

**UTILIZAREA METODEI
GRAFICELOR WILSON PENTRU
DETERMINAREA COEFICIENTULUI
DE TRANSFER DE CALDURA IN
TRANSFERUL DE CALDURA
CONVECTIV**

**Conf. dr. ing. Diaconu Bogdan,
Prof. univ. dr. ing. Paliță Valentin,
Prof. univ. dr. ing. Cruceru Mihai
Prof. univ. dr. ing. Racoceanu
Cristinel,
Prep. univ. ing. Foanene Adriana,
Universitatea „Constantin Brâncuși” din
Târgu-Jiu**

**WILSON PLOT METHOD FOR
ESTIMATION OF THE FILM
COEFFICIENTS IN CONVECTIVE
HEAT TRANSFER**

**Assoc. PhD. Eng. Diaconu Bogdan
Prof. PhD. Eng. Paliță Valentin
Prof. PhD. Eng. Cruceru Mihai
Prof. PhD. Eng. Racoceanu Cristinel
Eng. Foanene Adriana
„Constantin Brâncuși” University of Târgu
Jiu**

Rezumat: Metoda graficelor Wilson este utilizata pe scară largă pentru a determina experimental coeficientul de convecție de transfer termic și pentru dezvoltarea acestor corelații de convecție pentru diferite configurații geometrice și de debit. Aceasta metoda este destul de simplă pentru a putea fi aplicata în practicile de laborator la nivel universitar și doctoral. Caracteristicile sale o prezinta ca fiind adecvata pentru a fi inclusa curriculum universitar.

Cuvinte cheie: metoda graficelor Wilson, coeficientul de convecție de transfer termic.

1. Introducere

Transferul de căldură convectiv monofazic are un rol important într-un număr mare de procese industriale termice. Cunoașterea cât mai exactă a fluxurilor termice într-un proces de transfer de căldură este o premisă esențială în proiectarea aparatelor de transfer de căldură rațional dimensionate și cu eficiență ridicată. Spre deosebire de transferul de căldură prin conducție și prin radiație, care pot fi descrise exact în mod analitic, transferul de căldură convectiv poate fi caracterizat din punct de vedere cantitativ doar până la un anumit grad prin metode analitice. În aplicații practice

Abstract: Wilson plot technique is being widely used for determining experimentally the convection heat transfer coefficient and developing convection heat transfer correlations for various flow and geometrical configurations. Wilson plot method is simple enough to be applied in laboratory practices for university and doctoral level students. Its features render it adequate to be included in university engineering coursed.

Key words: Wilson plot technique, convection heat transfer coefficient.

1. Introduction.

Single phase convection heat transfer plays an essential role in a large variety of industrial processes involving heat. Accurate estimation of the heat transfer rates in any heat transfer process is a key issue in designing rational and highly efficient heat exchange devices. Unlike heat conduction and radiative exchange, which can be described accurately by analytical laws, convection heat transfer can only be quantitatively determined up to a certain degree by means of analytical techniques. In practical applications the

utilizarea metodelor analitice nu se aplică, dată fiind existența unui număr mare de configurații ale curgerii. Soluții analitice pentru transferul de căldură convectiv există doar pentru un număr redus de configurații simple ale curgerii. În cele ce urmează se prezintă soluțiile analitice pentru transferul de căldură convectiv monofazic pentru o serie de configurații simple ale curgerii:

1. Curgere laminară peste o placă plană (perete izoterm și $0.6 \leq Pr \leq 50$):

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}$$

(1)

2. Curgere laminară peste o placă plană (flux termic constant):

$$Nu_x = 0.453 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}$$

(2)

3. Curgere laminară complet cu profilul hidrodinamic complet dezvoltat prin tuburi de secțiune circulară [1]:

$$Nu_D = 4.364$$

(3)

Criteriul Nusselt din ecuația (2) se determină utilizând diametrul tubului ca lungime caracteristică.

4. Curgere laminară complet cu profilul hidrodinamic complet dezvoltat prin tuburi de secțiune circulară cu perete izoterm [1]:

$$Nu_D = 3.657$$

(4)

5. Strat limită peste placă plană cu o porțiune inițială neîncălzită (x_0), [1]:

use of analytical approach is not feasible given the existence of a large number of flow and geometric configuration types of heat exchange devices. Analytical solutions for convective heat transfer exist only for a low number of geometrical configurations under certain flow conditions. A short review of such solutions is worthy mentioning for single-phase convective heat transfer:

7. Laminar flow on a flat surface (isothermal wall and $0.6 \leq Pr \leq 50$):

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}$$

(1)

8. Laminar flow on a flat surface (constant heat flux at the wall):

$$Nu_x = 0.453 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}$$

(2)

9. Fully developed laminar incompressible tube flow with uniform heat flux at the wall [1]:

$$Nu_D = 4.364$$

(3)

Nusselt number in Eq. (2) is computed with tube diameter D as the characteristic length.

10. Fully developed laminar incompressible tube flow with isothermal wall [1]:

$$Nu_D = 3.657$$

(4)

11. Boundary layer with an unheated starting length (x_0), [1]:

$$Nu_x = \frac{0.332 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}}{\left[1 - (x_0/x)^{3/4}\right]^{1/3}},$$

$$x > x_0$$

(5)

$$Nu_x = \frac{0.332 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}}{\left[1 - (x_0/x)^{3/4}\right]^{1/3}},$$

$$x > x_0$$

(5)

6. Curgere cu profil hidrodinamic complet dezvoltat între două plăci plane situate la $y = -h/2$ și $y = h/2$, [1]:

$$Nu_{D_h} = \begin{cases} 7.541 & (a) \\ 8.235 & (b) \\ 5.385 & (c) \end{cases}$$

(6)

- (a) – temperaturile plăcilor impuse
 (b) – flux termic pe plăci impus
 (c) – o placă cu valoare impusă a fluxului termic, cealaltă adiabatică

Trebuie menționat că toate corelațiile pentru transferul de căldură convectiv se aplică în condițiile curgerii laminare. În cazul curgerii turbulente apar dificultăți suplimentare în modelarea analitică a transferului de căldură convectiv. În practică, curgerea turbulentă predomină în marea majoritate a situațiilor. Acesta este principalul motiv pentru care a fost necesară dezvoltarea de tehnici alternative – în special experimentale – pentru modelarea transferului de căldură convectiv.

2. Descrierea metodei graficelor Wilson

Metoda descrisă în continuare a fost concepută de Wilson în 1915 (A basis of rational design of heat transfer apparatus, ASME Journal of Heat Transfer 37 (1915) 47–70) [2] pentru evaluarea coeficientului de transfer de căldură într-un condensator de tipul cu manta și țevi la care curgerea lichidului de răcire (apă) se face prin țevi iar condensarea vaporilor are loc în spațiul dintre țevi și manta. Metoda se bazează pe separarea rezistenței termice totale în două componente,

12. Fully developed laminar flow between two parallel plates located at $y = -h/2$ and $y = h/2$, [1]:

$$Nu_{D_h} = \begin{cases} 7.541 & (a) \\ 8.235 & (b) \\ 5.385 & (c) \end{cases}$$

(6)

- (d) – fixed plate temperatures
 (e) – fixed heat flux at both plates
 (f) – one plate fixed heat flux, one adiabatic

It is worth noticing that all heat transfer correlations listed above apply for laminar flow conditions. Turbulence only adds to the difficulty in developing analytical solutions for convective heat transfer. However, most of the practical situations involve turbulent flow. This is the reason for the existence of a large number of experimental techniques for developing convective heat transfer correlations exist. Wilson plot method

2. Description of the Wilson plot method.

The Wilson plot method was developed by Wilson in 1915 (A basis of rational design of heat transfer apparatus, ASME Journal of Heat Transfer 37 (1915) 47–70) [2] to evaluate the convection coefficients in shell and tube condensers for the case of a vapour condensing outside by means of a cool liquid flow inside. It is based on the separation of the overall thermal resistance into the inside convective

și anume rezistența termică corespunzătoare procesului de convecție din interiorul țevilor și restul rezistențelor termice implicate în transferul termic global.

În secțiunea următoare este prezentată o descriere a metodei Wilson pentru procesul de condensare a vaporilor într-un condensator cu manta și țevi. Rezistența termică totală în cazul transferului de căldură într-un condensator cu manta și țevi este dată de relația:

$$R_{total} = R_{interior} + R_{perete} + R_{exterior} \quad (7)$$

Ținând seama de expresia fiecăreia din rezistențele termice care apar în ecuația (7), expresia rezistenței termice totale poate fi pusă sub forma:

$$R_{total} = \frac{1}{\alpha_i A_i} + \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{d_e}{d_i} + \frac{1}{\alpha_e A_e} \quad (8)$$

În ecuația (8) au fost utilizate următoarele notații:

α - coeficientul de convecție
 λ - coeficientul de conductivitate termică

L – lungimea țevilor
 d – diametrul țevilor
 A – aria suprafeței de transfer termic

Indici inferiori:
 i – fața interioară a țevii
 e – fața exterioară a țevii

Rezistența termică totală poate fi exprimată ca o funcție de coeficientul global de transfer de căldură raportat la fața interioară respectiv exterioară a țevii:

$$R_{total} = \frac{1}{k_{i/e} A_{i/e}} \quad (9)$$

În care:

k - coeficientul global de transfer de căldură

thermal resistance and the remaining thermal resistances participating in the heat transfer process.

In the following section a description of the Wilson plot method is provided for the condensation process in a shell and tubes condenser.

The overall thermal resistance in the case of a shell and tubes condenser is given by:

$$R_{total} = R_{internal} + R_{wall} + R_{external} \quad (7)$$

Taking into account the expression of each thermal resistance occurring in Eq. (7), the overall thermal resistance can be expressed as:

$$R_{total} = \frac{1}{\alpha_i A_i} + \frac{1}{2\pi\lambda L} \ln \frac{d_e}{d_i} + \frac{1}{\alpha_e A_e} \quad (8)$$

Where:

α - convection coefficient
 λ - thermal conductivity coefficient

L – tube length
 d – tube diameter
 A – heat transfer surface area

Subscripts:

i – internal
 e - external

The overall thermal resistance R_{total} can be expressed as a function of the overall heat transfer coefficient reported to the internal / external side of the tube and the corresponding heat transfer surface area:

$$R_{total} = \frac{1}{k_{i/o} A_{i/o}} \quad (9)$$

Where:

k - overall heat transfer coefficient

Pentru cazul particular al condensatorului cu manta și țevi, Wilson a pornit de la ipoteza că la modificarea debitului agentului de răcire, modificarea coeficientului global de transfer de căldură este provocată exclusiv de modificarea coeficientului de convecție pe fața interioară a țevii deoarece modificarea menționată are un efect nesemnificativ asupra celorlalte rezistențe termice. Prin urmare, suma rezistențelor termice corespunzătoare procesului de transfer de căldură de la exteriorul țevii și convecției prin pereții țevii poate fi considerată constantă:

$$R_{wall} + R_{external} = C_1 \quad (10)$$

Wilson a exprimat coeficientul de convecție la interiorul țevii pentru cazul curgerii turbulente cu profilul hidrodinamic complet dezvoltat ca o funcție de viteza fluidului:

$$\alpha_i = C_2 v^n \quad (11)$$

În care

C_2 - constantă

n - exponent al vitezei

Această observație este în concordanță cu binecunoscuta corelație Dittus - Boelter:

$$Nu_D = 0.0234 Pr^{0.4} Re_D^{0.8} \quad (12)$$

Combinând ecuațiile (7), (8), (9) și (11), rezistența termică totală poate fi exprimată astfel:

$$R_{total} = C_1 + \frac{1}{C_2 A_i} \cdot \frac{1}{v^n} \quad (13)$$

Din ecuația (13) se observă că C_1 și $1/(C_2 A_i)$ sunt ordonate la origine respectiv

For the specific conditions of a shell and tubes condenser, Wilson assumed that if the mass flow rate of the cooling fluid was changed than the change in the overall heat transfer coefficient would be caused mainly by the variation of the internal convection coefficient since the change mentioned would have little or no effect on the rest of the thermal resistances. As a result, the sum of the thermal resistance corresponding to the external heat transfer process and the thermal resistance corresponding to heat conduction through the tube wall can be assumed constant:

$$R_{wall} + R_{external} = C_1 \quad (10)$$

Wilson determined that in the case of fully developed turbulent flow inside a circular tube the convection coefficient can be expressed as a function of the fluid velocity as:

$$\alpha_i = C_2 v^n \quad (11)$$

Where

C_2 - constant

n - velocity exponent

This observation is consistent with convective heat transfer correlations such as the well known Dittus and Boelter:

$$Nu_D = 0.0234 Pr^{0.4} Re_D^{0.8} \quad (12)$$

Combining equations 7, 8, 9 and 11, the overall heat transfer resistance can be expressed as:

$$R_{total} = C_1 + \frac{1}{C_2 A_i} \cdot \frac{1}{v_n} \quad (13)$$

panta unei drepte trasate în coordonate $R_{total} - v^n$, reprezentată în figura 1.

Rezistența termică totală și viteza fluidului pot fi determinate experimental în funcție de condițiile procesului de transfer de căldură de la exteriorul țevii. În cazul considerat al condensatorului, rezistența termică totală poate fi determinată măsurând temperaturile lichidului de răcire la intrarea și la ieșirea din aparat și temperatura de condensare pentru diferite valori ale debitului de agent de răcire. Fluxul termic schimbat de cei doi agenți poate fi exprimat sub forma:

$$Q = Gc_p(t_{inlet} - t_{outlet}) \quad (14)$$

În care:

G - debitul de agent de răcire prin țevi

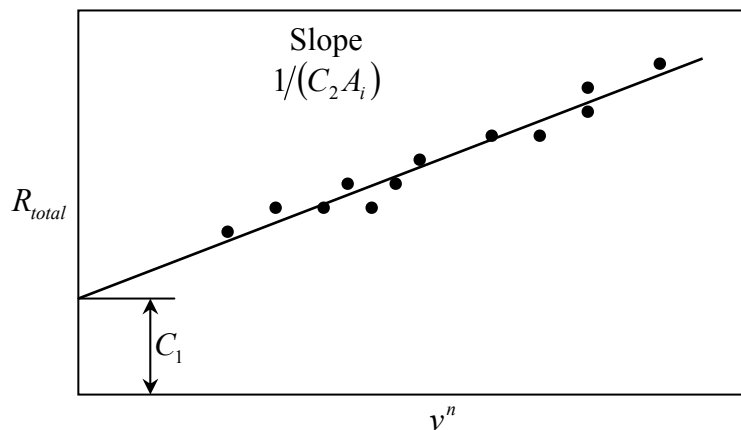
c_p - căldura specifică a agentului de răcire

From Eq.(13) it can be easily seen that C_1 and $1/(C_2A_i)$ are the intercept and the slope respectively of a straight line, as shown in Fig. 1.

The overall thermal resistance and the fluid velocity can be experimentally evaluated depending on the external convective process. In the case of vapour condenser the overall thermal resistance can be obtained by measuring the inlet temperature t_{inlet} , outlet temperature t_{outlet} and the vapour condensation temperature t_v for various values of the mass flow rate. The heat flow exchanged by the two fluids in the vapour condenser can be expressed as:

$$Q = Gc_p(t_{inlet} - t_{outlet}) \quad (14)$$

Figura 1. Graficul Wilson în varianta sa inițială / Original version of Wilson plot



Din ecuația transferului global de căldură:

$$Q = k_{i/o} A_{i/o} \Delta t_{med} = \frac{\Delta t_{med}}{R_{total}} \quad (15)$$

Where:

G - mass flow rate through the tubes

c_p - specific heat capacity of the fluid circulating through the tubes

From the overall heat exchange equation:

în care

$$\Delta t_{med} = \frac{t_{outlet} - t_{inlet}}{\ln \frac{t_v - t_{inlet}}{t_v - t_{outlet}}} - \text{diferența medie}$$

logaritmică de temperatură

poate fi dedusă expresia rezistenței termice totale:

$$R_{total} = \frac{\Delta t_{med}}{Q} \quad (16)$$

Considerând o valoare a exponentului vitezei n depinzând de condițiile în care se desfășoară procesul de transfer de căldură la interior, valorile experimentale ale rezistenței termice totale pot fi reprezentate grafic în funcție de $(1/v^n)$. Ecuația dreptei de regresie care aproximează datele experimentale poate fi apoi determinată prin metoda celor mai mici pătrate. După analiza coeficienților care caracterizează calitatea aproximării se stabilesc valorile pantei și ordonatei la origine.

Coeficientul de transfer de căldură corespunzător procesului de transfer de căldură prin convecție la exteriorul țevilor este dat de:

$$h_e = \frac{1}{(C_1 - R_{wall})A_e} \quad (17)$$

Coeficientul de transfer de căldură la exteriorul țevilor poate fi dedus utilizând valoarea coeficientului C_2 (figura 1). Notând cu m valoarea pantei dreptei, coeficientul de transfer de căldură la interiorul țevilor se determină prin relația:

$$\alpha_i = C_1 v^n \quad (18)$$

$$Q = k_{i/o} A_{i/o} \Delta t_{med} = \frac{\Delta t_{med}}{R_{total}} \quad (15)$$

With

$$\Delta t_{med} = \frac{t_{outlet} - t_{inlet}}{\ln \frac{t_v - t_{inlet}}{t_v - t_{outlet}}} - \text{Logarithmic}$$

mean temperature difference

The overall heat thermal resistance can be derived:

$$R_{total} = \frac{\Delta t_{med}}{Q} \quad (16)$$

Assuming a value of the velocity exponent n the experimental values of the overall thermal resistance can be plotted as a function of $(1/v^n)$. The straight line equation that fits the data can be determined using linear regression. Then the values of constants C_1 and C_2 can be deduced.

External heat transfer coefficient is then given by:

$$h_e = \frac{1}{(C_1 - R_{wall})A_e} \quad (17)$$

The internal heat transfer coefficient can be easily deduced using the value of C_2 (see Fig. 1). Denoting m the slope of the line, the internal heat transfer coefficient is given by:

$$\alpha_i = C_1 v^n \quad (18)$$

An important advantage of Wilson plot method for determining the convective heat transfer coefficients is that it avoids

Un avantaj important al metodei graficului Wilson este faptul că nu necesită măsurarea directă a temperaturii suprafeței de transfer de căldură. În felul acesta se evită perturbările curgerii și ale fluxului termic prin perete care pot fi provocate de metodele de transfer de căldură.

3. Alternative ale metodei graficului Wilson

După introducerea metodei graficului Wilson în 1915 au apărut o serie de corelații noi pentru transferul de căldură prin convecție bazate pe analogia Reynolds (Dittus Boelter, Colburn, Sieder-Tate, etc.) Aceste formulări sunt mai complexe deoarece țin seama de variația proprietăților termofizice ale fluidelor cu temperatura. Forma generală a acestor corelații este:

$$Nu_A = C_A Re_A^{n_A} Pr_A^{n_A} \quad (19)$$

Ulterior, corelații ca cea atribuită lui Gnielinski au introdus un termen suplimentar corespunzător turbulenței.

Metoda graficului Wilson presupune cunoscută forma corelației coeficientului de transfer de căldură prin convecție pentru fluidul ale cărui condiții de curgere pot fi modificate în timpul experimentelor și o valoare constantă a rezistenței termice corespunzătoare celui alt fluid. Într-o formă generalizată, metoda graficului Wilson poate fi sintetizată astfel:

- dependența coeficientului de transfer de căldură la partea interioară a țevilor (fluidul A) de viteza fluidului:

$$\alpha_A = C_A \cdot f[G(v), x] \quad (20)$$

- rezistența termică corespunzătoare fluidului B:

direct measurement of the wall temperature. Thus, the fluid flow and heat transfer disturbances caused by wall temperature measurement devices are avoided.

3. Modified Wilson plot techniques

After introduction of the Wilson plot technique in 1915 many convective heat transfer correlations based on Reynolds analogy were developed (Dittus Boelter, Colburn, Sieder-Tate, etc.). These formulations are more complex since they take into account the variability of fluid thermal properties with temperature. These convective heat transfer correlations generally take the following form:

$$Nu_A = C_A Re_A^{n_A} Pr_A^{n_A} \quad (19)$$

Later on, correlations attributed to Petkhuov and Gnielinski introduced an unknown term corresponding to turbulence effects.

Wilson plot method assumes a functional form of the convective heat transfer for the fluid whose flow conditions (velocity) can be varied in the experiment and a constant thermal resistance for the other fluid. In a more generalised form, the Wilson plot method can be synthesized as follows:

- functional dependence of the internal heat transfer coefficient for fluid A:

$$\alpha_A = C_A \cdot f[G(v), x] \quad (20)$$

- thermal resistance for fluid B:

$$R_B = C \quad (21)$$

- overall thermal resistance:

$$R_B = C$$

(21)

- rezistența termică totală:

$$R_{total} = \frac{1}{C_A} \cdot \frac{1}{f[G(v), x] \cdot A_A} + (R_{wall} + R_B)$$

(22)

în care x titlul vaporilor umezi în cazul transferului de căldură cu schimbare de fază.

Erorile de măsură reprezintă o problemă importantă, ele neputând fi neglijate în cazul analizei experimentale a transferului de căldură prin convecție pe baza metodei graficelor Wilson. Principalii parametri care trebuie măsurați sunt temperaturile agentului pentru care se schimbă condițiile de curgere la intrarea și ieșirea din aparat, temperatura de condensare a vaporilor (în cazul condensatoarelor de vapori) și viteza fluidului ale cărui condiții de curgere se modifică (sau debitul de fluid și densitatea acestuia). Precizia instrumentelor utilizate în analiza experimentală trebuie aleasă în funcție de precizia cu care se dorește determinarea coeficientului de transfer de căldură prin convecție. Prin analiza modului de propagare a erorilor se poate determina măsura în care erorile de măsură influențează valoarea finală a coeficientului de convecție.

4. Concluzii

Metoda graficelor Wilson împreună cu variantele sale reprezintă un instrument simplu și eficient de determinare a coeficienților de transfer de căldură în cazul transferului de căldură monofazic sau a celui cu schimbare de fază. Coeficienții de transfer de căldură pot fi determinați prin metoda graficelor Wilson utilizând un număr minim de parametri măsurați cu o precizie satisfăcătoare pentru o gamă largă de valori de condiții de curgere și temperaturi.

$$R_{total} = \frac{1}{C_A} \cdot \frac{1}{f[G(v), x] \cdot A_A} + (R_{wall} + R_B)$$

(22)

where x is the vapour quality, in the case of convective heat transfer involving phase change.

Measurement errors are an important issue that cannot be neglected in the experimental analysis of convective heat transfer using Wilson plot method. The accuracy of heat transfer coefficient determination by means of Wilson plot method depends on the accuracy of measurements. The main parameters that must be measured are the inlet and outlet temperatures of the fluid whose flow conditions change, the condensing vapour temperature (in the case of vapour condensers) and the fluid velocity (fluid whose flow conditions change) or alternatively, the mass flow rate and the density. The accuracy of the instruments used in the experimental analysis should be selected depending on the desired precision for the heat transfer coefficients. A simple uncertainty propagation analysis can reveal the degree to which the measurement errors affect the final values of the heat transfer coefficients.

4. Conclusions

Wilson plot technique together with its modified versions is a simple and efficient tool in determining the heat transfer coefficients in the case of single phase or bi-phase convective heat transfer. The convective heat transfer coefficients can be determined by means of Wilson plot methods using a minimum number of measured parameters with a reasonable accuracy over a large range of flow and temperature conditions.

Bibliografie

- [1] J. Lienhard, A Heat Transfer Handbook, 3rd Edition, Phlogiston Press, 2001
- [2] J. Fernandez-Seara, F.J. Uha, J. Sieres, A. Campo, A general review of the Wilson plot method and its modifications to determine convection coefficients in heat exchange devices. Applied Thermal Engineering 2007(27): pp.2745:2757
- [3] J.W. Rose, Heat-transfer coefficients, Wilson plots and accuracy of thermal measurements, Experimental Thermal and Fluid Sciences 2004(28): 77–86
- [4] D.E. Briggs, E.H. Young, Modified Wilson plot techniques for obtaining heat transfer correlations for shell and tube heat exchangers, Chemical Engineering Progress Symposium Series 1969(65) pp. 35–45.

Bibliography

- [1] j. Lienhard, A Heat Transfer Handbook, 3rd Edition, Phlogiston Press, 2001
- [2] J. Fernandez-Seara, F.J. Uha, J. Sieres, A. Campo, A general review of the Wilson plot method and its modifications to determine convection coefficients in heat exchange devices. Applied Thermal Engineering 2007(27): pp.2745:2757
- [3] J.W. Rose, Heat-transfer coefficients, Wilson plots and accuracy of thermal measurements, Experimental Thermal and Fluid Sciences 2004(28): 77–86
- [4] D.E. Briggs, E.H. Young, Modified Wilson plot techniques for obtaining heat transfer correlations for shell and tube heat exchangers, Chemical Engineering Progress Symposium Series 1969(65) pp. 35–45.