruedas de tamaño compacto para dos personas, con tracción trasera, impulsado por dos motores eléctricos en eje de rueda. Al contar con tracción independiente en cada rueda trasera evita pérdidas por fricción al no utilizar transmisiones mecánicas, incluyendo el sistema diferencial. Sin embargo, al no contar con un sistema diferencial, el vehículo no podría realizar giros en las curvas sin desgastar excesivamente los cauchos o con buena estabilidad (Serrano, 2012), por lo que el sistema de control debe incorporar un diferencial electrónico.

En la figura 1 se aprecia un esquema general del vehículo Lizard con sus componentes generales del sistema de control, compuesto por dos motores eléctricos traseros en eje de rueda (las ruedas traseras que están subrayadas), un sensor de velocidad angular para cada motor; un diferencial electrónico que contiene a su vez un esquema interno de control PID para cada motor. El diferencial electrónico recibe los datos del acelerador y el ángulo de giro de las ruedas y controla la velocidad de cada variador.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: en el apartado “Modelo matemático” se describen las ecuaciones que rigen el comportamiento del motor; en el siguiente, “Diferencial electrónico”, se muestran las ecuaciones que describen el funcionamiento de un diferencial mecánico en función de geometrías y condi-

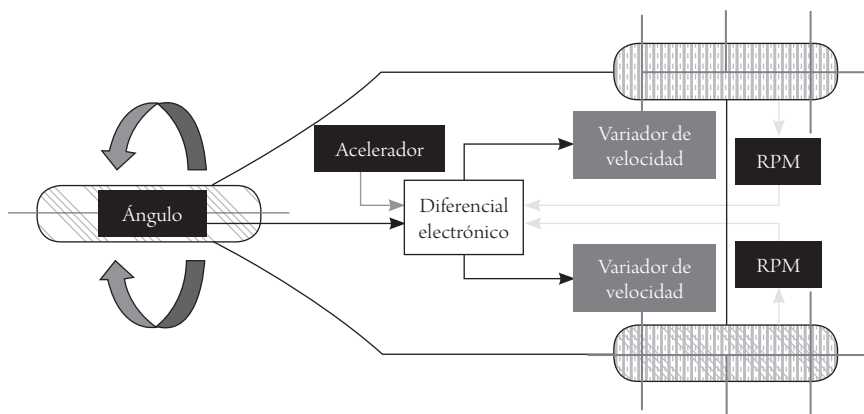


Figura 1. Esquema general del sistema de control del vehículo Lizard

Fuente: elaboración propia.

ciones del vehículo; en la sección “Sintonización PID” se ilustra la sintonización de un controlador proporcional integral derivativo (PID) por varias técnicas de sintonización; en el apartado “Resultados experimentales” se presentan los resultados de las sintonizaciones, y, finalmente, en la sección “Conclusiones” se discuten los resultados.

## Modelo matemático

### Motor CD sin escobillas

El motor sin escobillas trifásico conectado en estrella puede apreciarse en la figura 2. Según sea la posición del rotor, la cual puede ser determinada por los sensores de efecto *hall*, se realiza una conmutación que activa una pareja de transistores por vez (Akin y Bhardwaj, 2010). El modelo del motor tiene una parte mecánica y eléctrica, lo que permite que sea analizado como un motor de corriente directa (Dobra, 2000). En la tabla 1 se muestran las abreviaturas de las variables usadas en el desarrollo de las ecuaciones así como sus símbolos y magnitudes.

El motor funciona de a dos fases al tiempo; mientras un par de transistores están conduciendo, los otros cuatro están en circuito abierto (Akin y Bhardwaj, 2010). Por ejemplo, si Q1 y Q4 conducen, Q2, Q3, Q5 y Q6 no lo hacen, lo que permite

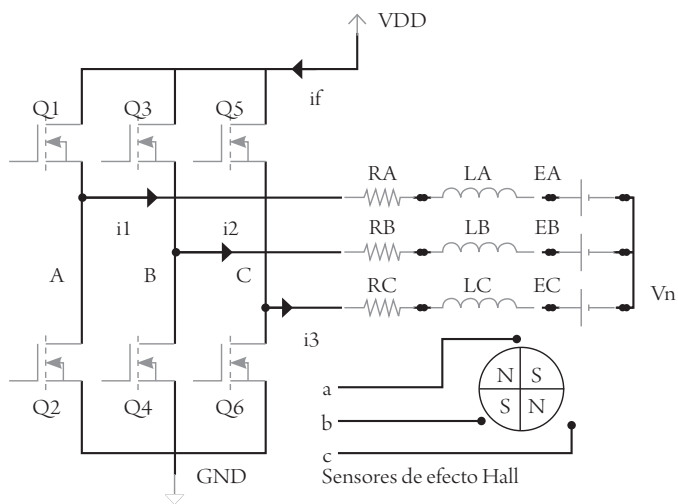


Figura 2. Puente inversor conectado a un motor CD sin escobillas

Fuente: elaboración propia.

Tabla 1. Símbolos y magnitudes de las variables en el sistema internacional de unidades

VARIABLE	MAGNITUD	SÍMBOLO
R	Resistencia eléctrica	$\Omega$
L	Inductancia	H
J	Constante de inercia del rotor	$\text{Kg}\cdot\text{m}^2$
B	Constante de fricción viscosa	$\text{N}^*\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
Kt	Constante de torque	$\text{N}^*\text{m}/\text{A}$
Ke	Constante contraelectromotriz	$\text{V}/(\text{Rad}/\text{s})$
W(t)	Velocidad angular	$\text{Rad}/\text{s}$
E	Fuerza contraelectromotriz	V
$i_f$	Corriente de la fuente	A
VDD	Voltaje de las baterías	V
VPWM	Voltaje modulado en ancho de pulso	V
Te	Torque eléctrico	$\text{N}^*\text{m}$
Tcte	Torque aplicado en la carga	$\text{N}^*\text{m}$
T pérdidas	Pérdidas por fricción	$\text{N}^*\text{m}$
Kc	Constante de fricción de Coulomb	$\text{N}^*\text{m}\cdot\text{s}$

Fuente: elaboración propia.

que fluya la corriente de la batería ( $if$ ) entre las fases A y B, dejando la fase C inactiva, de manera que pueda simplificar (Samitha Ransara y Madawala, 2013) el sistema de ecuaciones como se muestra en la figura 3.

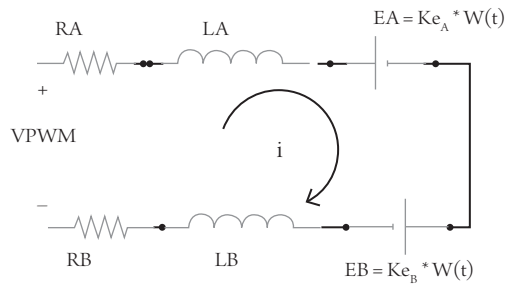


Figura 3. Circuito equivalente en un estado de conducción, en este caso A y B

Fuente: elaboración propia.

La ecuación de la malla para el estado de conducción A y B se puede apreciar en (1).

$$VPWA = (RA + RB)i + (LA + LB)L \frac{di}{dt} + (E1 + E2) \quad (1)$$

de donde E1 y E2 representan la fuerza contraelectromotriz, definida en (2).

$$E = Ke * W(t) \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1) y realizando las ecuaciones de malla para los otros dos estados de conducción, se obtiene (3) el sistema de tres ecuaciones.

$$\begin{pmatrix} VPWM1 \\ VPWM2 \\ VPWM3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R1 + R2 & 0 & 0 \\ 0 & R2 + R3 & 0 \\ 0 & 0 & R1 + R3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i1 \\ i2 \\ i3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L1 + L2 & 0 & 0 \\ 0 & L2 + L3 & 0 \\ 0 & 0 & L1 + L3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} di1/dt \\ di2/dt \\ di3/dt \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ke1 + ke2 & 0 & 0 \\ 0 & ke2 + ke3 & 0 \\ 0 & 0 & ke1 + ke3 \end{pmatrix} W(t) \quad (3)$$

Por razones de simplicidad se usa solo una corriente,  $i_f$ , que es la que se mide en la entrada del puente inversor y solo se mide el voltaje VDD, que corresponde al voltaje de las baterías (Dobra, 2000). Así, sumando entre sí el sistema (3) se obtiene una única ecuación para el sistema eléctrico:

$$R = 2/3 (R1 + R2 + R3) \tag{4}$$

$$L = 2/3 (L1 + L2 + L3) \tag{5}$$

$$Ke = 2/3 (Ke1 + Ke2 + Ke3) \tag{6}$$

Reemplazando (4), (5), (6) en (3) se obtiene (7), que representa el modelo de un motor CD, por lo que en cuanto a simplicidad el modelo de un motor CD sin escobillas no difiere mucho al del motor CD convencional.

$$VPWA = R * i_f + L \frac{di_f}{dt} + Ke * W(t) \tag{7}$$

El torque eléctrico, producido por el campo magnético que a su vez es generado por las corrientes del embobinado del estator, es proporcional a la corriente de fase (Ganesh et al., 2012), como se aprecia en (8).

$$Te = Kt * i_f \tag{8}$$

Como se muestra en la figura 4, el torque eléctrico es equivalente a la inercia del rotor, el torque aplicado al rotor y las pérdidas por fricción. Refiérase a (9).

$$Te = Tcte + J \frac{dw(t)}{dt} + T_{pérdidas} \tag{9}$$

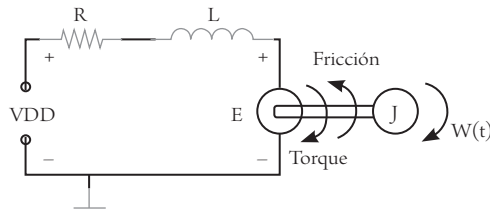


Figura 4. Diagrama electromecánico de un motor CD

Fuente: elaboración propia.

Donde las pérdidas por fricción representan la fricción viscosa y la fricción de Coulomb como se indica en (10).

$$T_{p\acute{e}rdidas} = B * W(t) + Kc * \text{sing} * W(t) \quad (10)$$

Reemplazando (8) y (10) en (9) se obtiene el modelo mecánico del motor CD, mostrado en (11).

$$Kt * i_f = Tcte + J \frac{dw(t)}{dt} + B * w(t) + Kc * \text{sing}(w(t)) \quad (11)$$

Así, el modelo del motor CD sin escobillas está representado por (7) y (11). Como se demostró en Becerra y García (2014), las constantes del motor PW16D se presentan en la tabla 2.

Tabla 2. Constantes del motor PW16D estimadas experimentalmente

VARIABLE	J	B	KT	KE	KC	L	R
Valor	5,75E-01	2,19E-01	6,67E+01	8,05E-01	4,63E-01	1,00E-04	4,00E-01
Unidad	Kg.m <sup>2</sup>	N.m.s/rad	N.m/A	V/(rad/s)	N.m.S	H	Ohmios

Fuente: elaboración propia.

## Diferencial electrónico

El sistema diferencial mecánico de un automóvil permite que las ruedas que poseen tracción puedan girar a distinta velocidad angular una de la otra, algo indispensable para que un vehículo pueda realizar una curva sin perder estabilidad o dañar rápidamente los cauchos (Serrano, 2012). Dicho diferencial transfiere el movimiento proveniente del motor y la caja de cambios distribuyéndola a cada rueda a través de engranajes. Para un vehículo con tracción trasera con motores eléctricos en dos ruedas, se requiere controlar independientemente la velocidad de cada motor imitando un diferencial mecánico. En la figura 5 puede apreciarse un vehículo girando.



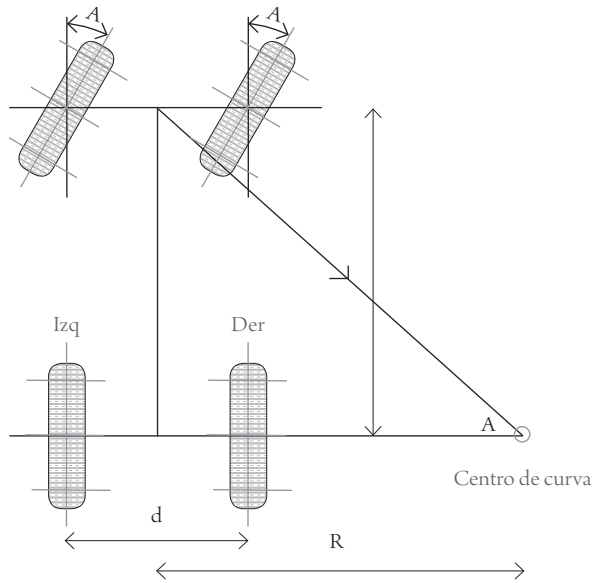


Figura 5. Diagrama de un vehículo dimensionado en la toma de una curva

Fuente: elaboración propia.

Las expresiones para las velocidades lineales de las ruedas son (Haddoun *et al.*, 2007):

$$V_{izq} = W_{ref} * (R + d/2) \quad (12)$$

$$V_{der} = W_{ref} * (R + d/2) \quad (13)$$

Donde  $W_{ref}$  es la velocidad de referencia,  $R$  es el radio de giro y  $d$  la distancia entre las dos ruedas. El radio de giro depende de la distancia entre las ruedas traseras y delanteras y del radio de giro, y está dado por:

$$R = \frac{L}{\tan(A)} \quad (14)$$

Reemplazando (14) en (12) y (13) se obtiene:

$$V_{izq} = W_{ref} * \left( \frac{2L + d * \tan(A)}{2 * \tan(A)} \right) \quad (15)$$

$$V_{der} = W_{ref} * \left( \frac{2L - d * \tan(A)}{2 * \tan(A)} \right) \quad (16)$$

La velocidad lineal depende directamente proporcional de la velocidad angular  $W$  y el radio  $R$ :

$$V = W * R \quad (17)$$

Reemplazando (14) en (17), la relación de las velocidades angulares de las ruedas izquierda y derecha son:

$$W_{izq} = W_{ref} * \left( 1 + \frac{d * \tan(A)}{2 * L} \right) \quad (18)$$

$$W_{der} = W_{ref} * \left( 1 - \frac{d * \tan(A)}{2 * L} \right) \quad (19)$$

La diferencia entre las velocidades angulares (18) y (19) está dada por la siguiente expresión:

$$W = W_{izq} - W_{der} = \frac{d * \tan(A)}{L} * W_{ref} \quad (20)$$

El ángulo de giro es positivo cuando se gira a la derecha, es cero cuando el carro va en línea recta y es negativo cuando se gira a la izquierda (Haddoun *et al.*, 2007), como se aprecia en (21).

$$\begin{cases} R > 0 \text{ Giro a la derecha} \\ R < 0 \text{ Giro a la izquierda} \\ R = 0 \text{ Sin giro} \end{cases} \quad (21)$$

## Sintonización PID

Una vez se obtuvo el modelo del motor se sintonizó un controlador PID, el cual presenta gran robustez, como puede apreciarse en Xiaoyuan, Tao y Xiaoguang

(2014) y en Yu y Hwang (2004), mediante las reglas de Ziegler-Nichols con el método de respuesta en lazo abierto. El control PID tiene la siguiente función de transferencia (Ogata, 2003):

$$\frac{U(s)}{E(s)} = Kp \left( 1 + \frac{1}{ti*s} + td*s \right) \quad (22)$$

Donde  $Kp$  es la ganancia proporcional,  $ti$  es el tiempo integral y  $td$  es el tiempo derivativo. Cuando la respuesta en lazo abierto al escalón es una curva en forma de  $s$ , este método se puede aplicar. Las constantes se calculan con base en los valores  $L$ ,  $T$  y  $K$  de la curva de respuesta a la función escalón que tiene forma de  $s$ , como se aprecia en la figura 6 y en la tabla 3.

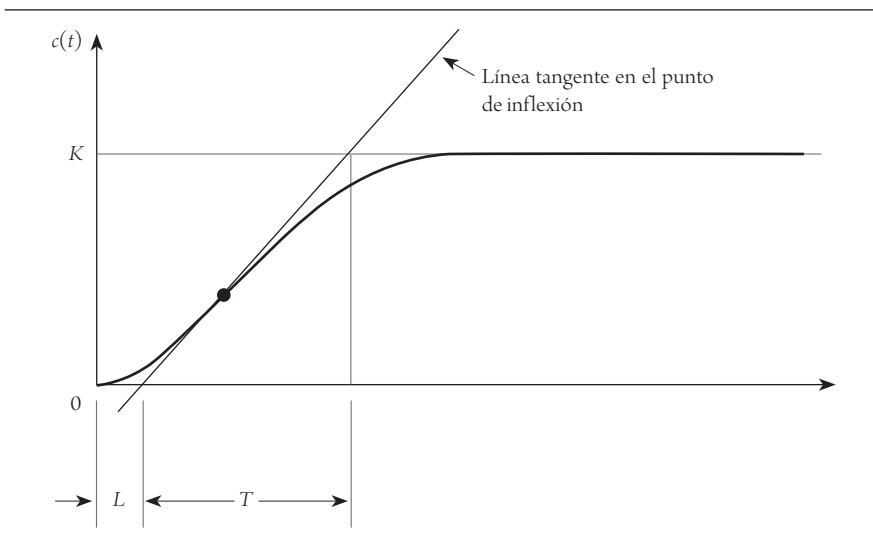


Figura 6. Curva de respuesta en forma de  $s$

Fuente: Ogata (2003).

Tabla 3. Regla de sintonía de Ziegler-Nichols basada en la respuesta escalón de la planta

TIPO DE CONTROLADOR	KP	Ti	Td
P	T/L	$\infty$	0
PI	0,9 T/L	L/0,3	0
PID	1,2 T/L	2 L	0,5 L

Fuente: Ogata (2003).

Otra técnica de sintonización basada en la gráfica de respuesta  $s$  es el método de Cohen-Coon (Gamasu y Babu, 2014), basada en la sintonización de Ziegler-Nichols, cuyas constantes pueden calcularse según la tabla 4.

Tabla 4. Regla de sintonía de Cohen-Coon

TIPO DE CONTROLADOR	KP	Ti	Td
P	$(T/L)*(1+(L/3T))$		
PI	$(T/L)*(0,9+(L/12T))$	$(L*(30T+3L))/(9T+20L)$	0
PID	$(T/L)*((4/3)+(L/4T))$	$L*(32T+6L)/(13T+8L)$	$(4LT)/(11T+2L)$

Fuente: Vashishath (2013).

## Resultados experimentales

Se realizó la simulación en lazo abierto obteniendo la gráfica  $s$ , se trazó una recta tangente al punto de inflexión. En la figura 7 puede apreciarse la respuesta en curva  $s$  del sistema, con  $K = 11,81$ ,  $L = 1,936 \text{ e-}4$  y  $T = 4,906 \text{ e-}3$ .

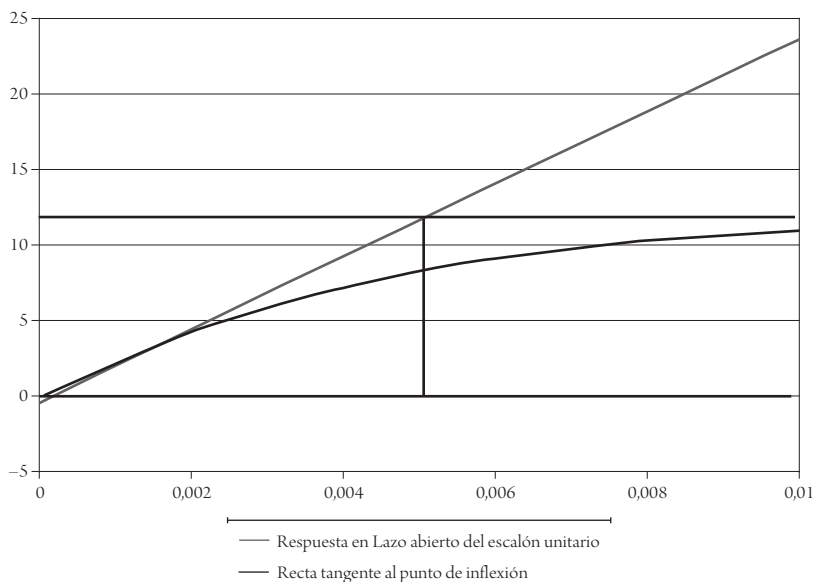


Figura 7. Curva de respuesta a la función escalón unitario del motor

Fuente: elaboración propia.

Con las constantes calculadas de la curva de respuesta de la figura 7, L, K y T y con base en las reglas de sintonía de Ziegler-Nichols y Cohen-Coon se obtienen posibles sintonizaciones P, PI, PID, tal como se aprecia en las tablas 5 y 6.

Tabla 5. Constantes de la regla de sintonía de Ziegler-Nichols basada en la respuesta escalón de la planta

TIPO DE CONTROLADOR	K <sub>P</sub>	T <sub>I</sub>	T <sub>D</sub>
P	23,34	$\infty$	0
PI	22,80	6,45e-4	0
PID	30,40	3,87E-01	9,68e-5

Fuente: elaboración propia.

Tabla 6. Constantes de la regla de sintonía de Cohen-Coon basada en la respuesta escalón de la planta

TIPO DE CONTROLADOR	K <sub>P</sub>	T <sub>I</sub>	T <sub>D</sub>
P	25	$\infty$	0
PI	22,9	5,96E-01	0
PID	34	4,68E-01	6,99E-02

Fuente: elaboración propia.

La figura 8 presenta una señal de torque de carga al motor para observar el comportamiento de las respuestas con sintonización y sin esta, cuando el motor está siendo sometido a situaciones extremas. Esta representa el torque aplicado al motor en todas las simulaciones siguientes.

Se observa en la figura 9 que se obtiene una respuesta relativamente aceptable cuando no hay carga aplicada al motor ante una función escalón unitario, pero hay una mala respuesta cuando es sometido a una carga. Debido a que los motores siempre tendrán carga aplicada, por el peso del vehículo, se requiere un control de velocidad PID.

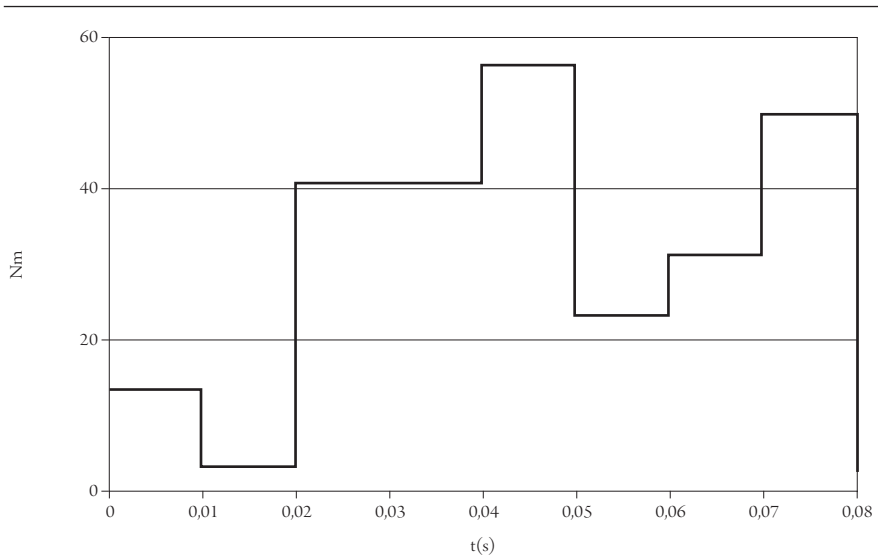


Figura 8. Señal del torque aplicado al motor

Fuente: elaboración propia.

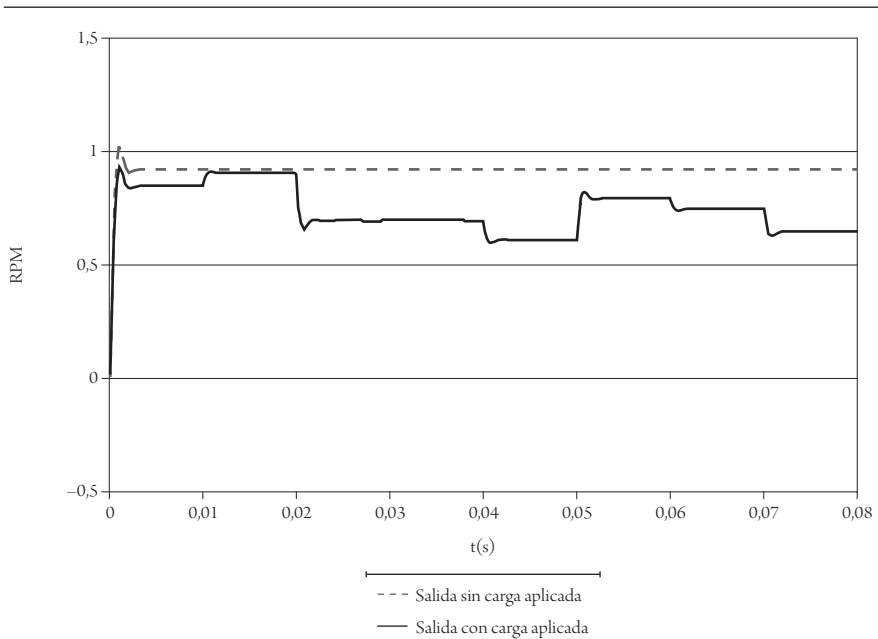


Figura 9. Salidas de respuesta del motor a la función escalón en lazo cerrado con carga aplicada y sin esta, sin control PID

Fuente: elaboración propia.

Se puede observar en la figura 10 la respuesta del motor al escalón unitario para tres sintonizaciones. Se aprecia que únicamente la sintonización manual no tiene sobreamortiguamiento, pero también es más lento su comportamiento de respuesta. Se puede ver además que las sintonizaciones de Ziegler-Nichols y Cohen-Coon presentan respuestas muy similares, siendo la segunda sintonización ligeramente más rápida y con menos sobreamortiguamiento.

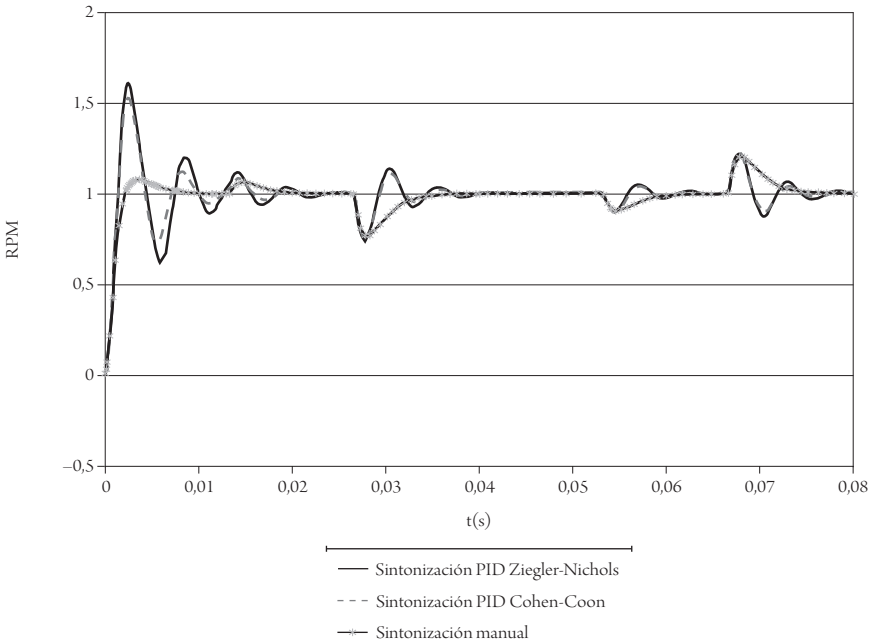


Figura 10. Salidas de respuesta del motor a la función escalón en lazo cerrado con PID y con carga aplicada

Fuente: elaboración propia.

Cuando la entrada del sistema es una función senoidal el comportamiento de la salida para tres sintonizaciones presenta menos sobreamortiguamientos, como se aprecia en figura 11, debido a que la entrada no tiene cambios bruscos. Se observa que las salidas son perturbadas por la carga aplicada. Una vez más puede verse la lentitud de la respuesta de sintonización manual, que se hace evidente en el intervalo de tiempo  $t = 2E-2s$  y  $t = 2,5E-2s$ . Prácticamente no se observan diferencias entre la sintonización de Ziegler-Nichols y Cohen-Coon.

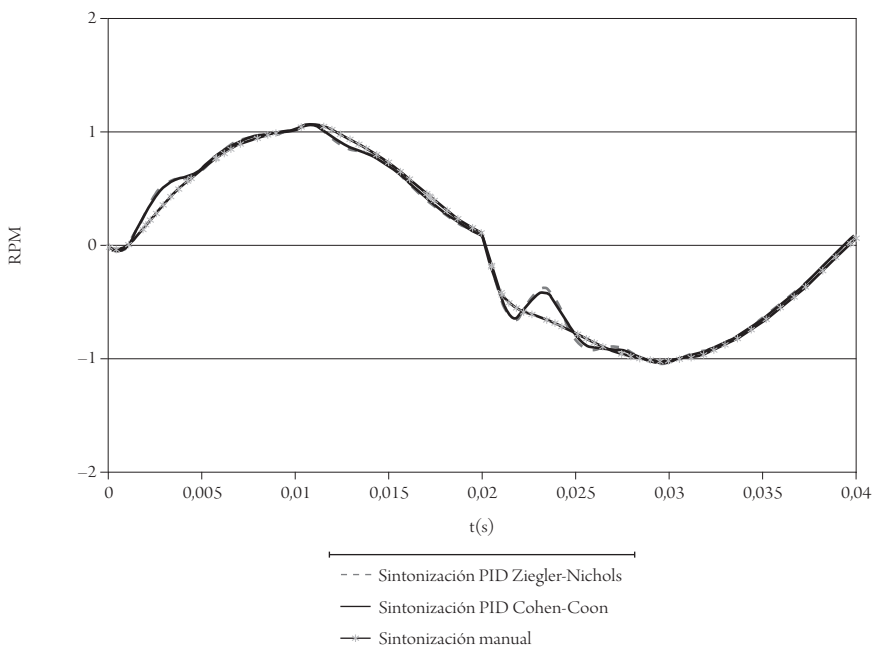


Figura 11. Salidas de respuesta del motor a la función seno de amplitud unitaria en lazo cerrado con PID y con carga aplicada

Fuente: elaboración propia.

La figura 12 muestra el comportamiento de la salida del sistema cuando la entrada es una rampa. El comportamiento es bastante similar al caso anterior; se observa lentitud de respuesta en la respuesta de la sintonización manual, y un comportamiento casi sin diferencias entre sintonización Ziegler-Nichols y Cohen Coon.

La figura 13 muestra un esquema general del sistema de control con diferencial electrónico; la entrada de volante representa el ángulo de giro, el acelerador representa la referencia de velocidad angular a la que se desea ir, y el torque en la carga representa el torque aplicado al motor, como por ejemplo el mismo peso del vehículo, posibles cambios de distribución del peso por cargas aerodinámicas, etc.



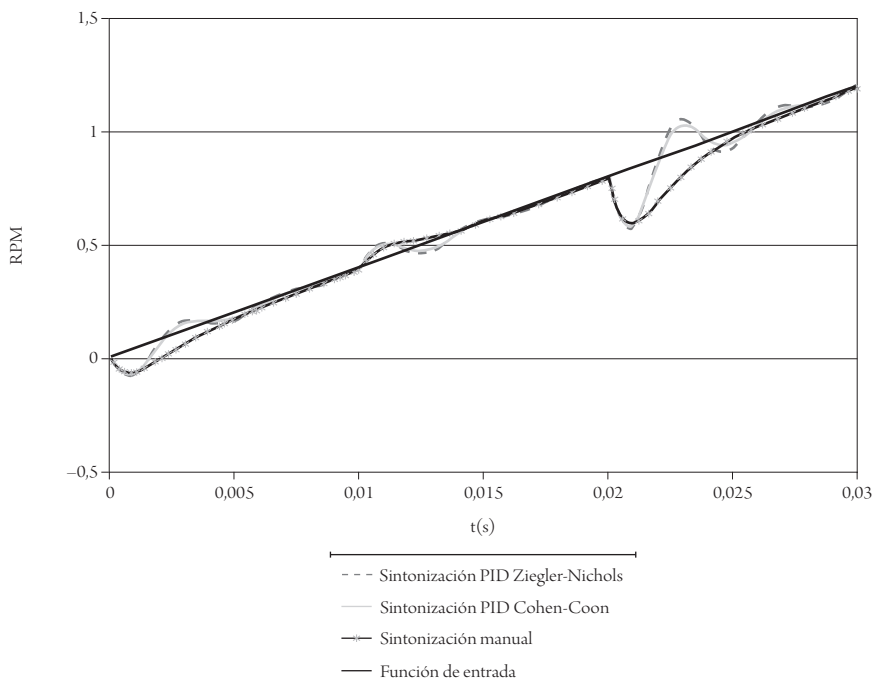


Figura 12. Salidas de respuesta del motor a la función rampa en lazo cerrado con PID y con carga aplicada

Fuente: elaboración propia.

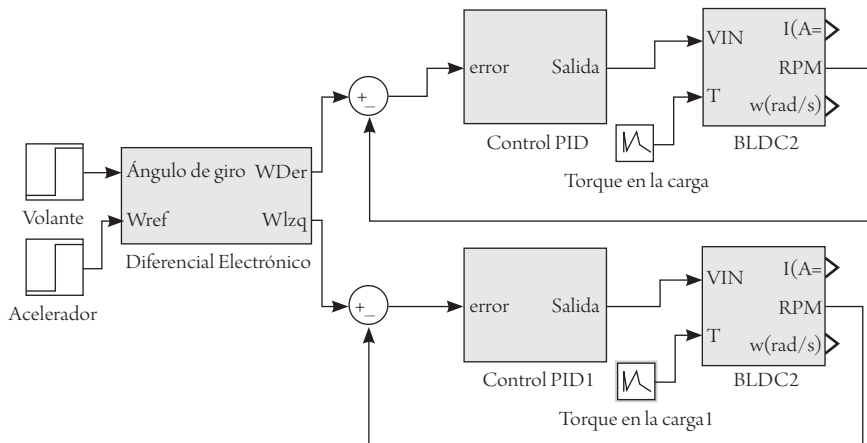


Figura 13. Esquema del sistema de control de dos motores BLDC con diferencial electrónico

Fuente: elaboración propia.

La figura 14 muestra la señal de ángulo de giro en un caso en el que el carro se encuentra realizando giros.

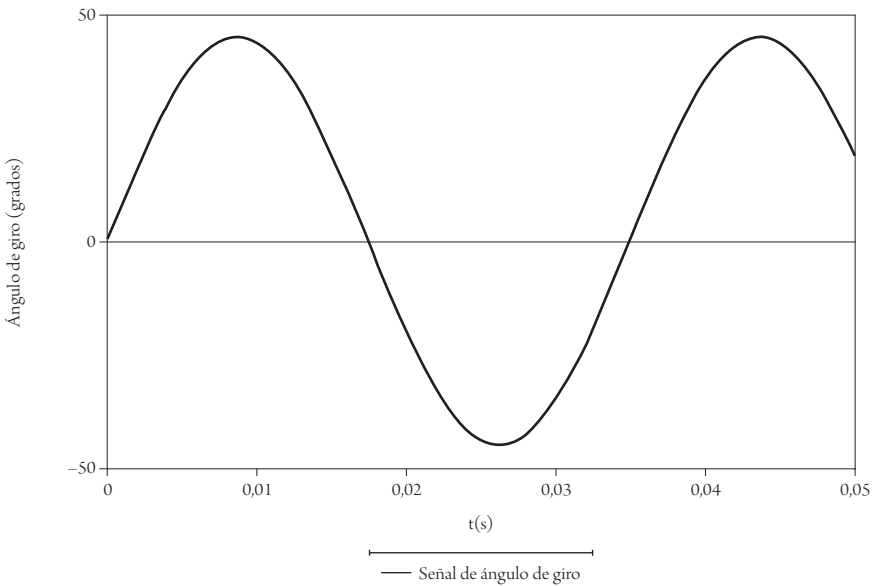


Figura 14. Señal de giro simulada cuando el vehículo pasa por varias curvas

Fuente: elaboración propia.

Las respuestas de los motores cuando se acelera linealmente hasta 40 revoluciones por minuto (r. p. m.) y se mantiene constante, mientras al mismo tiempo se realizan giros como lo indica la figura 14, se pueden apreciar en la figura 15. Cada motor está sintonizado con Cohen-Coon, que tiene un comportamiento casi idéntico a Ziegler-Nichols, siendo el primero ligeramente más rápido en responder. Se aprecia una señal de error muy baja.

La respuesta, sin embargo, presenta una señal de error mayor cuando la sintonización es de ajuste manual. Esto puede apreciarse en figura 16.

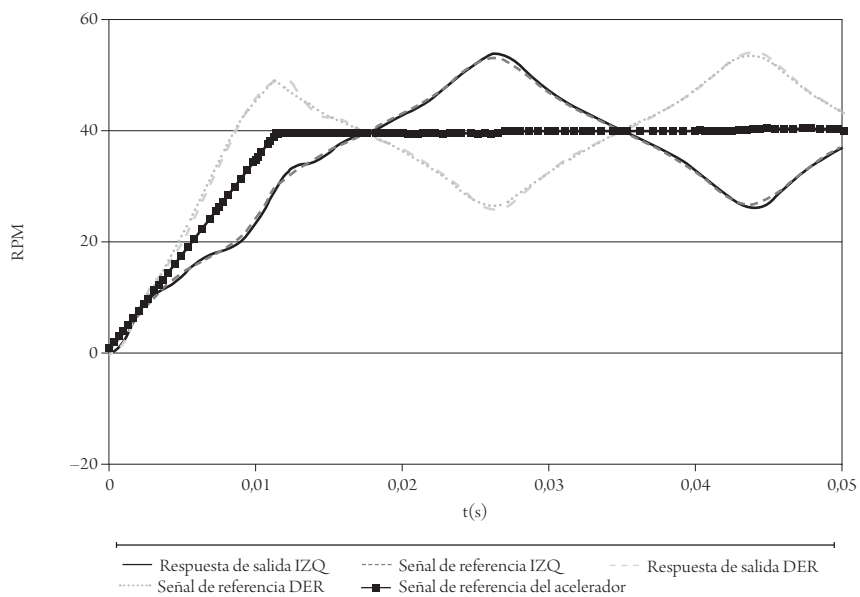


Figura 15. Salidas de respuesta de dos motores con control PID Cohen-Coon para una referencia del acelerador de 40 r. p. m. y una señal de giro sinusoidal

Fuente: elaboración propia.

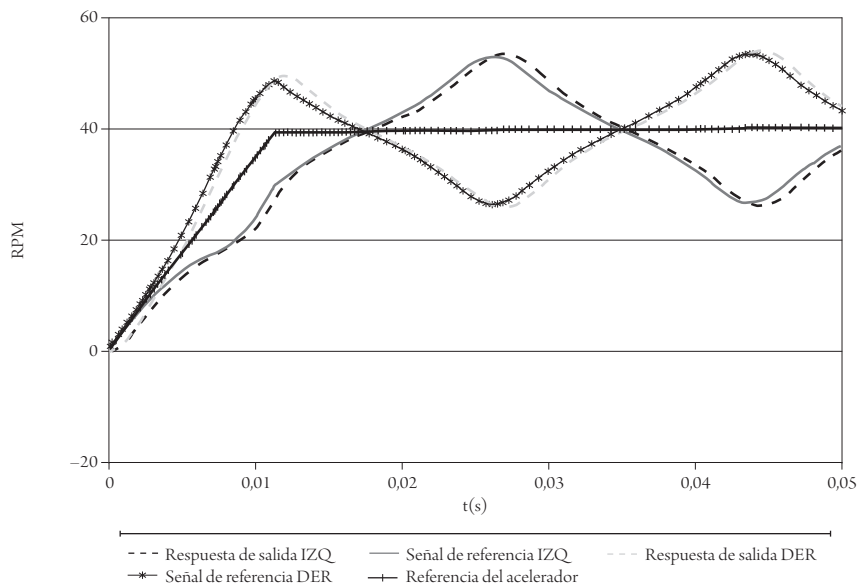


Figura 16. Salidas de respuesta de dos motores con control PID de ajuste manual para una referencia del acelerador de 40 r. p. m. y una señal de giro sinusoidal

Fuente: elaboración propia.

## Conclusiones

Las respuestas de salida de las sintonizaciones de Ziegler-Nichols y de Cohen-Coon son muy parecidas, en cuanto es ligeramente apreciable la mayor velocidad de respuesta de esta última. No obstante, para efectos prácticos, cuando la planta es un motor eléctrico sin escobillas de imanes permanentes retroalimentado por velocidad, ambos métodos de sintonización son prácticamente idénticos.

A pesar de que la sintonización manual presentó una mejor respuesta que las sintonizaciones Ziegler-Nichols y Cohen-Coon ante una entrada escalón, lo cual evitó el sobreamortiguamiento, su respuesta no fue tan buena para otras entradas, como la senoidal y la tipo rampa.

Para un diferencial electrónico una sintonización por Ziegler-Nichols o Cohen-Coon presenta mejores resultados que una sintonización manual, con lo que se logra obtener señales de error más pequeñas. Cuando no hay carga aplicada al motor, la sintonización manual presenta mejores resultados, pero debido a que no habrá ningún momento en el que el motor no presente carga aplicada, las sintonizaciones por Ziegler-Nichols o Cohen-Coon darán mejores resultados.

## Referencias

- Akin, B. y Bhardwaj, M. (2010). *Trapezoidal control of BLDC Motors using hall effect sensor*. Recuperado de [ftp://ftp.ti.com/pub/dml/DMLrequest/Christy\\_FTP-10-30-12/controlSUITE/development\\_kits/HVMotorCtrl%2BPfcKit\\_v1.7/HVBLDC\\_Sensored/~Docs/Trapezoidal%20Control%20of%20BLDC%20Motors%20Using%20Hall%20Effect%20Sensors%20.pdf](ftp://ftp.ti.com/pub/dml/DMLrequest/Christy_FTP-10-30-12/controlSUITE/development_kits/HVMotorCtrl%2BPfcKit_v1.7/HVBLDC_Sensored/~Docs/Trapezoidal%20Control%20of%20BLDC%20Motors%20Using%20Hall%20Effect%20Sensors%20.pdf)
- Becerra, Q. y García, B. (2014). Estimación de parámetros y modelo de caja negra de un motor CD sin escobillas. *Tecno Lógicas*, 17(33), 55-64.
- Chandra, A., Obulesh, Y. y Babu, Ch. (2012). Mathematical modeling of BLDC motor with closed loop speed control using PID controller under various loading conditions. *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences*, 7(10), 1321-1328.
- Dobra, P. (2000). *Robust PID control of BLDC motor via state feedback design*. Unpublished. Recuperado de [https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0CDcQFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.researchgate.net%2Fprofile%2FPetru\\_Dobra2%2Fpublication%2F228418707\\_](https://www.google.com.co/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&cad=rja&uact=8&ved=0CDcQFjAB&url=http%3A%2F%2Fwww.researchgate.net%2Fprofile%2FPetru_Dobra2%2Fpublication%2F228418707_)

Robust\_PID\_Controller\_of\_BLDC\_Motor\_via\_State\_Feedback\_Design%2Ffile%2F9fcfd50fe6cc1282e6.pdf&ei=-jGAU57RlovQsQSZ2IGAAw&usg=AFQjCNE7K24X9Us8wTYz11-me0TJywCjpg&sig2=nFc2-IRcIOosHWLnWx17iA&bvm=bv.67720277,d.cWc

- Gamasu, R. y Babu, V. R. (2014). Robust Cohen-Coon PID of flexibility of double link manipulator. *International Journal of Control and Automation*, 7(1), 357-368.
- Ganesh, C., Abhi, B., Anand, V., Aravind, S., Nandhini, R. y Patniak, S. (2012). DC position control system-determination of parameters and significance on system dynamics. *Electrical and Power Engineering*, 3(1). Recuperado de <http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/74/68/91/PDF/82.pdf>
- Haddoun, A., Benbouzid, M., Diallo, D., Abdessemed, R., Ghouili, J. y Srairi, K. (2007). Analysis, modeling and neural network traction control of an electric vehicle without differential gears. *IEEE International Electric Machines & Drives Conference*.
- Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna*. s. d.
- Quiroz, D. C. (2011). *Lizard, movilidad para el futuro*. Bogotá: Universidad Autónoma de Colombia.
- Samitha Ransara, H. K. y Madawala, U. K. (2013). Modelling and analysis of a low cost Brushless DC motor drive. *IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*.
- Serrano, J. (2012). *Modelado y simulación virtual de un diferencial mecánico en entorno VRML* (tesis). Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- Vashishath, A. K. (2013). Performance comparison between various tuning strategies: Ciancone, Cohen Coon & Ziegler-Nicholas Tuning methods. *International Journal of Computers & Technology*, 5(1).
- Xiaoyuan, W., Tao, F. y Xiaoguang, W. (2014). Design of radial basis function neural network controller for BLDC motor control system. *Journal of Chemical and Pharmaceutical Research*, 6(7), 1076-1083.
- Yu, G.-R. y Hwang, R.-C. (2004). Optimal PID speed control of brushless DC motors using LQR approach. *2004 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1.

