UDC 532.685

УДК 532.685

## ABOUT ONE INVERSE PROBLEM OF THE FILTRATION THEORY CONNECTED WITH CLARIFICATION OF COLLECTOR PROPERTIES OF THE BED IN OIL-AND-GAS DEPOSITS

N. Shazhdekeeva, Candidate of Mathematical and Physical sciences, Full Professor

Atyrau State University named of Kh. Dosmukhamedova, Kazakhstan

The subject of the research is the inverse problem of filtration theory, which allows objectively clarify the corrective features of productive formation while using the actual data. The dependency from the time of liquid, gas and formation pressure capacity by the wells is required for this purpose.

Conference participant, National championship in scientific analytics, Open European and Asian research analytics championship

Постановка обратных задач вытекает из известного факта о том, что часто в водоносных пластах имеет место естественный фильтрационный поток воды. Данное обстоятельство находит своё отражение в том, что пластовые давления в пьезометрических скважинах различаются между собой. Соответствующие различия связаны с особенностями строения водоносного пласта и изменениями его коллекторских свойств. Поэтому естественным является желание использовать информацию о давлениях и фильтрационных параметрах по скважинам для постановки и решения рассмотренных обратных задач.

Гидрогеологические исследования показывают, что естественные фильтрационные потоки характеризуются еще одной особенностью. Вследствие наличия таких потоков имеют место определённые распределения в воде в растворённом виде углеводородных и неуглеводородных компонентов. За геологические длительные времена эти компоненты, которые могут восприниматься как определённые индикаторы, переносящихся по водоносному пласту от сформировавшихся нефтяных или систем газовых залежей. Концентрация этих индикаторов по площади изменчива, что опять связано с особенностями строений водоносного пласта и его коллекторскими свойствами, известно, что такие нестационарные процессы переноса отдельных компонентов могут описываться уравнением конвективной диффузии [1].

Уравнение конвективной диффузии в случае плоского фильтрационного потока имеет вид [2]:

$$m\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\lambda_1 v_1^2 + \lambda_2 v_2^2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \frac{dc}{dx} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\lambda_1 v_2^2 + \lambda_2 v_1^2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}} \frac{dc}{dy} \right) - \frac{\partial}{\partial x} (v_1 c), \tag{1}$$

где m — коэффициент пористости; c — концентрация рассматриваемого компонента;  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  — соответственно продольные и поперечные параметры рассеивания среды, пос-

## ОБ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ ПО УТОЧНЕНИЮ КОЛЛЕКТОРСКИХ СВОЙСТВ ПЛАСТА В НЕФТЕГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЯХ

Шаждекеева Н.К., канд. физ.-мат. наук, доцент Атырауский государственный университет имени Х. Досмухамедова, Казахстан

В данной работе исследуется обратная задача теории фильтрации, которая на объективной основе позволяет уточнить коллекторские свойства продуктивного пласта при использовании фактических данных. Для этой цели необходимы зависимости от времени дебитов жидкости, газа и пластовых давлений по скважинам.

Участник конференции, Национального первенства по научной аналитике, Открытого Европейско-Азиатского первенства по научной аналитике

тоянные (имеют размерности длины);  $v_1$ ,  $v_2$  – компоненты скорости фильтрации соответственно по осям x и y.

Если для уравнения (1) задать граничные

$$\frac{\partial c}{\partial n} = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4; \quad c = 1, \quad (x, y) \in \Gamma_1$$
 (2)

и начальное условие

$$c(x, y) = 0; \quad t = 0,$$
 (3)

то получим прямую краевую задачу для определения поля концентраций по всей площади водоносного пласта на разные моменты времени, в том числе на момент проведений расчётов (на сегодняшний день).

Скорости фильтрации  $v_1$  и  $v_2$  зависят от распределения давления  $P^*$  по площади, Следовательно, для того чтобы решить задачу (1)–(3) необходимо иметь решение задачи фильтрация воды в неоднородном по коллекторским свойствам водоносном пласте с выделенной газовой (нефтяной) залежью, который описывается дифференциальным уравнением эллиптического типа относительно приведенного

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ k(x,y) \cdot h(x,y) \frac{\partial P^*}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ k(x,y) \cdot h(x,y) \frac{\partial P^*}{\partial y} \right] = 0.$$
 (4)

Для решения интересующей нас прямой задачи интегрирование уравнения (4) осуществляется при следующих краевых условиях:

$$\frac{\partial P^*}{\partial n} = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_1, \Gamma_2; \tag{5}$$

$$P^* = P_n^* = \text{const}, \quad (x, y) \in \Gamma_3;$$
  
 $P^* = P_p^* = \text{const}, \quad (x, y) \in \Gamma_4.$  (6)

Итак, для естественного фильтрационного потока в водоносном пласте с выделенной газовой (нефтяной) залежью справедлива прямая краевая задача (4)–(6), где —  $P^* = P \pm \rho_{\mathcal{B}} g I$ ; P — давление в точке с координатами x и y;  $\rho_{\mathcal{B}}$  — плотность воды; g — ускорение свободного падения;



l — расстояние по вертикали от данной точки с координатами x и y до плоскости приведения; n — внешняя по отношению к G нормаль; k — коэффициент проницаемости пласта; h — толщина пласта;  $\Gamma_1$  — граница газовой (нефтяной) залежи;  $\Gamma_2$  — непроницаемые границы водоносного пласта;  $\Gamma_3$  — контур области питания;  $\Gamma_4$  — контур области разгрузки.

Обратной зависимости  $P^*$  от C нет, следовательно, задачи (4)–(6) и (1)–(3) расщепляются на две автономные прямые краевые задачи. Итак, при заданных коллекторских свойствах пласта k и h,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  при граничных условиях решение уравнения позволяет определить распределение приведённого давления  $P^*$  по всей площади водоносного пласта. Далее при заданных коллекторских свойствах водоносного пласта k, k, k0 при начальном условии (3) и граничных (2), решение уравнения (1) с использованием функции k7 из предыдущей задачи, позволяет определить распределения концентрации k7 по всей площади водоносного пласта.

Постановка обратной задачи. Предполагаем, что известны фактические значения  $P^*(x,y)$  и C(x,y,t) по всей площади водоносного пласта на конец отрезка времени [0,T] на сегодняшний день. Имеем  $P^*$  и C в скважинах в момент геологического времени T, данные о геометрии пласта и приближенные значения его коллекторских свойств. Необходимо определить (уточнить) коллекторских свойств. Необходимо определить (уточнить) коллекторских свойств. Необходимо определить (уточнить) коллекторских свойств во всех точках водоносного пласта, а также условия на контурах областей питания и разгрузки на основе имеющихся фактических данных. Будем решать обратную задачу как оптимизационную. Построим функционал J равный сумме  $J_1$  и  $J_2$ . Очевидно, что этот функционал зависит от коллекторских свойств пласта:

$$J\left\{P_{n}^{*}, P_{p}^{*}, b, m, \lambda_{1}, \lambda_{2}\right\} = J_{1}(P_{n}^{*}, P_{p}^{*}, b) + J_{2}(m, \lambda_{1}, \lambda_{2}) =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left[ (P_{\text{pac}_{i}}^{*} - P_{\varphi_{i}}^{*})^{2} + w_{i}(b_{\text{pac}_{i}} - b_{\varphi_{i}})^{2} \right] +$$

$$+ \int_{0}^{T} \sum_{i=1}^{N} \gamma_{i} \left[ C_{\text{pac}_{i}} - C_{\varphi_{i}} \right]^{2} dt.$$
(7)

Обратная задача звучит следующим образом: найти такие значения  $P_n^*$ ,  $P_p^*$ , b, m,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  которые минимизируют функционал (7).

В результате решения этой задачи определяются коллекторские свойства некоторой эквивалентной геологической модели пласта, обеспечивающие наилучшее совпадение расчетных и фактических значений приведенных давлений, фильтрационных параметров и концентраций с точки зрений введённого критерия и принятой математической модели фильтрации. Для минимизации функционала используем итерационный градиентный метод, напри-

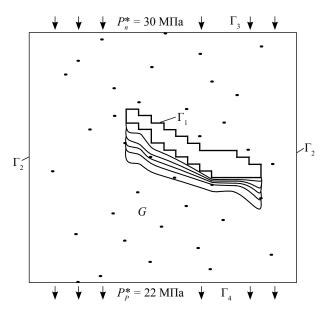


Рис. 1. Карта изобар и схема размещение разведочных скважин в водоносном пласте неоднородном по коллекторским свойствам

мер, для уточнения коэффициента пористости в разных точках пласта имеем следующее i рекуррентное соотношение

$$m = m - \lambda_m \frac{\binom{s}{\delta J}}{\partial m}, \tag{8}$$

где s — номер итерации.

Аналогично записываются градиентные процедуры для всех других искомых параметров.

В качестве нулевого приближения для значений величин  $P_n^*$ ,  $P_p^*$ , b, m,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  могут быть использованы геологические карты, данные геофизических и гидродинамических исследований скважин и пласта. Для реализации градиентных процедур типа необходимо вычислять функциональные производные. С использованием полученных результатов проведены численные эксперименты с данными конкретного месторождения Атырауской области.

## References:

- 1. Булыгин В.Я. Один конечно-разностный метод восстановления функции пластового давления и гидропроводности пластов // Сб.: Теорет. и эксперим. исслед. разработки нефтяных месторожд. Казань: Изд-во Казанск. универс., 1964. С. 81-86.
- 2. Максимов А.М., Цыпкин Г.Г. Образование двухфазной зоны при взаймодействии талых и мерзлых пород с раствором соли. – М.: Институт проблем механики АН, 1987. – С. 59.