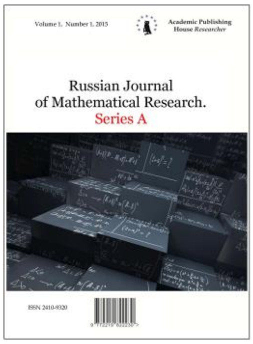
Published in the Russian Federation
Russian Journal of Mathematical Research. Series A
Has been issued since 2015.
ISSN: 2410-9320
Vol. 2, Is. 2, pp. 45-57, 2015

DOI: 10.13187/rjmr.a.2015.2.45
www.ejournal30.com



UDC 51

Fuzzy Combinatorics

Victor I. Samarin

Sochi state university, Russian Federation
Doctor in Physics and Mathematics, associate professor
354000 Sovetskaya Str., 26 a
E-mail: visamarin@mail.ru

Abstract

The combinatorial junctions in fuzzy discrete initial sets of elements and the junctions with fuzzy number of elements are analyzed. The examples of calculation of a number of the fuzzy combinatorial junctions are presented. The peculiarities of event fuzzy probabilities due to fuzzy combinatorics are considered. It is shown that during probability problem solving upon Bernoulli conditions scheme account must be taken of the fuzzy variables interaction (dependence). The permutations in the presence of fuzzy number of indistinguishable elements that unified into respective clusters are investigated separately.

Keywords: fuzzy set, combinatorial junctions, arrangements, permutations, combinations, complete arrangements, permutations in the presence of indistinguishable elements, event fuzzy probabilities, membership function, total group of the hypotheses, fuzzy number's value averaging (fuzzy number's mathematical expectation finding).

Введение

Развитие теории нечетких множеств позволило расширить приложение математических методов на реальные процессы, не детерминированных до точных числовых характеристик, на моделирование трудно различимых состояний и ситуаций, а также сложных неоднозначных отношений взаимодействующих объектов. Все более продуктивное применение математический аппарат нечетких множеств находит в исследованиях экономических процессов с присущими им рисками нестабильности, процессов управления, в которых доминирует субъективный фактор, в информационных системах с гибкой нечеткой логикой выполнения операций, в системах образования и здравоохранения и т.д. Теория нечетких множеств дает возможность разработать новые подходы к статистике с нелинейной метрикой, к статистике объектов нечисловой природы, к вероятностным моделям «размытых» по лингво-математическому содержанию событий, а значит, и к прогнозированию таких событий.

Постановка и методы решения задачи

Классическая формула определения вероятности события предполагает расчет числа ожидаемых исходов, благоприятствующих этому событию из общего числа равновозможных исходов, учитывающих все альтернативные события в заданных условиях. Такой расчет часто основывается на использовании правил и закономерностей комбинаторики. Поэтому следует проанализировать некоторые особенности комбинаторики на нечетких множествах и с нечетким числом элементов в комбинациях.

Комбинаторные правила сложения и умножения при отборе элементов нечетких множеств выполняются согласно правилам сложения и умножения нечетких чисел, которые согласно определению являются нечеткими подмножествами универсального множества действительных чисел. Например, клиент риэлтерской фирмы рассматривает возможность покупки квартиры на 3-м – 6-м этаже в высотных зданиях (0,6/3 + 1/4 + 0,5/5 + 0,2/6) или 1-2 этажного дома коттеджного типа (0,8/1 + 1/2). Для определения числа типов жилья, предлагаемых риэлтерской фирмой этому покупателю, пронумеруем возможные варианты n_1 типов квартир, классифицируемых по этажу размещения в «высотках», и n_2 типов домов коттеджного типа. Тогда согласно правилу сложения нечеткое число всех предложений фирмы, удовлетворяющих желанию покупателя, будет равно $n_1 + n_2$ = 0,6/1 + 1/2 + 0,5/3 + 0,2/4 + 0,8/5 + 1/6. Если же одна совокупность комбинаций определяется нечетким числом n_1 = 0,8/2 + 1/4 + 0,5/5, а другая совокупность комбинаций – числом n_2 = 0,2/1 + 1/2 + 0,6/4, то согласно правилу произведения общее число упорядоченных составных спаренных комбинаций, каждая из которых содержит по одной комбинации из каждой совокупности (сначала комбинация из первой совокупности, а затем комбинация из второй совокупности), равно нечеткому числу $n_1 \cdot n_2$, для определения которого составляем вспомогательную таблицу:

$\mu(n_2)/n_2$ \ $\mu(n_1)/n_1$	*0,2/1*	*1/2*	*0,6/4*
0,8/2	*0,2/2*	*0,8/4*	*0,6/8*
1/4	*0,2/4*	*1/8*	*0,6/16*
0,5/5	*0,2/5*	*0,5/10*	*0,5/20*

В результате получаем: $n_1 \cdot n_2$ = 0,2/2 + 0,8/4 + 0,2/5 + 1/8 + 0,5/10 + 0,6/16 + 0,5/20.

При расчете числа нечетких комбинаторных соединений (за исключением перестановок без повторений и перестановок при наличии не менее трех групп идентичных элементов) возможны три случая учета нечеткости дискретных множеств, определяющих разнообразие комбинаторных соединений: 1) нечеткость числа элементов исходного множества $\tilde{N}$ при четком значении числа элементов в каждой комбинации M; 2) нечеткость числа элементов $\tilde{M}$ в каждой комбинации при четком числе N; 3) нечеткость и $\tilde{N}$, и $\tilde{M}$.

Следует отметить, что для первого и третьего случаев нечеткое число $\tilde{N}$ может означать как используемое для составления комбинаций нечеткое число элементов исходного четкого множества (случай *A*), т.е. нечеткое значение объема (мощности) исходного дискретного множества, так и нечеткое исходное множество с N элементами носителя (случай *B*):

$\tilde{N}$

A	*B*
$\tilde{N}$ – нечеткое число используемых элементов исходного четкого множества: $\tilde{N} = \mu_{N-u}/(N-u) + \ldots + \mu_{N+v}/(N+v)$, где u и $v \in \mathbb{N}$, $u \le N$.	$\tilde{N}$ – нечеткое исходное множество, носитель которого $\{a_1; \ldots; a_N\}$ состоит из N элементов: $\tilde{N} = \mu_1/a_1 + \mu_2/a_2 + \ldots + \mu_N/a_N$.

<u>В первом случае (A)</u> число возможных комбинаций зависит от значения объема $N_i \in \{N$

– u; ...; N + v} используемого исходного множества элементов, и функция принадлежности этого числа комбинаций равна значению функции принадлежности $\mu(N_i)$. Например, нечеткое число сочетаний из примерно 6-ти элементов ($\tilde{N}$ = $\tilde{6}$ = 0,3/5+ 1/6 + 0,5/7) по 3 без повторений равно $C_{\tilde{6}}^3$ = 0,3/C_5^3 + 1/C_6^3 + 0,5/C_7^3 = 0,3/10 + 1/20 + 0,5/35, где знак «+» означает операцию объединения. Аналогично, нечеткое число размещений без повторений $A_{\tilde{6}}^3$ = 0,3/A_5^3 + 1/A_6^3 + 0,5/A_7^3 = 0,3/60 + 1/120 + 0,5/210. Как следует из полученных результатов, в размещениях перестановки элементов, входящих в сочетание, не изменяют значение функции принадлежности μ соответствующего числа сочетаний. В приведенном примере число перестановок равно $P_3 = 3! = 6$.

Используем комбинаторный метод вычисления вероятности события. Наиболее частые причины вызова скорой медицинской помощи составляют приблизительно 8 неотложных состояний заболевших (неопределенность может быть обусловлена, например, временем суток), включая гипертонический криз: $\tilde{8}$ = 0,14/7 + 0,56/8 + 0,3/9. Определим вероятность того, что среди трех вызовов по разным наиболее частым неотложным состояниям заболевших, полученных диспетчером станции скорой помощи, одно из них окажется гипертоническим кризом.

Чтобы использовать комбинаторный метод решения задачи, рассмотрим упрощенную модель, в которой заданное нечеткое число $\tilde{8}$ задается несущим множеством {7; 8; 9}, каждое значение которого – объем соответствующего четкого множества наиболее частых неотложных состояний с обязательным включением в него гипертонического криза. Тогда число различных равновероятных комбинаций, состоящих из трех рассматриваемых вызовов скорой помощи, равно числу сочетаний из $\tilde{8}$ по 3. Событию А = {Причина одного из 3-х вызовов – гипертонический криз} благоприятствуют сочетания из $\tilde{7}$ по 2 (из $\tilde{8}$ наиболее частых неотложных состояний заболевших исключен гипертонический криз, уже входящий в благоприятствующую комбинацию). Согласно рассматриваемой модели $\tilde{7}$ = 0,14/6 + 0,56/7 + 0,3/8. По формуле классической вероятности с учетом однозначной зависимости числа элементов в исходном множестве и числа элементов в множестве, используемом для подсчета благоприятствующих событию А исходов, получаем нечеткую вероятность события А: p(A) = $\frac{0{,}14}{C_6^2/C_7^3} + \frac{0{,}56}{C_7^2/C_8^3} + \frac{0{,}3}{C_8^2/C_9^3} = \frac{0{,}14}{3/7} + \frac{0{,}56}{3/8} + \frac{0{,}3}{1/3}$.
Найдем усредненное значение нечеткой вероятности события А. Поскольку сумма значений функции принадлежности $\mu(N_i)$ и соответственно значений функции принадлежности $\mu_N(p_i)$ равна 1, то значения этой функции можно определить как вероятности соответствующих значений несущего множества нечеткой вероятности {p_1 = 3/7; p_2 = 3/8; p_3 = 1/3}. Это позволяет использовать формулу полной вероятности, если ввести образующие полную группу гипотезы: B_1 = {Число наиболее частых заболеваний, требующих скорой помощи, составляет 7}, B_2 = {Число наиболее частых заболеваний, требующих скорой помощи, составляет 8}, B_3 = {Число наиболее частых заболеваний, требующих скорой помощи, составляет 9}; $p(B_1)$ = 0,14; $p(B_2)$ = 0,56; $p(B_3)$ = 0,3. Полученные вероятности p_1, p_2 и p_3, по сути, являются условными вероятностями: $p_1 = p(A/B_1)$ = 3/7, $p_2 = p(A/B_2)$ = 3/8, $p_3 = p(A/B_3)$ = 1/3. Усредненная вероятность события А, т.е. математическое ожидание нечеткой вероятности события А: $\overline{p(A)}$ = $p(B_1)\cdot p(A/B_1) + p(B_2)\cdot p(A/B_2) + p(B_3)\cdot p(A/B_3)$ = 0,14·3/7 + 0,56·3/8 + 0,3·1/3 = 0,37.

Теперь решим задачу случайного отбора без возврата n объектов из исходного дискретного множества и определения вероятности того, что m объектов среди отобранных обладают заданным свойством.

Пусть среди 12 различных образцов экспериментального состава биотоплива ожидается только около 9-ти образцов с необходимыми показателями высокого качества ($\tilde{9}$

= 0,9/8 + 1/9 + 0,6/10). Найдем вероятность того, что среди первых 7-ми образцов, отобранных для анализа случайным образом, окажется 5 образцов биотоплива высокого качества.

Событие A = {Из 7 отобранных образцов 5 окажутся высокого качества}. Поскольку общее число образцов в исходном множестве N = 12 – четкое число, а количество образцов биотоплива высокого качества – нечеткое число $\tilde{9}$, то и число образцов с некондиционным биотопливом будет нечетким числом $\tilde{3}$ = 0,9/4 + 1/3 + 0,6/2, для которого функция принадлежностей элементов несущего множества равна значению функции принадлежности соответствующего элемента числа $\tilde{9}$.

Составляем схемы отбора с учетом имеющихся непересекающихся множеств для возможных значений числа образцов высококачественного биотоплива:

	Всего образцов		*Высококачест-венные образцы*		*Некондицион-ные образцы*
1)	*12*	=	*8* (μ_8 *= 0,9)*	+	*4* (μ_4 *= 0,9)*
	$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$
	7	=	*5*	+	*2*
2)	*12*	=	*9* (μ_9 *= 1)*	+	*3* (μ_3 *= 1)*
	$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$
	7	=	*5*	+	*2*
3)	*12*	=	*10* (μ_{10} *= 0,6)*	+	*2* (μ_2 *= 0,6)*
	$\downarrow$		$\downarrow$		$\downarrow$
	7	=	*5*	+	*2*

Следовательно, $p_1(A) = m_1/n = \frac{1}{C_{12}^7} \cdot C_8^5 \cdot C_4^2$ = 14/33 с функцией принадлежности 0,9; $p_2(A) = m_2/n = \frac{1}{C_{12}^7} \cdot C_9^5 \cdot C_3^2$ = 21/44 с функцией принадлежности 1; $p_3(A) = m_3/n = \frac{1}{C_{12}^7} \cdot C_{10}^5 \cdot C_2^2$ = 7/22 с функцией принадлежности 0,6. Т.о., получаем нечеткую вероятность события *A*: $\tilde{p}(A) = \frac{0,6}{7/22} + \frac{0,9}{14/33} + \frac{1}{21/44}$.

Для нахождения усредненного значения вероятности события *A* учитываем необходимость нормировки функции принадлежности делением ее значений на сумму 0,6 + 0,9 + 1 = 2,5: $\overline{p(A)} = \sum_i \mu(p_i) \cdot p_i \Big/ \sum_i \mu(p_i)$ = (0,6·7/22 + 0,9·14/33 + 1·21/44)/2,5 = 0,42.

Решим задачу на схему Бернулли с нечетким числом испытаний.

Ожидается, что в начале занятия будет сдано домашнее задание девятью студентами: $\tilde{9}$ = 0,35/8 + 0,56/9 + 0,09/10. Вероятность того, что хорошую оценку получит каждый из этих студентов, равна 0,7. Найдем вероятность того, что из сданных работ хорошие оценки получат не менее 8 студентов.

Имеем $n = \tilde{9}$ = 0,35/8 + 0,56/9 + 0,09/10. Вероятность получить хорошую оценку по каждой работе равна p = 0,7, – другие оценки q = 0,3.

Для каждого из возможного числа сданных работ находим интервальную вероятность, используя формулу Бернулли:

• для 8-ми сданных работ $p_8(\geq 8) = p_8(8) = C_8^8 \cdot p^8 \cdot q^0 = 0{,}7^8 \approx 0{,}0576$;

• для 9-ти сданных работ $p_9(\geq 8) = p_9(8) + p_9(9) = C_9^8 \cdot p^8 \cdot q^1 + C_9^9 \cdot p^9 \cdot q^0 = 9 \cdot 0{,}7^8 \cdot 0{,}3 + 0{,}7^9 \approx 0{,}1960$;

• для 10-ти сданных работ $p_{10}(\geq 8) = p_{10}(8) + p_{10}(9) + p_{10}(10) = C_{10}^8 \cdot p^8 \cdot q^2 + C_{10}^9 \cdot p^9 \cdot q^1 + C_{10}^{10} \cdot p^{10} \cdot q^0 = 45 \cdot 0{,}7^8 \cdot 0{,}3^2 + 10 \cdot 0{,}7^9 \cdot 0{,}3 + 0{,}7^{10} \approx 0{,}3828$.

Находим усредненное значение вероятности события A. Поскольку сумма значений функции принадлежности 0,35 + 0,56 + 0,09 = 1, то $\overline{p(A)} = 0{,}35 \cdot 0{,}0576 + 0{,}56 \cdot 0{,}1960 + 0{,}09 \cdot 0{,}3828 \approx 0{,}164$.

Усложним задачу, полагая, что вероятность p – треугольное нечеткое число (R-L)-типа: $p = (p_0; p_L; p_R) = \{p'; p''\}$, где $p' = p_0 - p_L$ – левая граница числа, $p'' = p_0 + p_R$ – правая граница. Пусть $p = 0{,}7 = \{0{,}5; 0{,}8\}$, тогда нельзя считать, что $q = 1 - p = 0{,}3 = \{0{,}2; 0{,}5\}$, поскольку при этом сумма нечетких чисел $p + q = \{0{,}7; 1{,}3\} \neq 1$. Поэтому, чтобы учесть взаимодействие (зависимость) нечетких переменных p и q, в формулах Бернулли следует всюду q заменять на $1 - p$, например, $p^8 \cdot q^1$ следует заменить на $p^8 \cdot (1 - p) = p^8 - p^9$, причем, поскольку уменьшаемое и вычитаемое также зависимые функции, то следует верхнюю границу разности определить как разность верхних границ уменьшаемого и вычитаемого. Аналогично определяется нижняя граница разности.

С учетом значения нижней границы ($p' = 0{,}5$) и верхней границы ($p'' = 0{,}8$) нечеткого числа p (R-L)-типа получаем:

$p_8(\geq 8) = p_8(8) = C_8^8 \cdot p^8 \cdot q^0 = 0{,}7^8 = \{0{,}5^8; 0{,}8^8\} \approx \{0{,}004; 0{,}168\}$ с функцией принадлежности $\mu_1 = 0{,}35$;

$p_9(\geq 8) = p_9(8) + p_9(9) = C_9^8 \cdot p^8 \cdot (1 - p)^1 + C_9^9 \cdot p^9 \cdot (1 - p)^0 = 9 \cdot (p^8 - p^9) + p^9 = 9 \cdot p^8 - 8 \cdot p^9 \approx \{0{,}0195; 0{,}436\}$ с функцией принадлежности $\mu_2 = 0{,}56$;

$p_{10}(\geq 8) = p_{10}(8) + p_{10}(9) + p_{10}(10) = C_{10}^8 \cdot p^8 \cdot (1 - p)^2 + C_{10}^9 \cdot p^9 \cdot (1 - p)^1 + C_{10}^{10} \cdot p^{10} \cdot (1 - p)^0 = 45 \cdot (p^8 - 2p^9 + p^{10}) + 10 \cdot (p^9 - p^{10}) + p^{10} = 45 \cdot p^8 - 80 \cdot p^9 + 36 \cdot p^{10} \approx \{0{,}0547; 0{,}678\}$ с функцией принадлежности $\mu_3 = 0{,}09$.

Используя правила сложения нечетких чисел (R-L)-типа, находим границы усредненной вероятности: $\overline{p'(\geq 8)} = 0{,}35 \cdot 0{,}004 + 0{,}56 \cdot 0{,}0195 + 0{,}09 \cdot 0{,}0547 \approx 0{,}017$; $\overline{p''(\geq 8)} = 0{,}35 \cdot 0{,}168 + 0{,}56 \cdot 0{,}436 + 0{,}09 \cdot 0{,}678 \approx 0{,}364$, Т.о., усредненное значение нечеткой вероятности $\overline{p(A)} \approx 0{,}164$ (R-L)-типа задается граничными значениями $\{0{,}017; 0{,}364\}$.

<u>В первом случае (B)</u> необходима детализация элементов, входящих в каждую конкретную комбинацию. При этом, поскольку конкретное комбинаторное соединение предполагает наличие в нем всего комплекта включаемых в него элементов, то функция принадлежности этого соединения должна определяться минимальным значением функции принадлежности этих элементов в исходном множестве.

Например, найдем нечеткое число сочетаний $C_{\tilde{5}}^3$. Если в случае (A) $\tilde{5}$ задается в форме «приблизительно 5»: $\tilde{5} = \frac{0{,}6}{4} + \frac{1}{5} + \frac{0{,}3}{6}$, и получаем: $C_{\tilde{5}}^3 = 0{,}6/C_4^3 + 1/C_5^3 +$

0,3/ C_6^3 = $\frac{0,6}{4}$ + $\frac{1}{10}$ + $\frac{0,6}{20}$, где учтено, что C_4^3 = 4, C_5^3 = 10, C_6^3 = 20, то в случае (*B*) $\tilde{5}$ задается в форме: $\tilde{5}$ = 0,8/*a* + 1/*b* + 0,6/*c* + 0,3/*d* + 0,1/*e*, и получаем нечеткое множество, которое содержит $C_{\tilde{5}}^3$ = 10 сочетаний: $\frac{\min\{0,8;1;0,6\}}{a \wedge b \wedge c}$ + $\frac{\min\{0,8;1;0,3\}}{a \wedge b \wedge d}$ + $\frac{\min\{0,8;1;0,1\}}{a \wedge b \wedge e}$ + $\frac{\min\{0,8;0,6;0,3\}}{a \wedge c \wedge d}$ + $\frac{\min\{0,8;0,6;0,1\}}{a \wedge c \wedge e}$ + $\frac{\min\{0,8;0,3;0,1\}}{a \wedge d \wedge e}$ + $\frac{\min\{1;0,6;0,3\}}{b \wedge c \wedge d}$ + $\frac{\min\{1;0,6;0,1\}}{b \wedge c \wedge e}$ + $\frac{\min\{1;0,3;0,1\}}{b \wedge d \wedge e}$ + $\frac{\min\{0,6;0,3;0,1\}}{c \wedge d \wedge e}$ = $\frac{0,6}{a \wedge b \wedge c}$ + $\frac{0,3}{a \wedge b \wedge d}$ + $\frac{0,1}{a \wedge b \wedge e}$ + $\frac{0,3}{a \wedge c \wedge d}$ + $\frac{0,1}{a \wedge c \wedge e}$ + $\frac{0,1}{a \wedge d \wedge e}$ + $\frac{0,3}{b \wedge c \wedge d}$ + $\frac{0,1}{b \wedge c \wedge e}$ + $\frac{0,1}{b \wedge d \wedge e}$ + $\frac{0,1}{c \wedge d \wedge e}$. Однако нельзя утверждать, что полученное число сочетаний – четкое число C_5^3 = 10, поскольку функция принадлежности соответствующих комбинаций отлична от 1, и, следовательно, 10 – это максимально возможное число сочетаний в рассматриваемом примере. Более того, для четких непустых множеств минимальное число сочетаний равно 1 (даже C_5^0 = 1). В рассматриваемом же нечетком исходном множестве объемом $\tilde{5}$ гарантировано присутствует только элемент *b*, т.е. 3-х различных элементов в этом множестве может и не оказаться, а, значит, число сочетаний по 3 элемента в этом случае будет равно 0 (выражение C_1^3 для числа сочетаний без повторений лишено смысла, поэтому множество сочетаний пустое).

<u>Во втором случае</u> в отличие от первого случая (*A*) нечеткое число комбинаторных соединений формируется по результатам подсчета комбинаций, число элементов в которых задается носителем нечеткого множества $\tilde{M}$, и с учетом функции принадлежности в $\tilde{M}$, при фиксированном (четком) числе элементов *N* в исходном множестве.

Решим задачу определения нечеткого числа сочетаний при нечетком числе выбираемых различных элементов из исходного множества.

Из 10 победителей общегородской олимпиады по математике на краевую олимпиаду смогут поехать только около 4-х: $\tilde{4}$ = 0,6/3 + 1/4 + 0,5/5. Найдем число различных комбинаций состава команды, которая представит город на краевой олимпиаде по математике.

Искомое число комбинаций $C_{10}^{\tilde{4}}$ = 0,6/ C_{10}^3 + 1/ C_{10}^4 + 0,5/ C_{10}^5 = 0,6/120 + 1/210 + 0,5/252.

<u>Третий случай (*A*)</u> предполагает нечеткость чисел *N* и *M* для тех комбинаторных соединений, которые получаются в результате отбора из *N* различных элементов исходного множества *M* элементов, образующих данную комбинацию.

Например, число сочетаний из приблизительно 5 элементов примерно по 3 элемента, если $\tilde{5}$ = $\frac{0,6}{4}$ + $\frac{1}{5}$ + $\frac{0,3}{6}$, $\tilde{3}$ = $\frac{0,2}{2}$ + $\frac{1}{3}$ + $\frac{0,5}{4}$, равно $C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}}$ = $\frac{\min\{0,6;0,2\}}{C_4^2}$ + $\frac{\min\{0,6;1\}}{C_4^3}$ + $\frac{\min\{0,6;0,5\}}{C_4^4}$ + $\frac{\min\{1;0,2\}}{C_5^2}$ + $\frac{\min\{1;1\}}{C_5^3}$ + $\frac{\min\{1;0,5\}}{C_5^4}$ + $\frac{\min\{0,3;0,2\}}{C_6^2}$ + $\frac{\min\{0,3;1\}}{C_6^3}$ +

$\frac{\min\{0,3;0,5\}}{C_6^4} = \frac{0,2}{6} + \frac{0,6}{4} + \frac{0,5}{1} + \frac{0,2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{0,5}{5} + \frac{0,2}{15} + \frac{0,3}{20} + \frac{0,3}{15}$. Выполняя объединение одинаковых значений носителя, получим: $C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}} = \frac{0,5}{1} + \frac{0,6}{4} + \frac{0,5}{5} + \frac{0,2}{6} + \frac{\max\{0,2;1\}}{10} + \frac{\max\{0,2;0,3\}}{15} + \frac{0,3}{20} = \frac{0,5}{1} + \frac{0,6}{4} + \frac{0,5}{5} + \frac{0,2}{6} + \frac{1}{10} + \frac{0,3}{15} + \frac{0,3}{20}$.

Третий случай (*B*). Найдем множество $C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}}$, если $\tilde{5}$ = 0,8/a + 1/b + 0,6/c + 0,3/d + 0,1/e, $\tilde{3}$ = 0,2/2 + 1/3 + 0,5/4. Сначала запишем искомую величину в виде объединения: $C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}}$ = 0,2/$C_{\tilde{5}}^{\tilde{2}}$ + 1/$C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}}$ + 0,5/$C_{\tilde{5}}^{\tilde{4}}$. Теперь детализируем комбинации элементов:

$$0,2/C_{\tilde{5}}^{2} = \frac{\min\{0,2;0,8;1\}}{a \wedge b} + \frac{\min\{0,2;0,8;0,6\}}{a \wedge c} + \frac{\min\{0,2;0,8;0,3\}}{a \wedge d} + \frac{\min\{0,2;0,8;0,1\}}{a \wedge e} + \frac{\min\{0,2;1;0,6\}}{b \wedge c} + \frac{\min\{0,2;1;0,3\}}{b \wedge d} + \frac{\min\{0,2;1;0,1\}}{b \wedge e} + \frac{\min\{0,2;0,6;0,3\}}{c \wedge d} + \frac{\min\{0,2;0,6;0,1\}}{c \wedge e} + \frac{\min\{0,2;0,3;0,1\}}{d \wedge e} = \frac{0,2}{a \wedge b} + \frac{0,2}{a \wedge c} + \frac{0,2}{a \wedge d} + \frac{0,1}{a \wedge e} + \frac{0,2}{b \wedge c} + \frac{0,2}{b \wedge d} + \frac{0,1}{b \wedge e} + \frac{0,2}{c \wedge d} + \frac{0,1}{c \wedge e} + \frac{0,1}{d \wedge e};$$

$$1/C_{\tilde{5}}^{3} = \frac{\min\{1;0,8;1;0,6\}}{a \wedge b \wedge c} + \frac{\min\{1;0,8;1;0,3\}}{a \wedge b \wedge d} + \frac{\min\{1;0,8;1;0,1\}}{a \wedge b \wedge e} + \frac{\min\{1;0,8;0,6;0,3\}}{a \wedge c \wedge d} + \frac{\min\{1;0,8;0,6;0,1\}}{a \wedge c \wedge e} + \frac{\min\{1;0,8;0,3;0,1\}}{a \wedge d \wedge e} + \frac{\min\{1;1;0,6;0,3\}}{b \wedge c \wedge d} + \frac{\min\{1;1;0,6;0,1\}}{b \wedge c \wedge e} + \frac{\min\{1;1;0,3;0,1\}}{b \wedge d \wedge e} + \frac{\min\{1;0,6;0,3;0,1\}}{c \wedge d \wedge e} = \frac{0,6}{a \wedge b \wedge c} + \frac{0,3}{a \wedge b \wedge d} + \frac{0,1}{a \wedge b \wedge e} + \frac{0,3}{a \wedge c \wedge d} + \frac{0,1}{a \wedge c \wedge e} + \frac{0,1}{a \wedge d \wedge e} + \frac{0,3}{b \wedge c \wedge d} + \frac{0,1}{b \wedge c \wedge e} + \frac{0,1}{b \wedge d \wedge e} + \frac{0,1}{c \wedge d \wedge e};$$

$$0,5/C_{\tilde{5}}^{4} = \frac{\min\{0,5;0,8;1;0,6;0,3\}}{a \wedge b \wedge c \wedge d} + \frac{\min\{0,5;0,8;1;0,6;0,1\}}{a \wedge b \wedge c \wedge e} + \frac{\min\{0,5;0,8;1;0,3;0,1\}}{a \wedge b \wedge d \wedge e} + \frac{\min\{0,5;0,8;0,6;0,3;0,1\}}{a \wedge c \wedge d \wedge e} + \frac{\min\{0,5;1;0,6;0,3;0,1\}}{b \wedge c \wedge d \wedge e} = \frac{0,3}{a \wedge b \wedge c \wedge d} + \frac{0,1}{a \wedge b \wedge c \wedge e} + \frac{0,1}{a \wedge b \wedge d \wedge e} + \frac{0,1}{a \wedge c \wedge d \wedge e} + \frac{0,1}{b \wedge c \wedge d \wedge e}.$$

При подсчете числа комбинаций $C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}}$, содержащих фиксированное число элементов, получаем: $C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}} = \frac{0,1}{4\text{ по }2} + \frac{0,2}{6\text{ по }2} + \frac{0,1}{6\text{ по }3} + \frac{0,3}{3\text{ по }3} + \frac{0,6}{1\text{ по }3} + \frac{0,1}{4\text{ по }4} + \frac{0,3}{1\text{ по }4}$, где, например, обозначение $\frac{0{,}2}{6\text{ по }2}$ означает, что 6 сочетаний по 2 элемента для исходного нечеткого множества задается значением функции принадлежности 0,2.

Решение задачи можно представить и разложением по множествам α-уровня:

α	$(C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}})^{\alpha}$	Сочетания α-уровня
0,1	$(C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}})^{0,1}$ = 25	{(*a*,*b*); (*a*,*c*); (*a*,*d*); (*a*,*e*); (*b*,*c*); (*b*,*d*); (*b*,*e*); (*c*,*d*); (*c*,*e*); (*d*,*e*); (*a*,*b*,*c*); (*a*,*b*,*d*); (*a*,*b*,*e*); (*a*,*c*,*d*); (*a*,*c*,*e*); (*a*,*d*,*e*); (*b*,*c*,*d*); (*b*,*c*,*e*); (*b*,*d*,*e*); (*c*,*d*,*e*); (*a*,*b*,*c*,*d*); (*a*,*b*,*c*,*e*); (*a*,*b*,*d*,*e*); (*a*,*c*,*d*,*e*); (*b*,*c*,*d*,*e*)}
0,2	$(C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}})^{0,2}$ = 11	{(*a*,*b*); (*a*,*c*); (*a*,*d*); (*b*,*c*); (*b*,*d*); (*c*,*d*); (*a*,*b*,*c*); (*a*,*b*,*d*); (*a*,*c*,*d*); (*b*,*c*,*d*); (*a*,*b*,*c*,*d*)}
0,3	$(C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}})^{0,3}$ = 5	{(*a*,*b*,*c*); (*a*,*b*,*d*); (*a*,*c*,*d*); (*b*,*c*,*d*); (*a*,*b*,*c*,*d*)}
0,6	$(C_{\tilde{5}}^{\tilde{3}})^{0,6}$ = 1	{(*a*,*b*,*c*)}

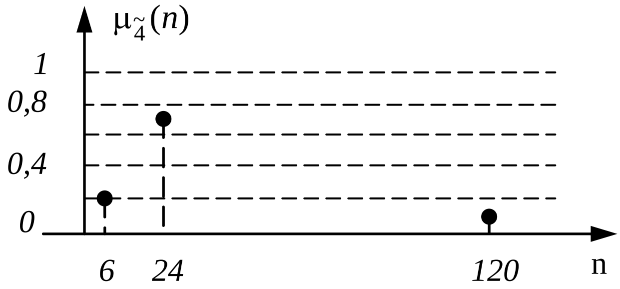
Для расчета числа размещений с повторениями в четком множестве исходных элементов объемом *n* и при фиксированном числе элементов *m* в комбинациях используется правило произведения, которое равносильно степени $\mathring{A}_n^m = n^m$. В случае нечетких $\tilde{N}$ и $\tilde{M}$ следует использовать только показательную формулу расчета числа размещений. Пусть турфирма предлагает путевки лечебно-оздоровительных туров в $\tilde{6}$ стран (неопределенность вызвана возможными изменениями внутриполитической стабильности в этих странах: $\tilde{6}$ = 0,7/5 + 0,9/6 + 0,4/7). Из трех обратившихся в фирму потенциальных клиентов путевки покупают около 2-х из них ($\tilde{2}$ = 0,8/1 + 1/2 + 0,5/3). Тогда число всех возможных комбинаций стран, в которые могут поехать эти потенциальные клиенты равно

$$\mathring{A}_{\tilde{6}}^{\tilde{2}} = \tilde{6}^{\tilde{2}} = \frac{\min\{0{,}7;0{,}8\}}{5^1} + \frac{\min\{0{,}7;1\}}{5^2} + \frac{\min\{0{,}7;0{,}5\}}{5^3} + \frac{\min\{0{,}9;0{,}8\}}{6^1} + \frac{\min\{0{,}9;1\}}{6^2} + \frac{\min\{0{,}9;0{,}5\}}{6^3} + \frac{\min\{0{,}4;0{,}8\}}{7^1} + \frac{\min\{0{,}4;1\}}{7^2} + \frac{\min\{0{,}4;0{,}5\}}{7^3} = \frac{0{,}7}{5} + \frac{0{,}7}{25} + \frac{0{,}5}{125} + \frac{0{,}8}{6} + \frac{0{,}9}{36} + \frac{0{,}5}{216} + \frac{0{,}4}{7} + \frac{0{,}4}{49} + \frac{0{,}4}{343}.$$

Для тех же нечетких параметров $\tilde{n} = \tilde{6}$ = 0,7/5 + 0,9/6 + 0,4/7, $\tilde{m} = \tilde{2}$ = 0,8/1 + 1/2 + 0,5/3 число сочетаний с повторениями $\mathring{\tilde{C}}_{\tilde{6}}^{\tilde{2}}$ = min{0,7; 0,8}/$\mathring{C}_5^1$ + min{0,7; 1}/$\mathring{C}_5^2$ + min{0,7; 0,5}/$\mathring{C}_5^3$ + min{0,9; 0,8}/$\mathring{C}_6^1$ + min{0,9; 1}/$\mathring{C}_6^2$ + min{0,9; 0,5}/$\mathring{C}_6^3$ + min{0,4; 0,8}/$\mathring{C}_7^1$ + min{0,4; 1}/$\mathring{C}_7^2$ + min{0,4; 0,5}/$\mathring{C}_7^3$ = 0,7/5 + 0,8/6 + 0,4/7 + 0,7/15 + 0,9/21 + 0,4/28 + 0,5/35 + 0,5/56 + 0,4/84.

Для нечетких перестановок различных элементов возможен только 3-й случай, причем между элементами нечетких множеств $\tilde{N}$ и $\tilde{M}$ определена однозначная связь с учетом соответствующих значений функции принадлежности, поскольку число элементов в перестановках равно числу элементов в исходном множестве.

Пусть в исходном множестве примерно 4 различных элемента (случай *A*): $\tilde{N} = \tilde{4} = 0{,}2/3 + 0{,}7/4 + 0{,}1/5$. Тогда возможно 3! = 6 перестановок с функцией принадлежности $\mu_{\tilde{4}}(3) = 0{,}2$; 4! = 24 перестановок с $\mu_{\tilde{4}}(4) = 0{,}7$ и 5! = 120 перестановок с $\mu_{\tilde{4}}(5) = 0{,}1$, или нечеткое число перестановок окажется равным $P_{\tilde{4}} = 0{,}2/6 + 0{,}7/24 + 0{,}1/120$:



Для оценки числа перестановок без повторений большого числа элементов $\tilde{N}$ нечеткого множества можно использовать формулу Стирлинга: $\tilde{N}\,! \approx \sqrt{2\pi\tilde{N}} \cdot (\tilde{N}/e)^{\tilde{N}}$.

Все перестановки без идентичных элементов для нечеткого исходного множества (случай *B*) будут иметь одно и то же значение функции принадлежности, равное минимальному значению этой функции для несущего множества элементов исходного множества. Так, если $\tilde{3} = 0{,}8/a + 1/b + 0{,}6/c$, то

$$P_{\tilde{3}} = A_{\tilde{3}}^{\tilde{3}} = \frac{\min\{0{,}8;1;0{,}6\}}{a \wedge b \wedge c + a \wedge c \wedge b + b \wedge a \wedge c + b \wedge c \wedge a + c \wedge a \wedge b + c \wedge b \wedge a} =$$

$$\frac{0{,}6}{a \wedge b \wedge c + a \wedge c \wedge b + b \wedge a \wedge c + b \wedge c \wedge a + c \wedge a \wedge b + c \wedge b \wedge a},$$ где знак «+» всюду означает операцию объединения.

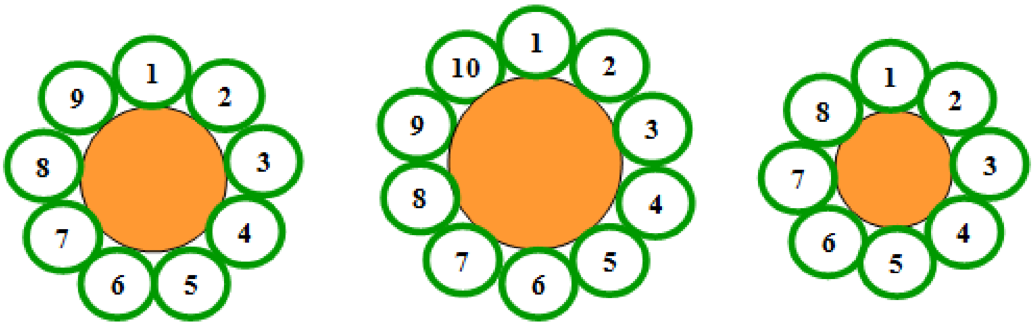
Решим задачу на использование формулы классической вероятности с расчетом числа перестановок.

Около 9 разных молекул при продольном расположении формируют поверхность нанотрубки ($\tilde{9} = 0{,}2/8 + 0{,}6/9 + 0{,}2/10$). Найти вероятность того, что молекулы *X* и *Y* окажутся при агломерировании в нанотрубку соседними, если равновозможно любое соседство молекул, а отсутствие хотя бы одной из молекул *X* и *Y* не позволяет сформировать эту нанотрубку.

Пусть поверхность трубки образуют $N = 9$ молекул, которые пронумерованы от 1 до 9, тогда общее число равновозможных комбинаций (исходов) возможного распределения 9-ти молекул относительно друг друга – перестановки по 9 элементов, т.е. $n_1 = P_9 = 9!$ Событию A = {Молекулы *X* и *Y* окажутся рядом} благоприятствуют такие упорядоченные комбинации из 9 номеров, в которых номера молекул *X* и *Y* окажутся рядом.

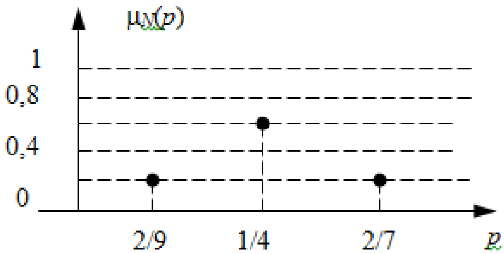
Поскольку имеется 9 пар соседних мест (1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6, 6-7, 7-8, 8-9, 9-1), и на каждой паре мест молекулы *X* и *Y* могут расположиться 2-мя способами, тогда как остальные 7 молекул могут распределиться произвольным образом, то число исходов, благоприятствующих событию *A*: $m_1 = 2\cdot 9\cdot P_7 = 2\cdot 9\cdot 7!$ Следовательно, вероятность события *A*: $p_1(A) = m_1/n_1 = 2\cdot 9\cdot 7!/9! = 1/4$.

Если на поверхности трубки $N = 8$ молекул, то аналогично находим $p_2(A) = m_2/n_2 = 2\cdot 8\cdot 6!/8! = 2/7$.



Если на поверхности трубки N = 10 молекул, получаем $p_3(A) = m_3/n_3 = 2\cdot 10\cdot 8!/10! = 2/9$.

Т.о., нечеткая вероятность события A: $\tilde{p}(A) = \frac{0{,}2}{2/9} + \frac{0{,}6}{1/4} + \frac{0{,}2}{2/7}$, где знак суммы означает объединение элементов несущего множества.



Поскольку сумма значений функции принадлежности $\mu(N)$ и соответственно значений функции принадлежности $\mu_N(p)$ равна 1, то усредненная нечеткая вероятность события A, т.е. математическое ожидание нечеткой вероятности события A: $\overline{p(A)} = p(B_1)\cdot p(A/B_1) + p(B_2)\cdot p(A/B_2) + p(B_3)\cdot p(A/B_3) = 0{,}2\cdot 2/7 + 0{,}6\cdot 1/4 + 0{,}2\cdot 2/9 \approx 0{,}25$.

Рассмотрим примеры перестановок при наличии в исходном множестве нескольких групп идентичных элементов. Нечеткий объем такого исходного множества формируется по нечеткому количеству элементов в этих группах. Пусть в 1-й группе $\tilde{n}_1 = \tilde{2} = 0{,}5/1 + 1/2$ идентичных элемента 1-го рода, во 2-й группе $\tilde{n}_2 = \tilde{3} = 0{,}3/2 + 1/3 + 0{,}6/4$ идентичных элемента 2-го рода, в 3-й группе $\tilde{n}_3 = \tilde{4} = 0{,}7/3 + 1/4$ идентичных элемента 3-го рода. Тогда согласно правилу сложения нечетких чисел объем исходного множества составит $\tilde{N} = \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2 + \tilde{n}_3 = \tilde{9} = \frac{\min\{0{,}5;0{,}3;0{,}7\}}{1+2+3} + \frac{\min\{0{,}5;0{,}3;1\}}{1+2+4} + \frac{\min\{0{,}5;1;0{,}7\}}{1+3+3} + \frac{\min\{0{,}5;1;1\}}{1+3+4} + \frac{\min\{0{,}5;0{,}6;0{,}7\}}{1+4+3} + \frac{\min\{0{,}5;0{,}6;1\}}{1+4+4} + \frac{\min\{1;0{,}3;0{,}7\}}{2+2+3} + \frac{\min\{1;0{,}3;1\}}{2+2+4} + \frac{\min\{1;1;0{,}7\}}{2+3+3} + \frac{\min\{1;1;1\}}{2+3+4} + \frac{\min\{1;0{,}6;0{,}7\}}{2+4+3} + \frac{\min\{1;0{,}6;1\}}{2+4+4} = 0{,}3/6 + 0{,}5/7 + 0{,}7/8 + 1/9 + 0{,}6/10$ элементов (здесь при нахождении носителя числа $\tilde{N}$ знак «+» под чертой дроби означает операцию арифметического сложения).

Однако для подсчета числа рассматриваемых перестановок следует использовать не конечный, а приведенный выше промежуточный результат суммы, поскольку в таких перестановках принципиален не вклад комплекта всех элементов в целом, а вклад этого комплекта с учетом его разбиения на группы идентичных элементов (т.е. следует отдельно рассмотреть каждую комбинацию возможного количественного состава групп, определяющую значение одного из элементов носителя объема исходного множества $\tilde{N}$). Искомое нечеткое число перестановок при наличии неразличимых элементов $P_{\tilde{9}}(\tilde{2};\tilde{3};\tilde{4})$ = $\frac{0,3}{P_6(1;2;3)}+\frac{0,3}{P_7(1;2;4)}+\frac{0,5}{P_7(1;3;3)}+\frac{0,5}{P_8(1;3;4)}+\frac{0,5}{P_8(1;4;3)}+\frac{0,5}{P_9(1;4;4)}+\frac{0,3}{P_7(2;2;3)}+\frac{0,3}{P_8(2;2;4)}+\frac{0,7}{P_8(2;3;3)}+\frac{1}{P_9(2;3;4)}+\frac{0,6}{P_9(2;4;3)}+\frac{0,6}{P_{10}(2;4;4)}$ = 0,3/60 + 0,3/105 + 0,5/140 + 0,5/280 + 0,5/280 + 0,5/630 + 0,3/210 + 0,3/420 + 0,7/560 + 1/1260 + 0,6/1260 + 0,6/3150 = 0,3/60 + 0,3/105 + 0,5/140 + 0,3/210 + 0,5/280 + 0,3/420 + 0,7/560 + 0,5/630 + 1/1260 + 0,6/3150.

Если введено дополнительное ограничение – объем исходного множества является четким числом N = 9, то в приведенном примере трех различных групп идентичных элементов нечеткие числа $\tilde{n}_1$, $\tilde{n}_2$, $\tilde{n}_3$ становятся взаимодействующими, т.е. по двум заданным из них находится третье (при этом для максимальных возможных значений нечетких чисел $\tilde{n}_1$, $\tilde{n}_2$ должно выполняться $n_1'' + n_2'' \le N$). Т.е. если $\tilde{n}_1 = \tilde{2}$ = 0,5/1 + 1/2 и $\tilde{n}_2 = \tilde{3}$ = 0,3/2 + 1/3 + 0,6/4, то из условия $\tilde{n}_1 + \tilde{n}_2 + \tilde{n}_3 = 9$ находим $\tilde{n}_3$. Для этого воспользуемся таблицей:

$\mu(n_2)/n_2$ \ $\mu(n_1)/n_1$	*0,3/2*	*1/3*	*0,6/4*
0,5/1	$\frac{\min\{0,5;0,3\}}{6}=\frac{0,3}{6}$	$\frac{\min\{0,5;1\}}{5}=\frac{0,5}{5}$	$\frac{\min\{0,5;0,6\}}{4}=\frac{0,5}{4}$
1/2	$\frac{\min\{1;0,3\}}{5}=\frac{0,3}{5}$	$\frac{\min\{1;1\}}{4}=\frac{1}{4}$	$\frac{\min\{1;0,6\}}{3}=\frac{0,6}{3}$

Следовательно, $\tilde{n}_3 = \tilde{4} = \frac{0,6}{3}+\frac{1}{4}+\frac{0,5}{5}+\frac{0,3}{6}$; $\tilde{N} = \tilde{n}_1 + \tilde{n}_2 + \tilde{n}_3 = \frac{\min\{0,5;0,3;0,3\}}{1+2+6}+\frac{\min\{0,5;1;0,5\}}{1+3+5}+\frac{\min\{0,5;0,6;1\}}{1+4+4}+\frac{\min\{1;0,3;0,5\}}{2+2+5}+\frac{\min\{1;1;1\}}{2+3+4}+\frac{\min\{1;0,6;0,6\}}{2+4+3}=\frac{0,3}{9}+\frac{0,5}{9}+\frac{0,5}{9}+\frac{0,3}{9}+\frac{1}{9}+\frac{0,6}{9}=\frac{1}{9}=N$;

$P_9(\tilde{n}_1,\ \tilde{n}_2,\ \tilde{n}_3) = \frac{0,3}{P_9(1;2;6)}+\frac{0,5}{P_9(1;3;5)}+\frac{0,5}{P_9(1;4;4)}+\frac{0,3}{P_9(2;2;5)}+\frac{1}{P_9(2;3;4)}+\frac{0,6}{P_9(2;4;3)}=\frac{0,3}{252}+\frac{0,5}{504}+\frac{0,5}{630}+\frac{0,3}{756}+\frac{1}{1260}+\frac{0,6}{1260}=\frac{0,3}{252}+\frac{0,5}{504}+\frac{0,5}{630}+\frac{0,3}{756}+\frac{1}{1260}$.

Результаты и выводы

Т.о., число комбинаторных соединений и совокупности входящих в них элементов может существенно меняться в условиях нечетких параметров задаваемых дискретных множеств. Приведены примеры расчета нечетких размещений, сочетаний, без повторений и с повторениями. Отдельные классы нечетких комбинаций образуют перестановки без повторений и перестановки при наличии не менее трех групп идентичных элементов в исходном нечетком множестве. Определено влияние нечеткости комбинаторных соединений на вероятность рассматриваемого события и на примере схемы Бернулли отмечена необходимость учета возможной взаимодействия нечетких переменных при расчете вероятности. Показана возможность использования формулы полной вероятности для расчета математического ожидания нечеткой вероятности события.

Заключение

Выявлены некоторые особенности формализации нечеткой комбинаторики, которые необходимо учитывать при многовариантности эмпирических результатов, влияющих на вероятностные характеристики изучаемых случайных процессов и на выбор необходимого оптимального решения.

Примечания:

1. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969. 323 с.
2. Гитман М.Б., Цылова Е.Г. Введение в комбинаторику и теорию вероятностей: Учеб. пособие. Пермь, 1999.
3. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. М.: Мир, 1976. 165 с.
4. Конышева Л.К., Назаров Д.М. Основы теории нечетких множеств: Учебное пособие. СПб.: Питер, 2011. 192 с.
5. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Радио и связь, 1982. 432 с.
6. Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. М.: Изд-во «Физматлит», 1975. 480 с.
7. Липский В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир, 1988. 200 с.
8. Макарова И.Л., Самарин В.И., Симонян А.Р., Улитина Е.И., Якунина Н.Ф. Специальные методы исследования операций в условиях нечетких данных: Учебное пособие. Сочи: РИЦ ФГБОУ ВПО «СГУ», 2014. 70 с.
9. Орлов А.И. Нечисловая статистика. М.: МЗ-Пресс, 2004. 513 с.
10. Самарин В.И. Математика: Практикум для студентов – дизайнеров: Учеб. пособие. Сочи: РИЦ СГУ, 2012. 300 с.

References:

1. Vilenkin N.Ya. Kombinatorika. M.: Nauka, 1969. 323 s.
2. Gitman M.B., Tsylova E.G. Vvedenie v kombinatoriku i teoriyu veroyatnostei: Ucheb. posobie. Perm', 1999.
3. Zade L. Ponyatie lingvisticheskoi peremennoi i ego primenenie k prinyatiyu priblizhennykh reshenii. M.: Mir, 1976. 165 s.
4. Konysheva L.K., Nazarov D.M. Osnovy teorii nechetkikh mnozhestv: Uchebnoe posobie. SPb.: Piter, 2011. 192 s.
5. Kofman A. Vvedenie v teoriyu nechetkikh mnozhestv. M.: Radio i svyaz', 1982. 432 s.
6. Kofman A. Vvedenie v prikladnuyu kombinatoriku. M.: Izd-vo «Fizmatlit», 1975. 480 s.
7. Lipskii V. Kombinatorika dlya programmistov. M.: Mir, 1988. 200 s.
8. Makarova I.L., Samarin V.I., Simonyan A.R., Ulitina E.I., Yakunina N.F. Spetsial'nye metody issledovaniya operatsii v usloviyakh nechetkikh dannykh: Uchebnoe posobie. Sochi: RITs FGBOU VPO «SGU», 2014. 70 s.
9. Orlov A.I. Nechislovaya statistika. M.: MZ-Press, 2004. 513 s.
10. Samarin V.I. Matematika: Praktikum dlya studentov – dizainerov: Ucheb. posobie. Sochi: RITs SGU, 2012. 300 s.

УДК 51

Нечеткая комбинаторика

Виктор Иванович Самарин

Сочинский государственный университет, Российская Федерация
Кандидат физико-математических наук, доцент
354000 г. Сочи, ул. Советская, 26 а
E-mail: visamarin@mail.ru

Аннотация. Проведен анализ комбинаторных соединений на нечетких исходных дискретных множествах элементов и соединений нечеткого числа элементов. Приведены примеры расчета числа нечетких комбинаторных соединений. Рассмотрены особенности нечетких вероятностей события, обусловленные нечеткой комбинаторикой. Показано, что при решении задач в условиях схемы Бернулли необходимо учитывать взаимодействие (зависимость) нечетких переменных. Отдельно исследованы перестановки с нечетким числом неразличимых элементов, образующих соответствующие группы в исходном множестве.

Ключевые слова: нечеткое множество, комбинаторные соединения, размещения, перестановки, сочетания, размещения с повторениями, перестановки с неразличимыми элементами, нечеткая вероятность события, функция принадлежности, полная группа гипотез, усреднение (математическое ожидание) значения нечеткого числа.