

SECTION 2. Applied mathematics. Mathematical modeling.

Alexandr Nikolayevich Shevtsov

candidate of technical sciences,
corresponding member of the Kazakhstan National Academy of Natural Sciences,
president of International Academy of T&AS (USA, Sweden, Kazakhstan),
department of «Mathematics», deputy director on Science of faculty of information technologies,
automation and telecommunications,
Taraz state University named after M.Kh. Dulati, Kazakhstan
Shev_AlexXXXX@mail.ru

Nazgul Zhangaliyevna Yeskali

student, Department of Mathematics
Taraz state University named after M.Kh. Dulati, Kazakhstan

Aida Askarovna Sabdenbek

student, Department of Mathematics
Taraz state University named after M.Kh. Dulati, Kazakhstan

Meirkhat Maratovich Uakbayev

student, Department of Mathematics
Taraz state University named after M.Kh. Dulati, Kazakhstan

**ABOUT THE PROBLEM OF ARBITRARY ALTERNATING PLUS AND MINUS SIGNS
IN ARITHMETIC SERIES**

***Abstract:** When finding the sum of a number and the n -th member of alternating series, there are several problems when the number is not snakecharmers. In the article are a few formulas to solve this problem, the job of the signs of alternating rows, for the case when the sequence changes.*

***Key words:** row, n -th member, alternating series, sneakerboy series, trigonometric functions.*

***Citation:** Shevtsov AN, Yeskali NZ, Sabdenbek AA, Uakbayev MM (2014) ABOUT THE PROBLEM OF ARBITRARY ALTERNATING PLUS AND MINUS SIGNS IN ARITHMETIC SERIES. ISJ Theoretical & Applied Science 9 (17): 5-22. doi: <http://dx.doi.org/10.15863/TAS.2014.09.17.2>*

**О ПРОБЛЕМЕ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧЕРЕДОВАНИЯ ЗНАКОВ ПЛЮС И МИНУС В
АРИФМЕТИЧЕСКИХ РЯДАХ**

***Аннотация:** При нахождении суммы и n -го члена знакопеременного ряда возникает ряд проблем когда ряд не является знакочередующимся. В статье приводятся несколько формул, для решения данной проблемы задания знаков знакопеременных рядов, для случая – когда последовательность знаков меняется.*

***Ключевые слова:** ряд, n -й член, знакопеременный ряд, знакочередующийся ряд, тригонометрические функции.*

ВВЕДЕНИЕ

При изучении арифметических знакопеременных рядов [1-4], ряды 2577, 2660, 2662, 2666, 2694, 2695, приводятся без n -го члена ряда [1, с. 250, 260-262], а также и в других источниках, встречаются задачи где аналогично n -й член ряда просто опускается. Это

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{n^2 - \left(b + \frac{1}{2}\right)^2}{\left|n^2 - \left(b + \frac{1}{2}\right)^2\right|} \right) u_n, \quad (2)$$

где b - это количество первых отрицательных слагаемых арифметического ряда. В данном ряде (1), для изменения знаков на противоположные, необходимо умножить ряд на минус единицу:

---+++++.....

т.е. получим

++-----.....

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^a \left(\frac{n^2 - \left(a + b + \frac{1}{2}\right)^2}{\left|n^2 - \left(a + b + \frac{1}{2}\right)^2\right|} \right) u_n, \quad (3)$$

где a - количество первых положительных слагаемых арифметического ряда.

Введем новую функцию

$$\tilde{r}(r) = \frac{r}{|r|}, \quad r > 0. \quad (4)$$

Теперь (3) с учетом (4) примет вид:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^a \left(\tilde{r} \left(n^2 - \left(a + b + \frac{1}{2}\right)^2 \right) \right) u_n. \quad (5)$$

При этом следует учесть, что последующие слагаемые не учитываются, а в расчет берутся только первые слагаемые ряда:

 $\underbrace{\hspace{2cm}}_{a+b}$ ++++++.....
 ++++
 $\underbrace{\hspace{2cm}}_{a+b}$ -----.....

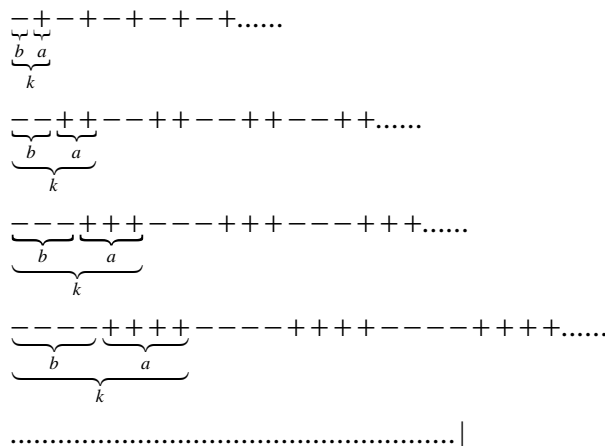
Рассмотрим теперь периодический случай:

$\underbrace{+-+}_{a \quad b} + - + - + - + - \dots$
 $\underbrace{++-}_{a \quad b} + + - + + - + + - \dots$
 $\underbrace{+++}_{a \quad b} - - + + - - + + - - \dots$
 $\underbrace{++++}_{a \quad b} - - - + + + - - - + + + - - - \dots$
|

n -й член ряда можно записать в виде

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{r} \left(\sin \left(\frac{2\pi n}{k} \right) \right) u_n = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{r} \left(\sin \left(\frac{\pi n}{\left(\frac{a+b}{2} \right)} \right) \right) u_n . \tag{6}$$

Или аналогично



Тогда, n -й член ряда получим в следующем виде

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{r} \left(\sin \left(\frac{2\pi n}{k} \right) \right) u_n = \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{r} \left(\sin \left(\frac{\pi n}{\left(\frac{a+b}{2} \right)} \right) \right) u_n . \tag{7}$$

Сделаем сдвиг на $\frac{1}{2}$ от шага в 1, тогда получим:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{r} \left(\sin \left(\frac{\pi \left(n - \frac{1}{2} \right)}{\left(\frac{a+b}{2} \right)} \right) \right) u_n . \tag{8}$$

Разработаем алгоритмы и программу на Delphi Architect для расчета значений полученной функции (8).

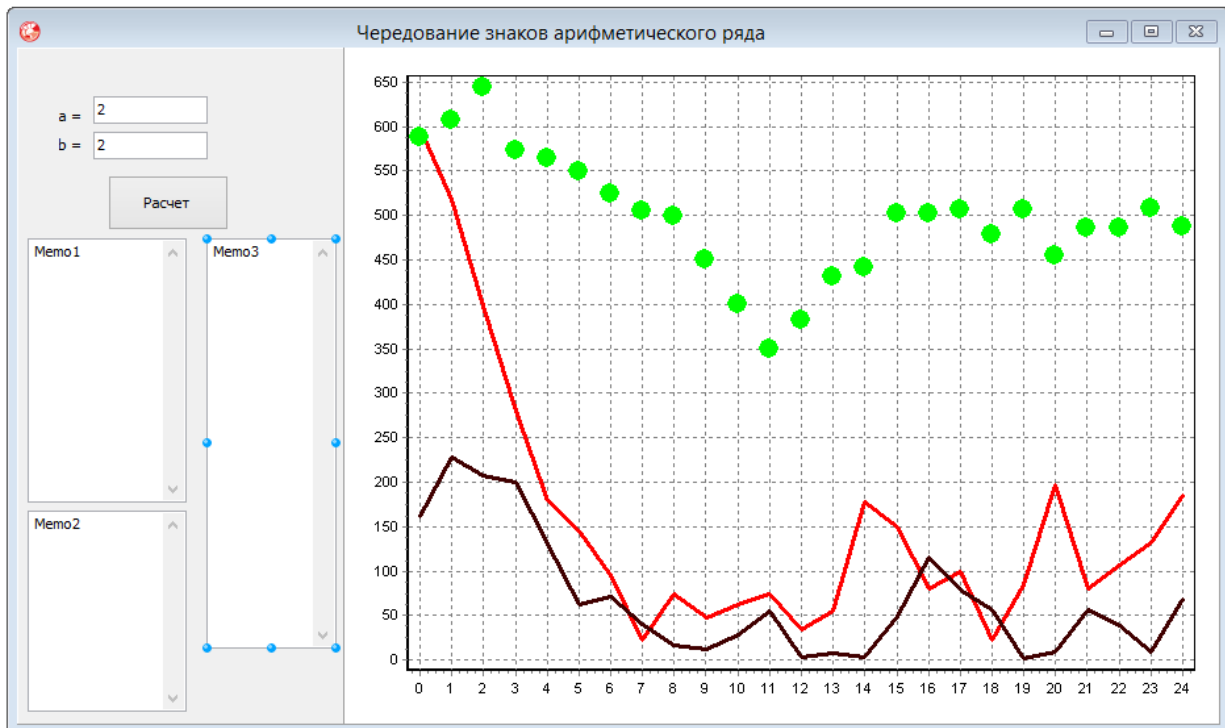


Рисунок 2 – Разработка программы.

```
unit Unit1;  
  
interface  
  
uses  
  Winapi.Windows, Winapi.Messages, System.SysUtils, System.Variants, System.Classes,  
  Vcl.Graphics,  
  Vcl.Controls, Vcl.Forms, Vcl.Dialogs, Vcl.StdCtrls, VCLTee.TeEngine,  
  VCLTee.Series, VCLTee.TeeProcs, VCLTee.Chart, Vcl.ExtCtrls;  
  
type  
  TForm1 = class(TForm)  
    Panel1: TPanel;  
    Chart1: TChart;  
    Series1: TLineSeries;  
    Label1: TLabel;  
    Edit1: TEdit;  
    Label2: TLabel;  
    Edit2: TEdit;  
    Memo1: TMemo;  
    Memo2: TMemo;  
    Series2: TLineSeries;  
    Button1: TButton;  
    Memo3: TMemo;  
    Series3: TPointSeries;  
    procedure Button1Click(Sender: TObject);  
  private  
    { Private declarations }  
  public  
    { Public declarations }  
  end;  
end;
```

```

end;

var
  Form1: TForm1;
a,b,i,j:integer;
n,y:real;
s:string;
implementation

{$R *.dfm}

function r(r0:real):real;
begin
r:=r0/(abs(r0)+0.00000001);
end;

procedure TForm1.Button1Click(Sender: TObject);
begin
series1.Clear;
series2.Clear;
series3.Clear;
memo1.Clear;
memo2.Clear;
memo3.Clear;

a:=strtoint(edit1.Text);
b:=strtoint(edit2.Text);

for I := 1 to 100 do
begin
n:= i/10;
y:=sin(pi*(n-0.5)/((a+b)/2));
series1.AddXY(n,y);
series2.AddXY(n,0);

if i mod 10 = 0 then
begin
s:=floattostr(round(r(y)));
memo1.Lines.Add(s);
memo2.Lines.Add('sin('+floattostr(n)+'=' +floattostr(round(y*100000)/100000));
s:=copy(s,1,1); if s<>'-' then s:='+';
memo3.Lines.Add(s);
series3.AddXY(n,y);

end; end; end;

end.

```

Осуществим расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b$, при $a = 1 \div 10$.

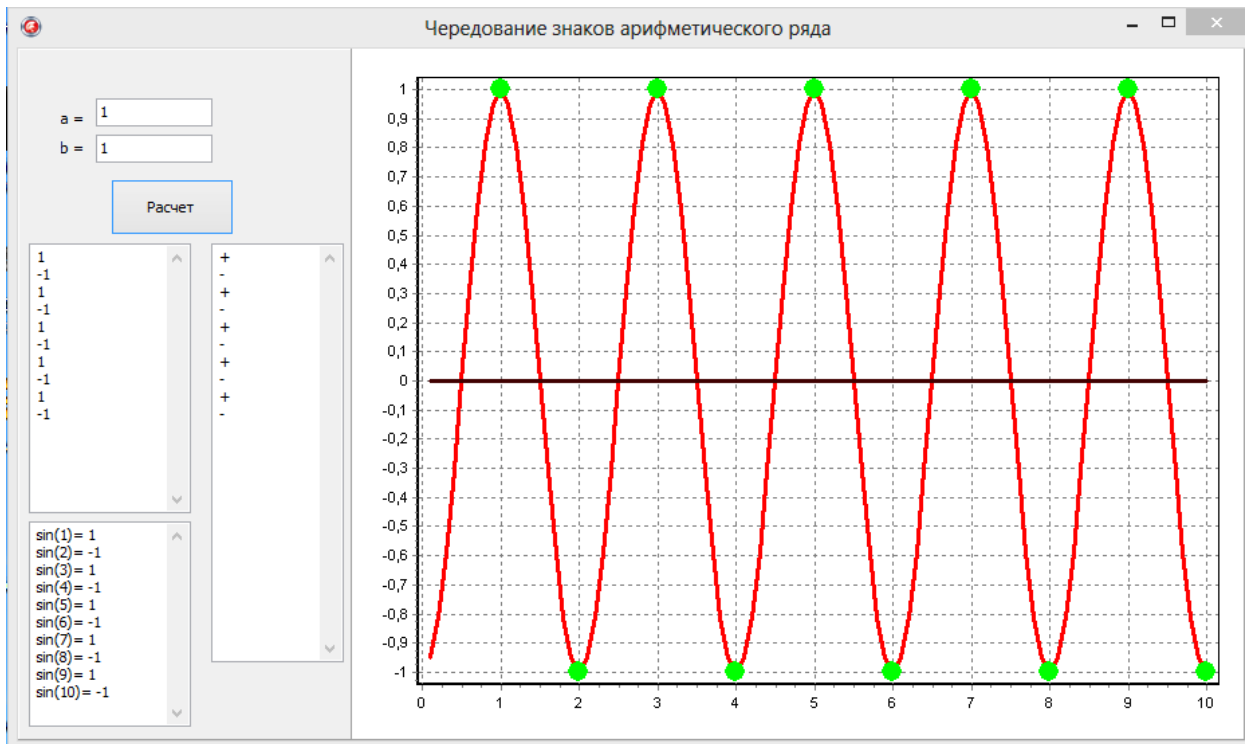


Рисунок 3 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 1$.

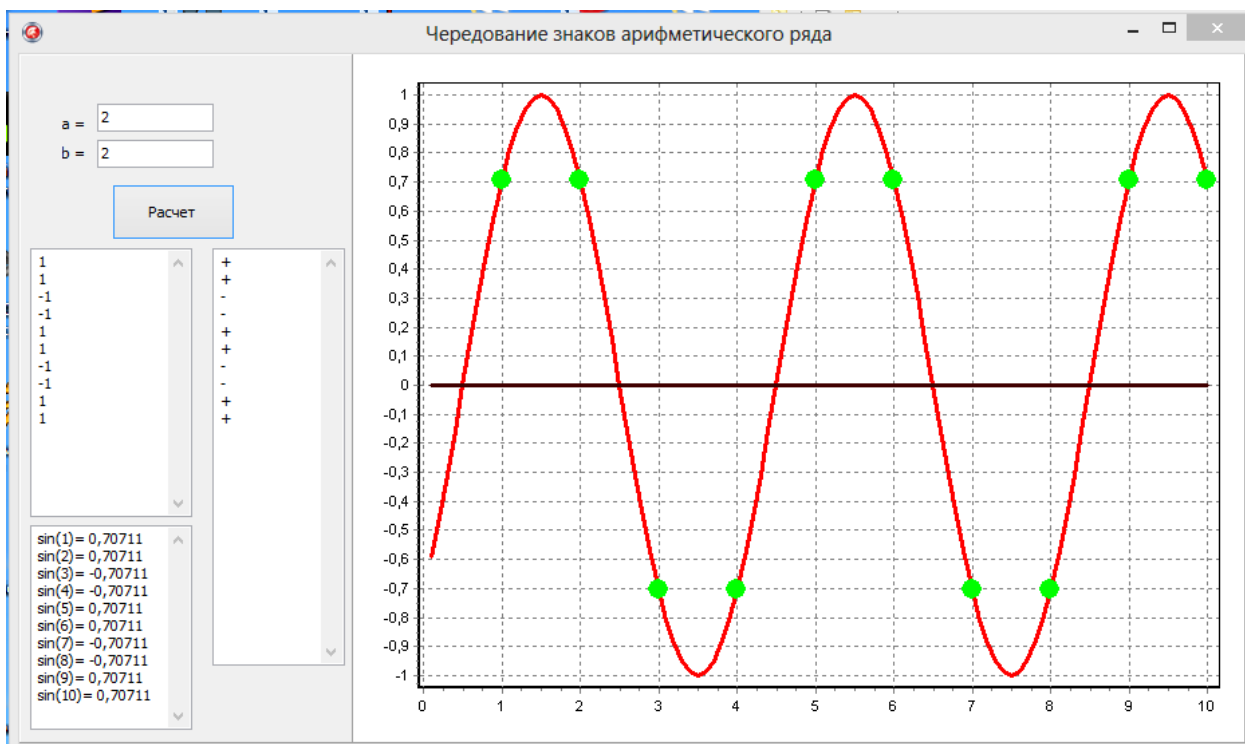


Рисунок 4 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 2$.

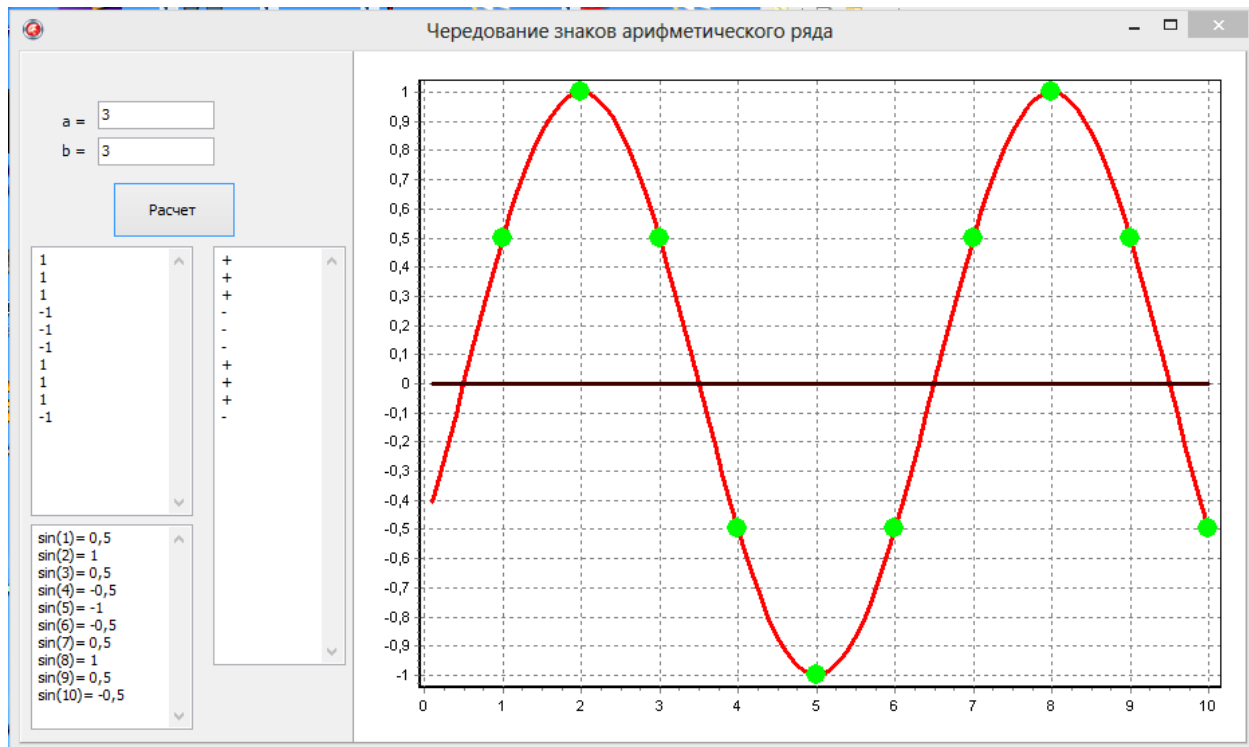


Рисунок 5 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 3$.

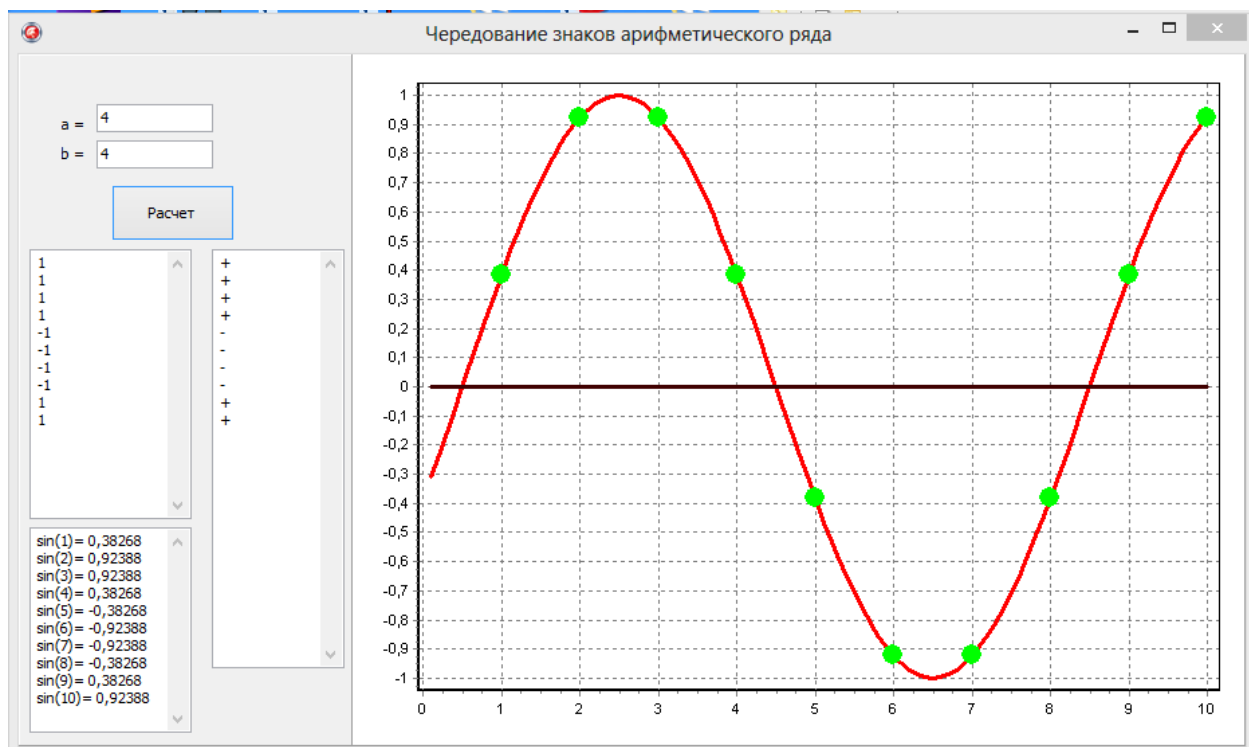


Рисунок 6 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 4$.

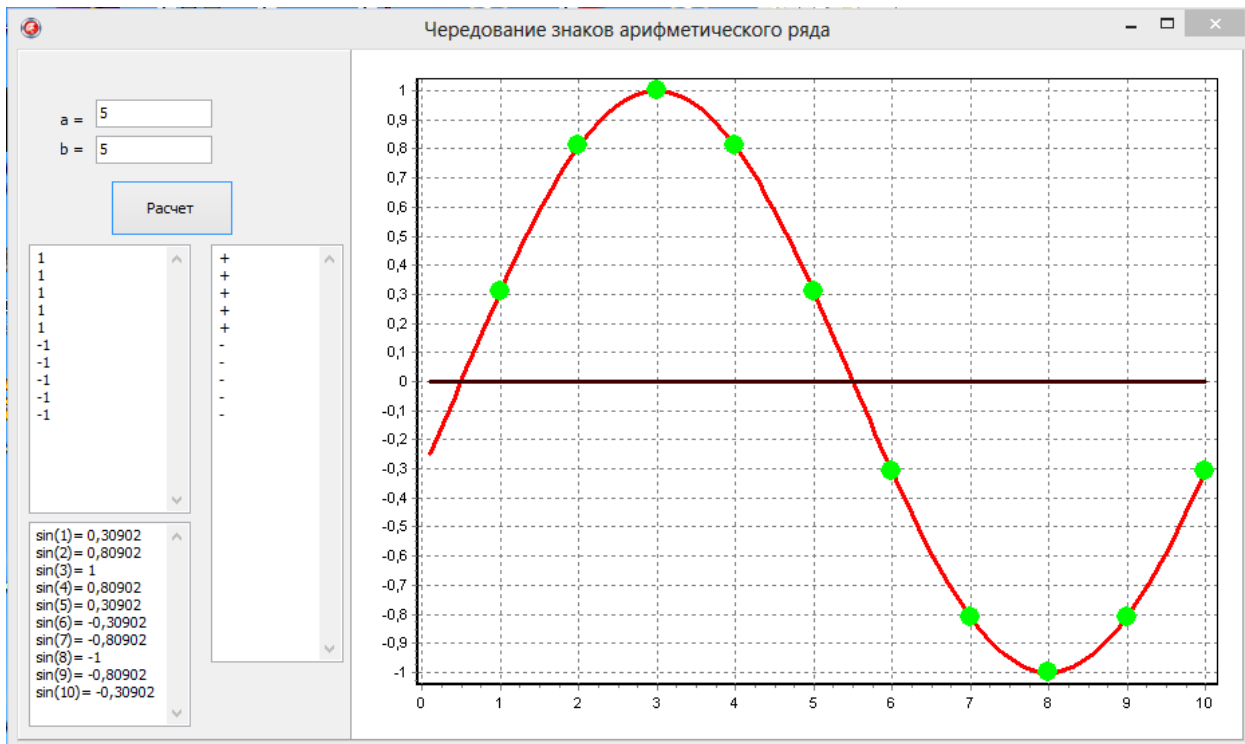


Рисунок 7 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 5$.

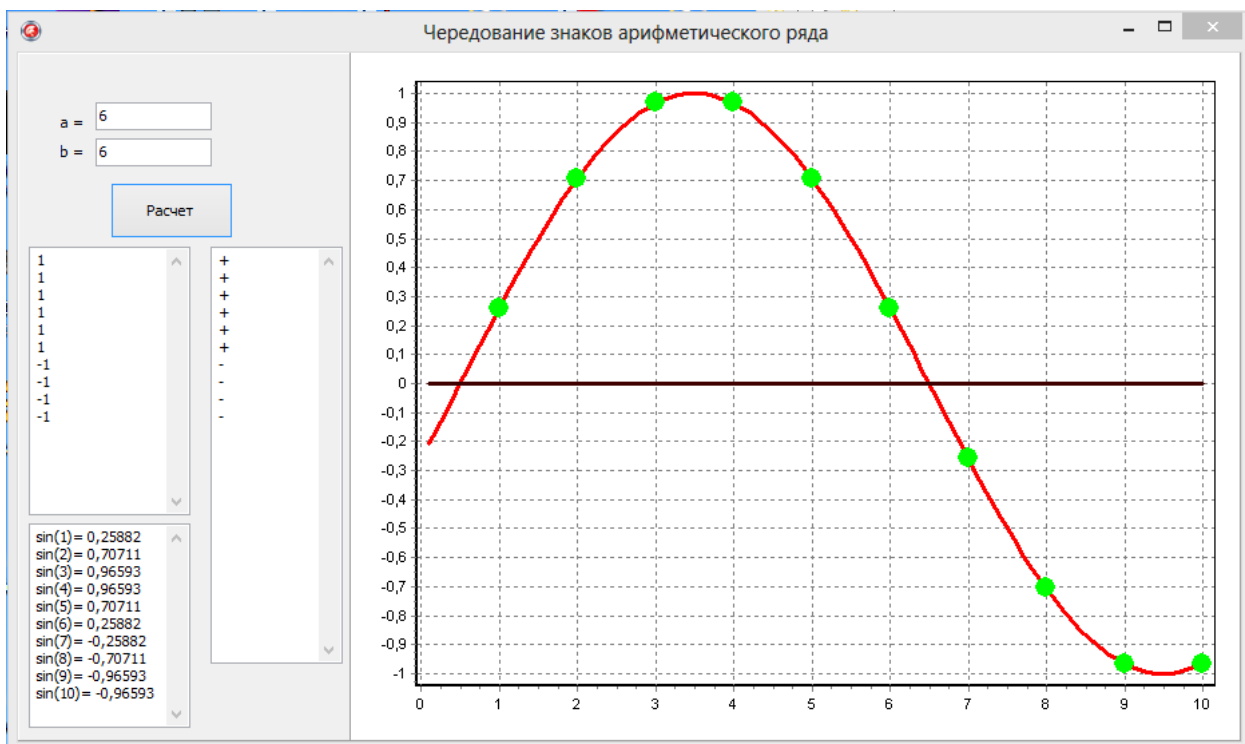


Рисунок 8 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 6$.

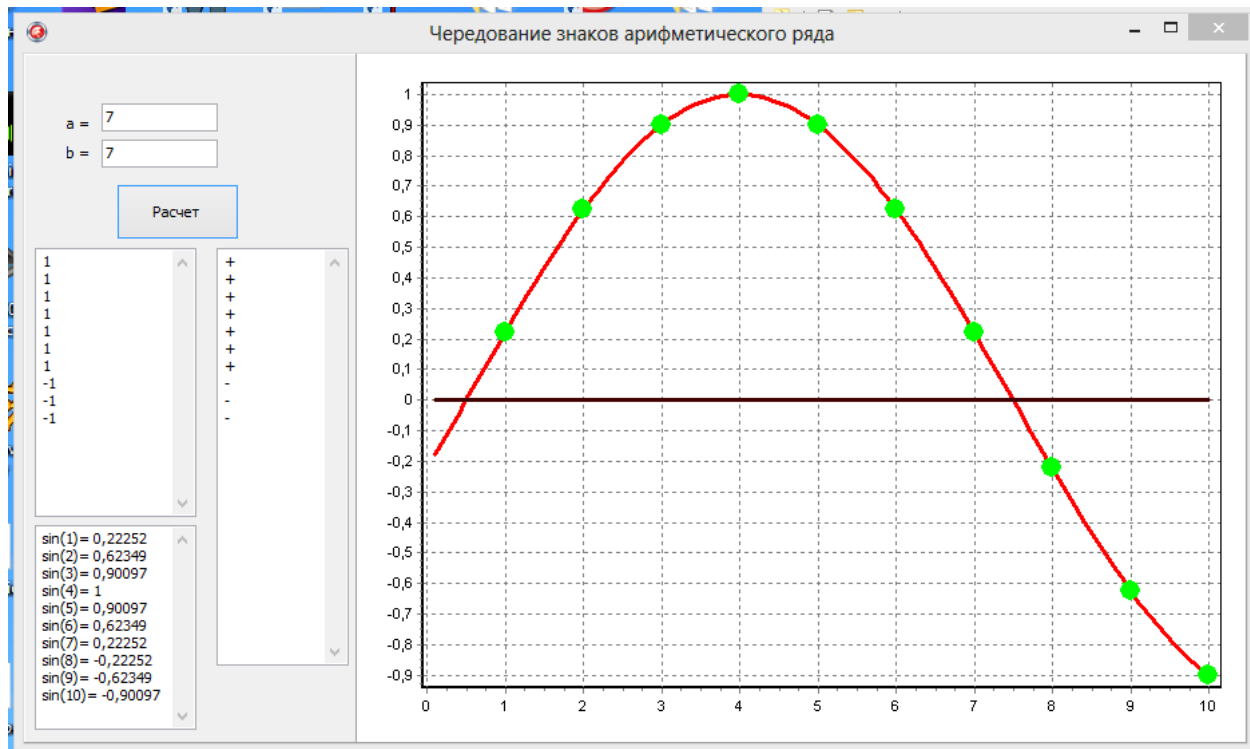


Рисунок 9 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 7$.

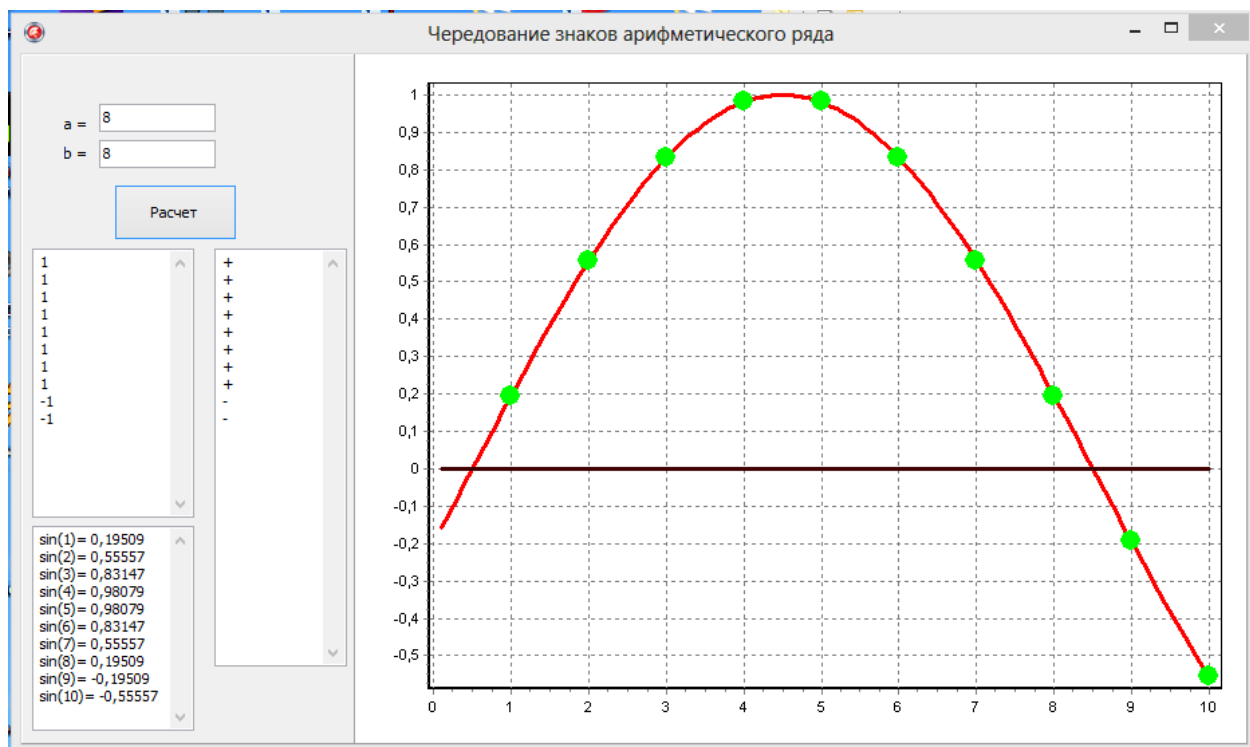


Рисунок 10 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 8$.

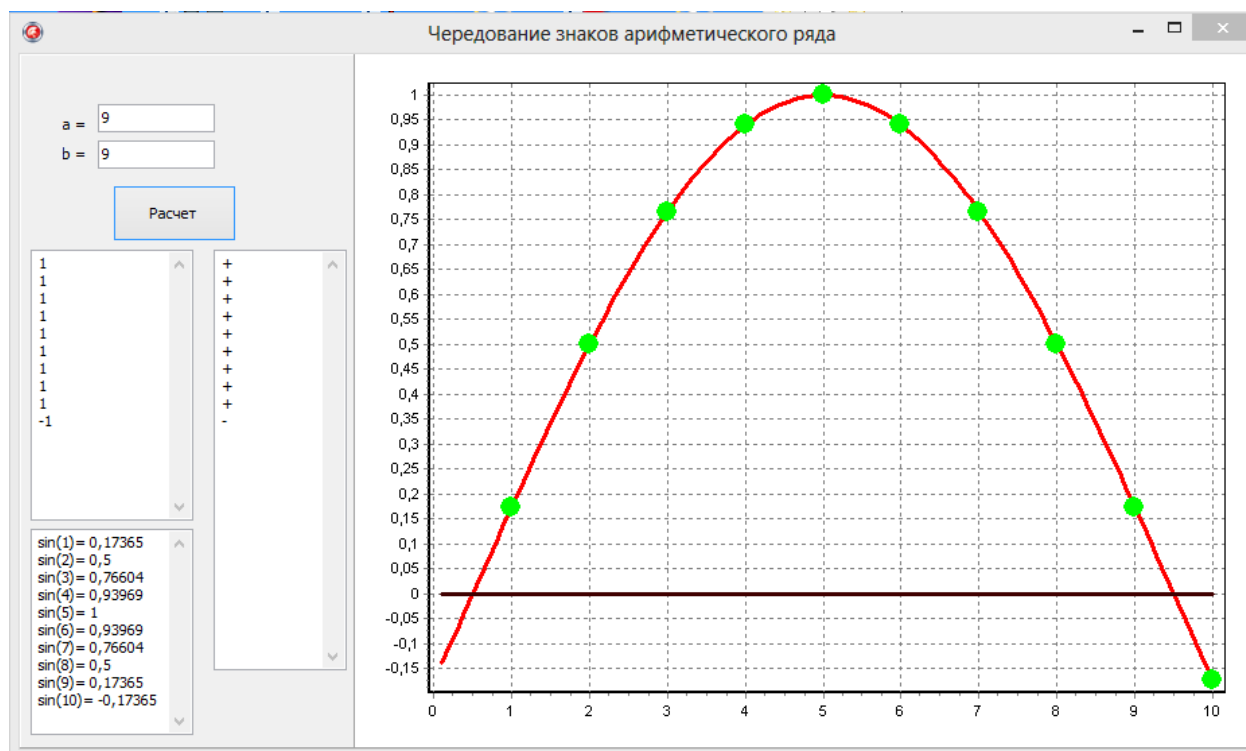


Рисунок 11 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 9$.

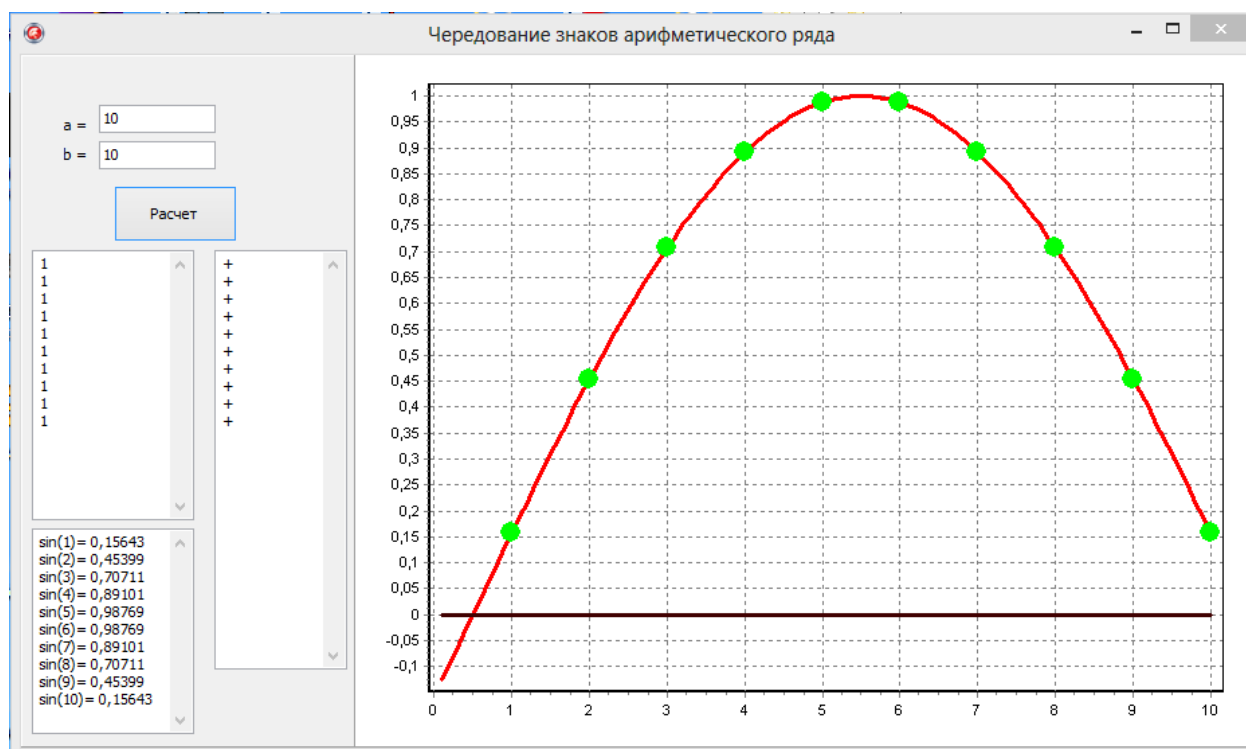


Рисунок 12 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = b = 10$.

Отдельно хочется отметить, что для некоторых значений a и b , когда $a > b$ - полученная формула (8) остается актуальной.

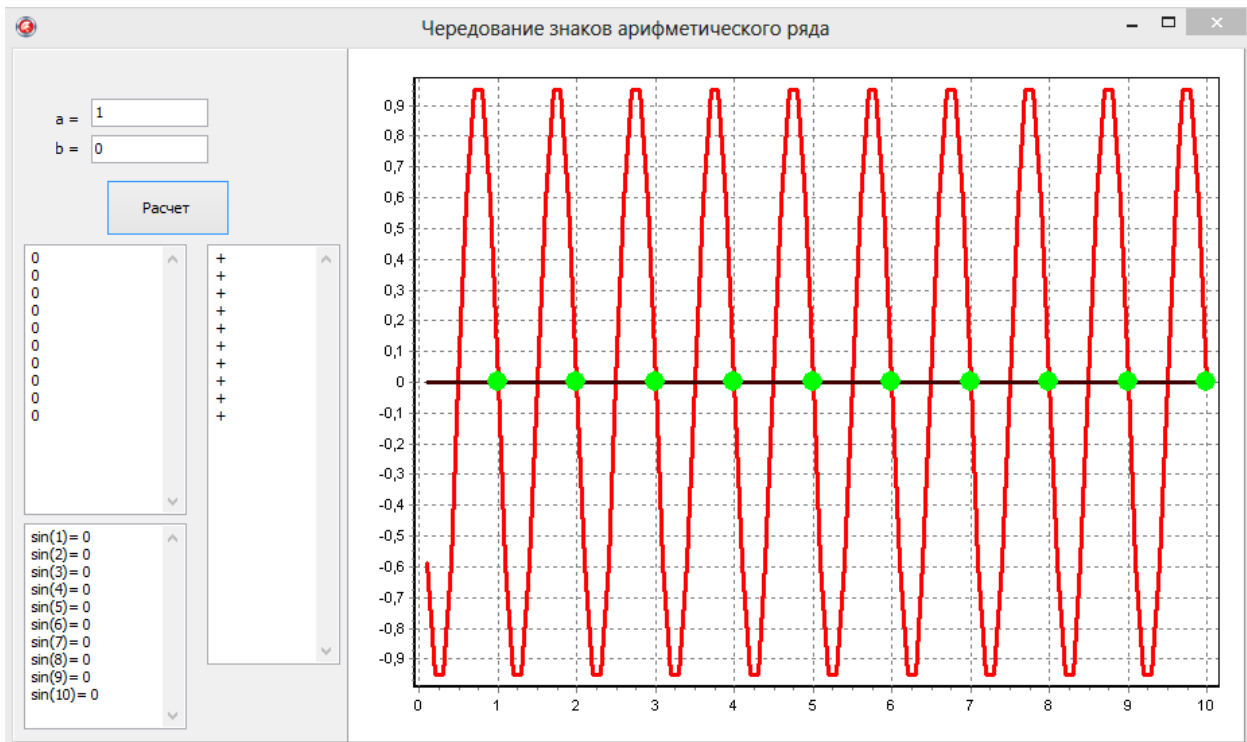


Рисунок 13 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = 1, b = 0$.

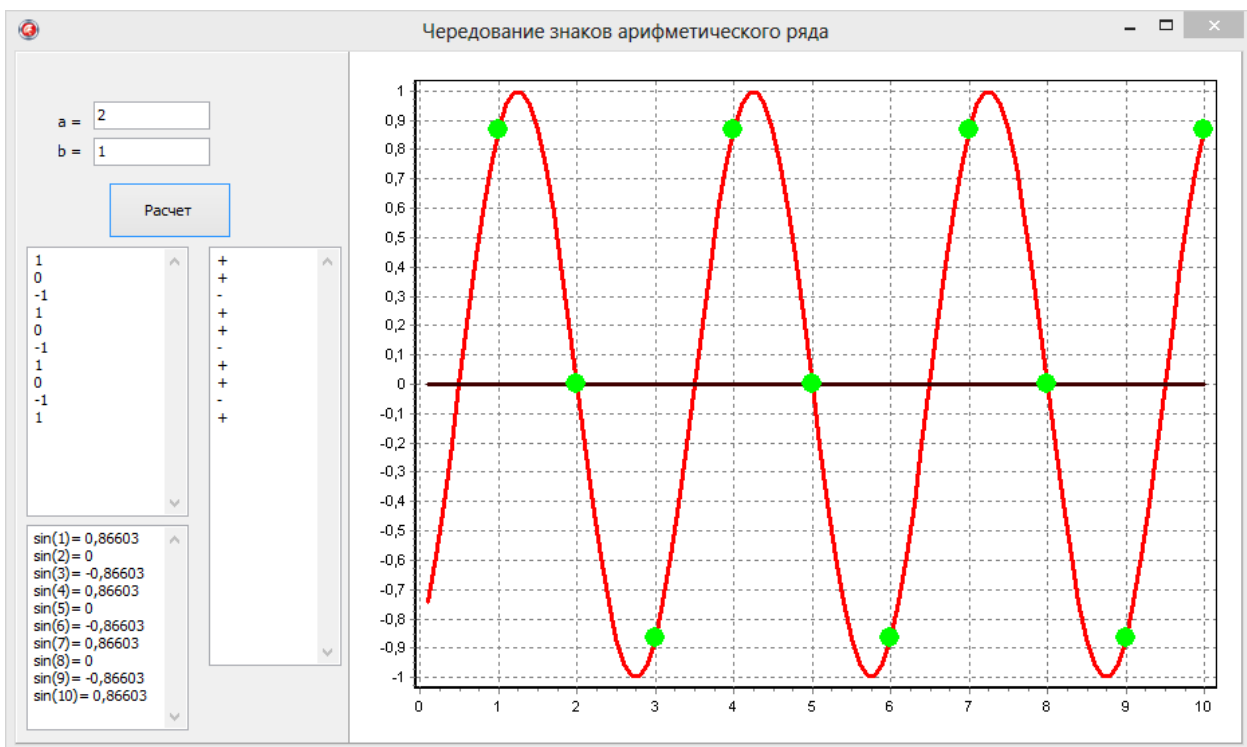


Рисунок 14 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = 2, b = 1$.

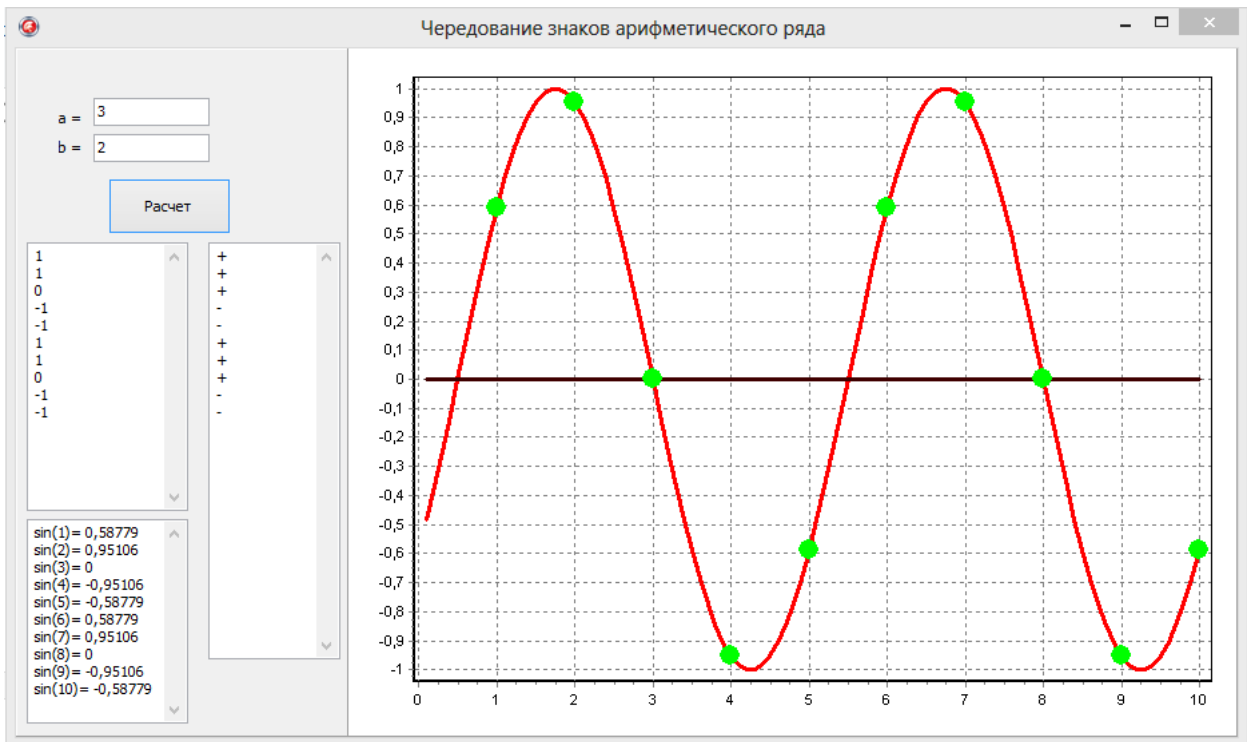


Рисунок 15 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = 3, b = 2$.

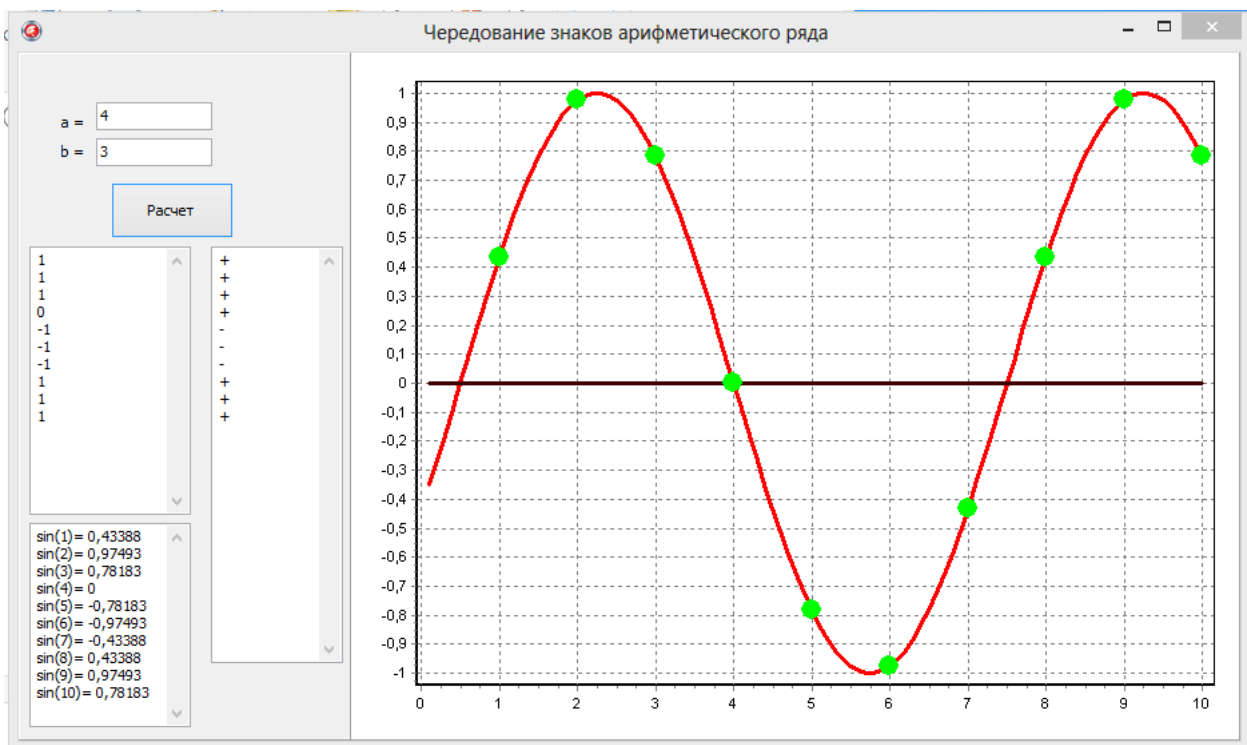


Рисунок 16 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = 4, b = 3$.

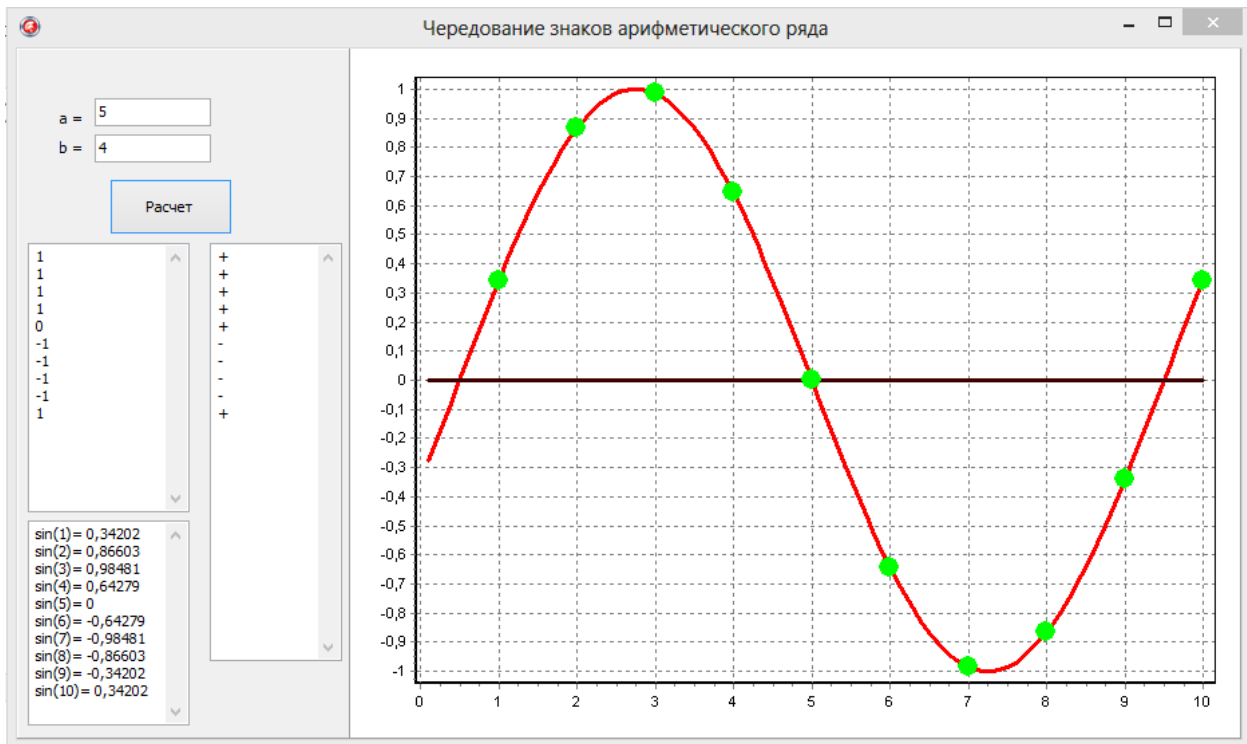


Рисунок 17 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = 5$, $b = 4$.

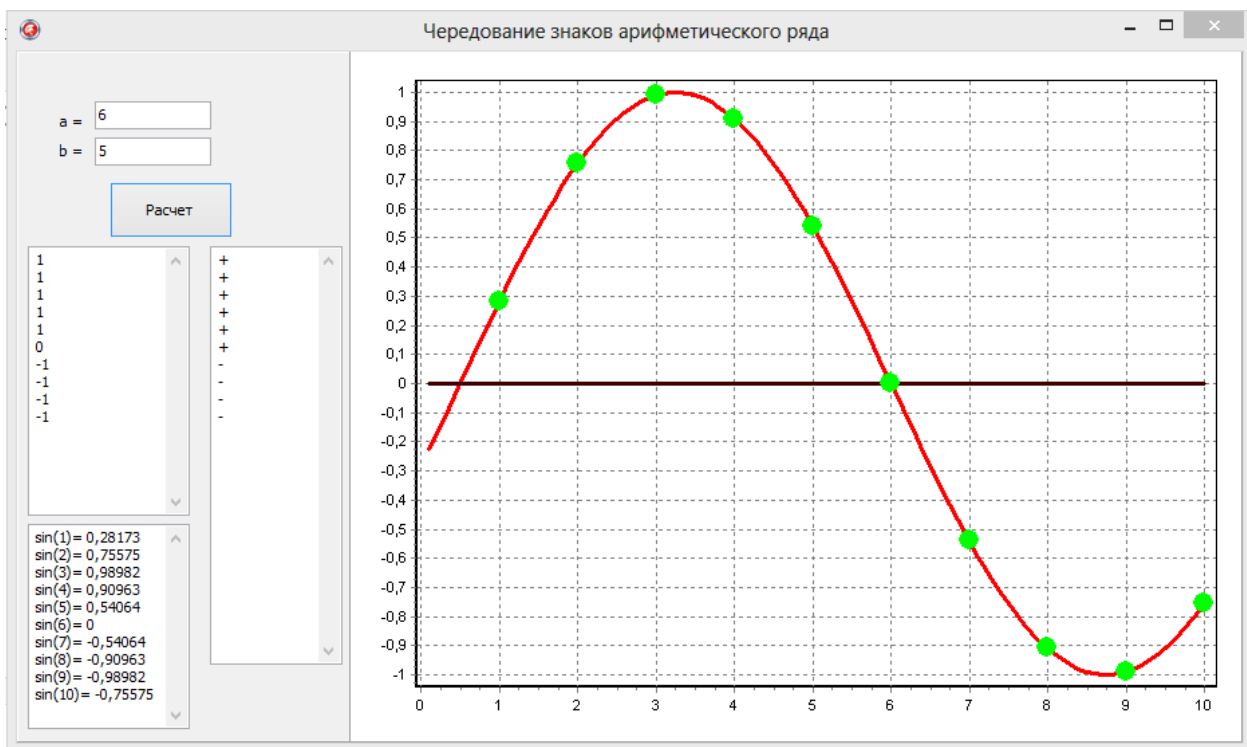


Рисунок 18 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a = 6$, $b = 5$.

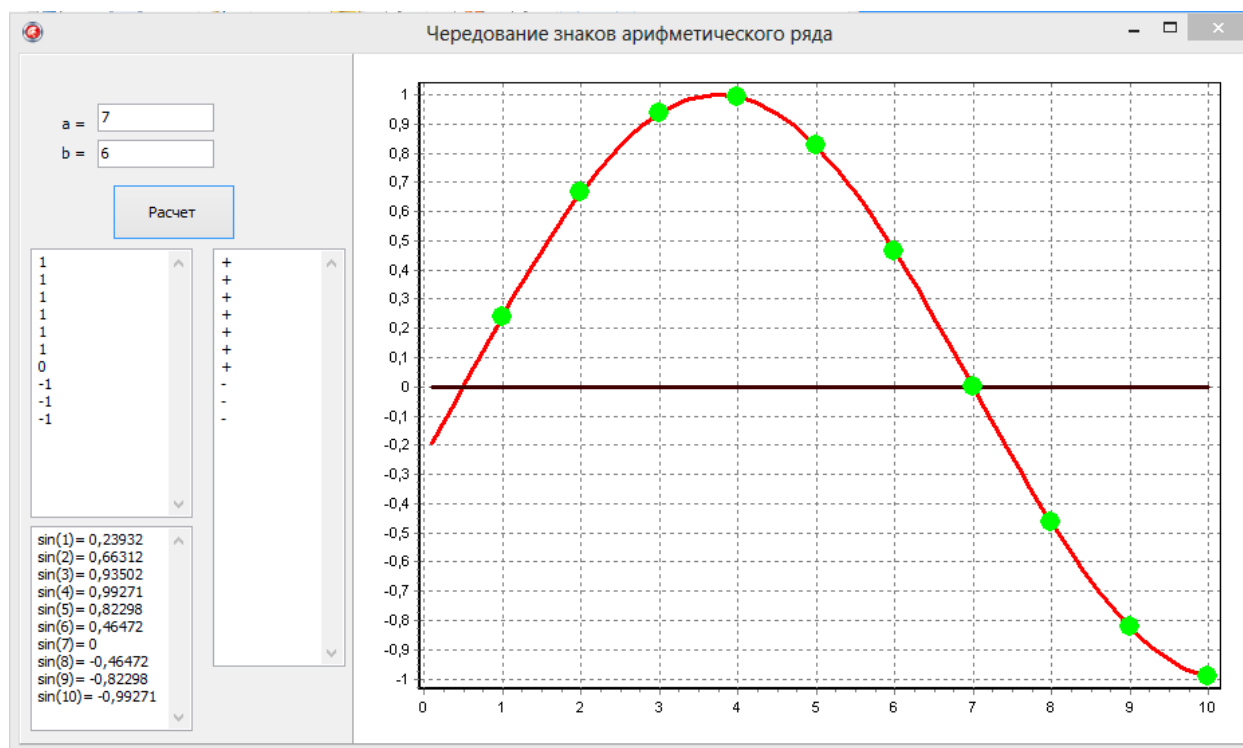


Рисунок 19 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a=7$, $b=6$.

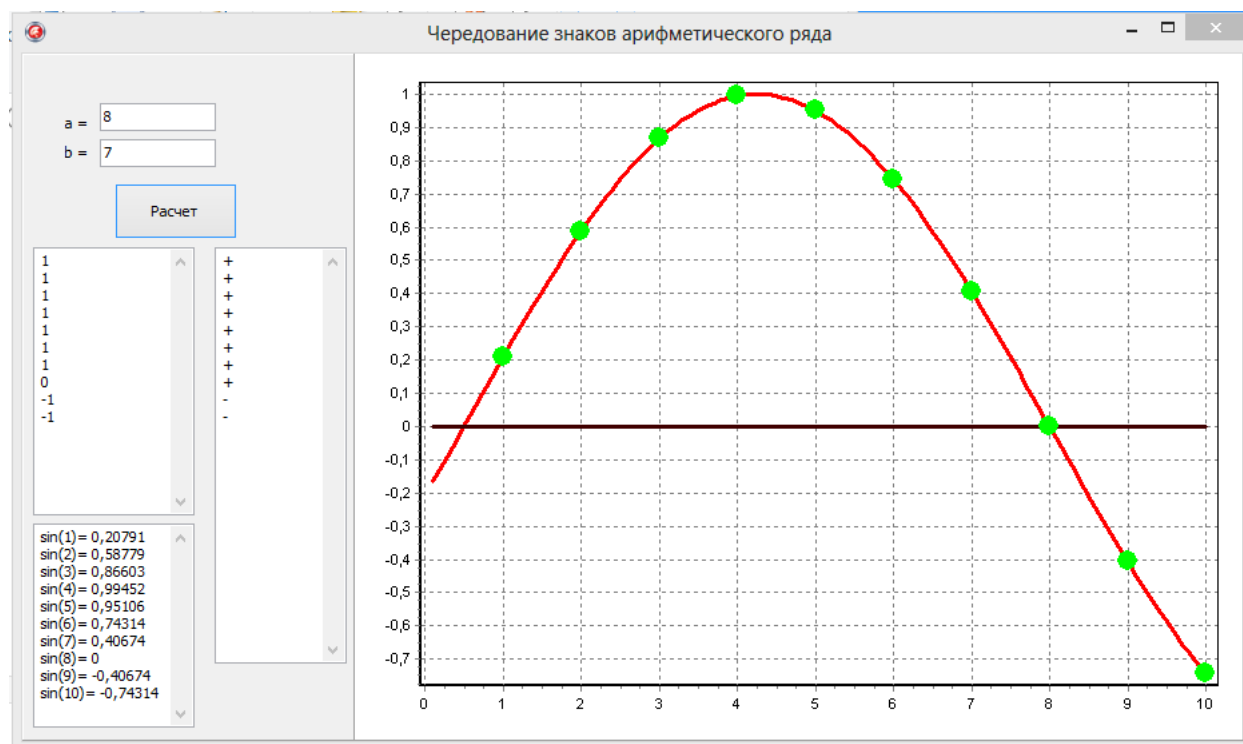


Рисунок 20 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a=8$, $b=7$.

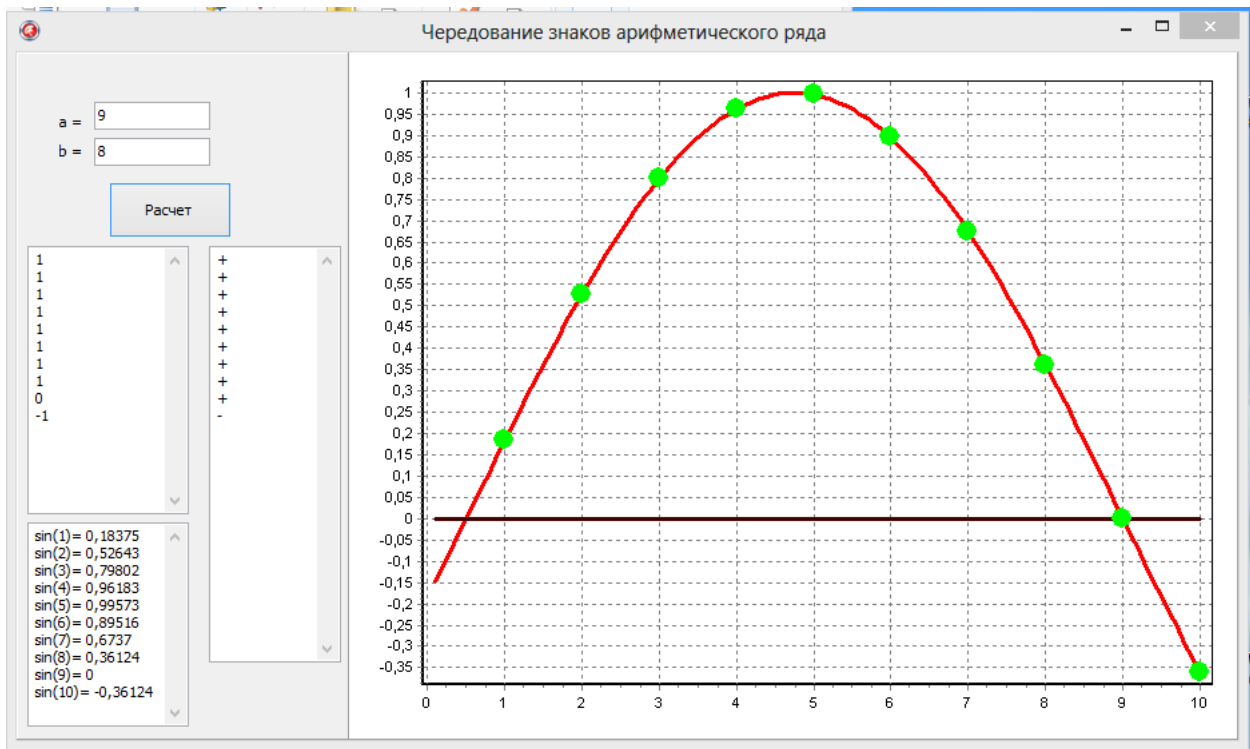


Рисунок 21 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a=9, b=8$.

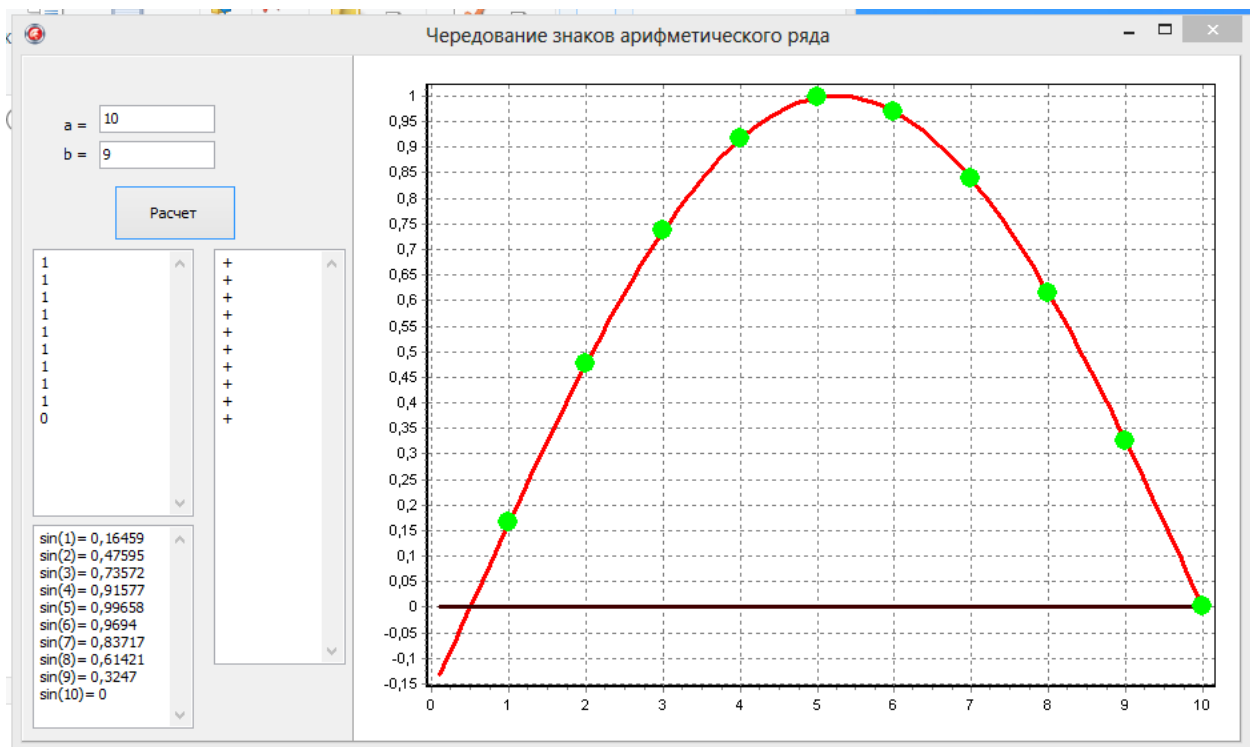


Рисунок 22 – Расчет значений функции \tilde{r} , для случая $a=10, b=9$.

		b									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1										
	2										
	3										
	4										
	5										
	6										
	7										
	8										
	9										
	10										

Рисунок 23 – Сводная таблица применимости функции \tilde{r} и формулы

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tilde{r} \left(\sin \left(\frac{\pi \left(n - \frac{1}{2} \right)}{\left(\frac{a+b}{2} \right)} \right) \right) u_n,$$

для вычисления периодических значений знакопеременного ряда.

ВЫВОДЫ

Полученные аналитические формулы, алгоритмы и данные - позволяют приблизиться к решению вопроса о существовании аналитической формулы задания знака знакопеременного ряда с произвольным, но периодическим порядком знаков.

Кроме рассмотренных вариантов, остается открытым вопрос о динамически меняющемся периоде появления знаков.

References

1. Il'in VA, Pozdnyak EG (2005) Osnovy matematicheskogo analiza. Moscow: Fizmatlit. Ch.1 - 2005, 7-e izd., 648; Ch.2 - 2002, 4-e izd., 464.
2. Piskunov NS (1985) Differentsial'noe i integral'noe ischislenie. Izdatel'stvo: Moscow: Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1 t – 432, 2 t – 560.
3. Rudin U (1976) Osnovy matematicheskogo analiza. Moscow, Mir., 320.
4. Demidovich BP (1978) Zadachi i uprazhneniya po matematicheskomu analizu. Moscow. Nauka., 480.

5. Devlin Keith (1994) Mathematics, the science of patterns: the search for order in life, mind, and the universe. Scientific American Library.
6. Kline Morris (1983) «Euler and Infinite Series». Mathematics Magazine 56 (5): 307–314. DOI:10.2307/2690371.
7. Fikhtengol'ts GM (2001) Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya. Moscow: FIZMATLIT, t.1 - 616; t.2 - 810; t.3 - 662.
8. Il'in VA, Pozdnyak EG (1973) Kurs matematicheskogo analiza. Moscow. Nauka, 472.
9. Kudryavtsev LD (2005) Kurs matematicheskogo analiza. Moscow: Fizmatlit, t.1 - 400; t.2 - 424.
10. Zudilin VV (2011) Arifmeticheskie gipergeometricheskie ryady, UMN, tom 66, vypusk 2(398), 163–216. <http://dx.doi.org/10.4213/rm9420>
11. Davis Harry F (1989) Fourier Series and Orthogonal Functions. Dover.
12. Znakochereduyushchiysya natural'nyy ryad. http://nhpproxy.webcreatif.ch/cgi-bin/cgiproxy/nph-proxy.cgi/111110A/http/ru.wikipedia.org/wiki/1_%E2%88%92_2_+_3_%E2%88%92_4_+_%E2%80%A6