SKAITINIŲ REIŠKINIŲ SUPRATIMO I–VI KLASĖJE SITUACIJOS ANALIZĖ

Vaiva Grabauskienė, **Kristina Siminauskienė**
Lietuvos edukologijos universitetas, Lietuva

Santrauka

Straipsnyje nagrinėjamas skaitinių reiškinių supratimas I–VI klasėje. Algebrinis ugdymas pradinėje mokykloje prasideda skaitinių reiškinių apskaičiavimų ir pertvarkymų užduotimis, ir šių užduočių supratimas išlieka aktualus vėliau atliekant bet kurias reiškinių, lygčių, nelygybių problematikos užduotis. Algebros mokymosi sunkumus parodo mokinių darbuose atrandamos skaitinių reiškinių pertvarkymų klaidos.

Buvo atlikta I–VI klasės 120-ties mokinių skaitinių reiškinių sprendimo klaidų kokybinė kontentinė analizė. Ji atskleidė dešimtainės pozicinės skaičiavimo sistemos idėjų nesupratimo, konstruktyvaus taisyklių mokymosi, praktinės skaitinių reiškinių pertvarkymo patirties trūkumo problemas. Situaciją siūloma koreguoti pradinėse klasėse daugiau dėmesio skiriant dešimtainei struktūrai ir skaitmenų pozicijų reikšmei, įvairiapusei skaitinių reiškinių analizei, skaitinių reiškinių sprendimo motyvacijos didinimui.

Pagrindiniai žodžiai: *aritmetikos ir algebros sąsajos; pradinė ir pagrindinė mokykla; skaitinių reiškinių klaidos*.

Įvadas

Kontekstas

Lietuvos pradinio ir pagrindinio ugdymo bendrosiose programose (BP, 2008) išskiriamos šios matematikos sritys: skaičiai ir skaičiavimai; reiškiniai, lygtys, nelygybės; geometrija; matai ir matavimai; sąryšiai ir funkcijos; statistika, tikimybių teorija. Reiškiniai, lygtys, nelygybės, sąryšiai ir funkcijos sudaro didelę visos mokyklinio matematinio ugdymo problematikos dalį, todėl galima teigti, jog matematinio ugdymosi pagrindų įgijimo sėkmė ar nesėkmė priklauso nuo mokinio gebėjimų suprasti algebros problematiką.

Nuo pradinių klasių ugdomas algebrinis mąstymas apima matematinių procesų nagrinėjimą įžvelgiant dėsningumus ir problemų modeliavimą taikant įvairius vaizdavimo būdus (Panasuk 2009). Algebros mokslas padeda lavinti struktūravimo ir formalizavimo gebėjimus ir suvokti matematinės simbolikos universalumą. Matematikos modelius gebant taikyti įvairiose žmogaus gyvenimo srityse, tampa lengviau orientuotis nuolat kintančioje aplinkoje, priimti pagrįstus sprendimus (BP, 2008).

Mokslininkų nuomone, algebros pagrindų supratimas formuojasi mokiniams atliekant operacijas su skaičiais (Rusell, Schifter, Bastable, 2006). Aritmetikos mokymasis į reiškinių, lygčių, nelygybių nusakomų matematinių santykių nagrinėjimą perauga nuosekliai (BP, 2008). Besimokantys aritmetikos, nuolat įvairiausiais būdais skaidantys ir sujungiantys skaičius mokiniai atranda dėsningumus, kurie vėliau gali būti išreikšti simboliais ir lygtimis (Rusell, Schifter, Bastable, 2006). Sprendžiant aritmetikos uždavinius, laipsniškai aiškėja santykių tarp skaičių ir skaičiavimo operacijų supratimo reikalingumas, pastebima modelių atpažinimo ir įžvalgų pagrindimo nauda. Kartu ryškėja komunikavimo, argumentavimo, problemų sprendimo kompetencijų svarba (Grassmann, Eichler, Nitsch, 2010), grindžiama algebros mokymuisi ypač aktualiu gebėjimu suprasti įvairiais pavidalais pateiktą matematinę informaciją. Taikant paprasčiausius modelius, mėginama atrasti daugiau sprendimo būdų (Lent, Wall, Fosnot, 2006). Modeliai ir struktūros gali būti atrastos visur, tik vis skirtingomis formomis (Grassmann, Eichler, Nitsch, 2010). Jau tokie sąlyginai paprasti aritmetikos veiksmai, kaip sudėtis su praleistu dėmeniu arba atvirkštinės užduotys, rengia mokinius suprasti tiesinius santykius (Amerom, 2003). Mokyklinio matematinio ugdymo siekiamybe laikytinas konceptualus algebrinių santykių supratimas susiformuoja kartu su gebėjimo atpažinti funkcinius santykius tarp žinomų ir nežinomų dydžių, priklausomų ir nepriklausomų kintamųjų, atsiradimu ir gebėjimų pastebėti ir interpretuoti įvairiausiais vaizdavimo būdais užkoduotas algebrines sąvokas plėtra (Panasuk 2009).

Taikant matematinius modelius, algebros simbolių sistema sudaro sąlygas matematinius principus, sąvokas ir idėjas išreikšti bendriausiu pavidalu (Panasuk 2009). Kita vertus, algebros mokymąsi kaip tik ir apsunkina jos abstraktumas, besireiškiantis matematinių ženklų ir simbolių reikšmių įvairove (Mitchel, 2007). Pradinėse klasėse ilgą laiką nagrinėtus paprastus skaičiavimus su žinomais skaičiais vėliau vis dažniau tenka derinti su samprotavimais apie nežinomus arba kintančius dydžius, taip pat su skirtumų tarp specifinių ir bendrų situacijų atpažinimu. Aritmetikoje ir algebroje skirtingai interpretuojamos raidės, simboliai, reiškiniai ir lygybė. Pavyzdžiui, aritmetikoje raidės yra visumos dalies sutrumpintas užrašymo būdas, o algebroje raidė vaizduoja kintamąjį ar nežinomą skaičių (Amerom, 2003). Mokiniams, nepakankamai suprantantiems skaičiaus sandarą, tokių daugiaprasmybių atsiradimas yra papildomų neaiškumų šaltinis.

Kitų mokslininkų nuomone, pradedant mokytis algebros, dar svarbiau nei išmokti suprasti simbolius yra ugdytis matematinių samprotavimų gebėjimus (Rusell, Schifter, Bastable, 2006). Itin svarbu, kad mokinys, prieš imdamas paprastinti reiškinį, pirmiausia įsigilintų į jo struktūrą, neretai sufleruojančią, kaip minimizuoti tam paprastinimui reikalingas darbo sąnaudas (Molina, Castro, Mason, 2008). Tam reikia suprasti ir gebėti taikyti mokyklinės aritmetikos ir algebros kurse pateikiamas taisykles. Panašu, kad įvairiapusio skaičiaus sandaros supratimo siekimas šį procesą taip pat gali paspartinti. Kita vertus, nepakankamai susiformavęs skaičių ir skaičiavimų supratimas gali sąlygoti algebrinės veiklos nesėkmes.

Apibendrinant reikia pasakyti, jog mokantis algebros yra svarbūs keturi požiūriai: algebra – tai apibendrinta aritmetika; algebra – tai problemų sprendimo priemonė; algebra – tai sąryšių tyrinėjimas; algebra – tai mokslas apie struktūras. Visų šių požiūrių pagrindas yra algebrinių gebėjimų siejimas su gebėjimu pažvelgti į nagrinėjamas problemas pasirinktu aspektu. Tai padaryti yra neįmanoma tol, kol skaičių ir skaičiavimų problematika nėra suprasta tiek, kad nagrinėjamoje situacijoje netrukdytų įžvelgti dėsningumų. Todėl panašu, kad nemaža dalis algebrinio ugdymosi sunkumų kyla iš aritmetikos ir algebros sąsajų įvairovės.

Tyrimo problema ir tikslas

Kadangi algebrinio ugdymo problematika pradinėje mokykloje prasideda skaitinių reiškinių apskaičiavimų ir pertvarkymų užduotimis ir šių užduočių supratimas išlieka aktualus atliekant bet kurias reiškinių, lygčių, nelygybių problematikos užduotis, šiame darbe nagrinėjama **problema,** kokie pradinio matematinio ugdymo akcentai gali paskatinti skaitinių reiškinių supratimo formavimąsi.

Straipsnyje pristatomo **tyrimo tikslas** – empiriškai pagrįsti papildomus skaitinių reiškinių supratimo ugdymo I–VI klasėje akcentus.

Mokiniai pasižymi nevienodu abstraktybių ir konkretybių supratimu, ir tai lemia skirtingas galimybes plėtoti algebrinių reiškinių supratimą (Radford 2001). Panašu, kad būtent algebros ir aritmetikos bendros veiklos rezultatų nagrinėjimas gali padėti suprasti problemas, kurias mokiniai patiria pradėdami mokytis algebros (Amerom, 2003). Kadangi mokinių klaidos yra mokymosi sunkumų ir netinkamo sąvokų supratimo atspindžiai, klaidingus sprendimo kelius būtina pastebėti ir išanalizuoti (Lorenz, Schipper, 2007). Straipsnyje pristatomo **tyrimo objektas –** skaitinių reiškinių sprendimo klaidos I–VI klasėje.

Tyrimo uždaviniai:
1. Taikant skaitinių reiškinių supratimui tyrti parengtą klausimyną, nustatyti ir interpretuoti mokinių patiriamus sunkumus.
2. Pasiūlyti empirinio tyrimo rezultatais pagrįstus skaitinių reiškinių supratimo ugdymo I–VI klasėje akcentus.

Tyrimo metodologija

Bendra tyrimo charakteristika

Skaitmeninių reiškinių supratimo I–VI klasėje tyrimas atliktas remiantis epigenetiniu kognityvistiniu požiūriu į intelekto formavimąsi: svarbu ne tiek klaidos padarymo faktas, kiek kokia klaida yra padaryta, nes tik taip gali būti suprasta intelekto sąranga konkrečiame raidos tarpsnyje. Tyrimu siekta išryškinti galimas klaidų atsiradimo situacijas, nepretenduojant į griežtą skaitiniuose reiškiniuose pasitaikančių aritmetinių klaidų sistemos nustatymą (fenomenografinis požiūris).

I–VI klasės algebrinio ugdymo problematikos nagrinėjimas pasirinktas siekiant ištirti skaitinių reiškinių supratimo akcentų kaitą. Laikytasi nuostatos, jog mokantis algebros, pradinės ir pagrindinės mokyklos ugdymo perimamumo tyrinėjimas gali atskleisti papildomus mokiniams iškylančius matematikos mokymosi sunkumus.

Tyrimo metodai: mokinių apklausa ir mokinių atliktų užduočių klaidų kokybinė kontentinė analizė.

Tyrimo instrumentas

Išanalizavus algebros mokymo I–VI klasėje turinį (BP, 2008) ir remiantis LR švietimo ir mokslo ministerijos rekomenduojamų matematikos vadovėlių I–VI klasei medžiaga, buvo išskirti trys skaitinių reiškinių sudėtingumą nusakantys rodikliai: aritmetinės operacijos, veiksmo komponentų skaičius (nenurodomas tik veiksmo komponentų skaičius, kai daugyba reiškiama sudėtimi ir atvirkščiai) ir skaičiai (pagal dydį ir pagal rūšį). Projektuojant tyrimo instrumentą, pirmiausia buvo sukurta kiekvienoje klasėje atsirandančius skaitinių reiškinių problematikos akcentus atspindinti schema (1 pav.). Remiantis ja, buvo parengta po 8 atitinkamo lygio užduotis kiekvienai klasei. Veiksmų įvairovė buvo svarbi siekiant užfiksuoti sprendžiant patiriamų sunkumų niuansus.

	ARITMETINĖS OPERACIJOS	VEIKSMO KOMPONENTŲ KIEKIS	SKAIČIAI	
			DYDIS	RŪŠIS
I KLASĖ	Sudėtis ir atimtis	3	Vienaženkliai, dviženkliai	Sveiki teigiami ir 0
II KLASĖ	Daugyba ir dalyba			
III KLASĖ		4	Triženkliai, keturženkliai	Trupmenos
IV KLASĖ	Skliaustai	5	10000	
V-VI KLASĖ		Daug	Daugiaženkliai	

1 pav. Skaitinių reiškinių problematikos sudėtingėjimo I–VI klasėje pakopos.

Pažymėtina, kad šiame tyrime buvo nuspręsta gilintis į pradinėse klasėse nagrinėjamos skaičių ir skaičiavimų problematikos ir skaitinių reiškinių supratimo sąsajas. Todėl parenkant užduotis nuo V–VI klasėje pradedamų nagrinėti neigiamų skaičių problematikos buvo atsiribota.

Tyrimo imtis

Tyrime dalyvavo iš viso 120 I–VI klasės mokinių iš skirtingų mokyklų. Buvo apklausta po 20 kiekvienos klasės mokinių. Imtis buvo parinkta pagal heterogeniškumo principą.

Duomenų analizė

Analizės duomenys buvo surinkti išnagrinėjus respondentų padarytas klaidas. Pradėta nuo pirminio klaidų įvardinimo ir detalaus klaidų grupavimo pagal temas. Toliau grupuojant, giminingos klaidų temos laipsniškai buvo jungiamos į stambesnes grupes, kol galų gale buvo išskirti 5 pagrindiniai klaidų tipai: skaičiaus sandara; taisyklių taikymas; algebriniai dydžių tarpusavio santykiai; atidumas; kita (1 lentelė). Pažymėtina, kad kai kurios klaidos sąlyginai galėjo būti priskirtos kelioms grupėms. Tokiu atveju komentaruose yra tiesiog aptartos kitos galimos tos pačios klaidos atsiradimo priežastys.

Siekiant kuo tiksliau nustatyti klaidas ir jų priežastis, prie kiekvieno užduočių lapo buvo prisegtas lapas juodraščiui. Analizuojant sprendimus, remtasi ir juodraščio įrašais.

Tyrimo rezultatai

Susisteminta informacija apie I–VI klasės mokinių skaitinių reiškinių skaičiavimo užduotyse padarytas klaidas yra pateikta 1 lentelėje. Klaidų skaičiumi šioje lentelėje pateiktuose grafikuose vadintas bendras visų atitinkamos klasės respondentų padarytas vieno tipo klaidų kiekis.

SKAIČIAUS SANDAROS klaidų tipui buvo priskirtos klaidos, susijusios su dešimčių sandara ir skaičių skaidymu. Didžiąją I klasėje padarytų šio tipo klaidų dalį sudarė dešimčių sandaros nesupratimo klaidos. Mokiniai klydo apskaičiuodami skaitinius reiškinius, nes nemoka išardyti turimų arba sudaryti naujų dešimčių, pvz., 90 – 8 = **92**. Toks aritmetinio veiksmo rezultatas rodo, kad šie mokiniai skaičių sandarą dešimtainėje sistemoje žino, t. y. supranta, kad 10 – 8 yra 2, tačiau gautą skirtumą vis tiek prideda prie turinio.

II klasės mokiniai apskaičiuodami reiškinius daugiausia klaidų darė dešimčių ir vienetų skyriuose. Pastebėta, kad dauguma mokinių dešimties sandaros nesupratimo klaidų darė reiškiniuose su didesniais skaičiais, kai yra daugiau nei vienas aritmetinis veiksmas. II klasės mokiniai šio tipo klaidų darė netgi daugiau nei I klasės mokiniai.

Tik keturi III klasės mokiniai skaičiuodami neprirašydavo naujai susidariusių dešimčių arba neatimdavo pasiskolintų. Tai rodo, kad III klasės mokiniai šio tipo klaidų daro mažiau, vis dėlto problema dar išlieka.

IV klasėje skaičiaus sandaros tipo klaidų nepadarė nė vienas mokinys.

V klasės mokiniai daugiausia klaidų padarė, atlikdami veiksmus su dešimtainėmis trupmenomis. V klasėje su trupmeniniais skaičiais susipažįstama plačiau, tai atsispindi ir matematikos vadovėliuose, kuriuose didžioji dalis uždavinių sudaryta būtent su šiais skaičiais. V klasės mokinių padarytų klaidų priežastis – nemoka skaičiaus 50 sandaros, pvz., 55 – 25 = **25**. Pažymėtina, kad V klasės mokiniai skaičiaus sandaros nesupratimo tipo klaidų darė ir apskaičiuodami skaitinius reiškinius su trupmenomis. Viena iš klaidų – kai, dauginant mišrųjį ir trupmeninį skaičius, mišrusis skaičius nepaverčiamas į trupmeną. V klasės mokiniai klysta ir atlikdami veiksmus su trupmenomis, nes nemoka šių skaičių sandaros. Pavyzdžiui:

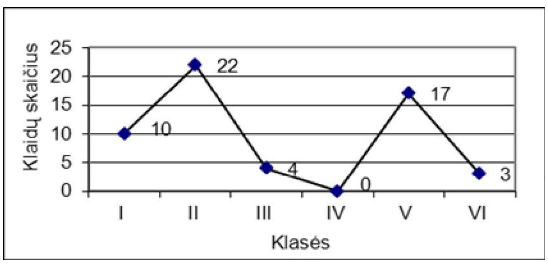
$$\frac{13}{2}^{\backslash 3} + \frac{13}{6}^{\backslash 1} = \frac{10 + 3 \cdot 3 + 13}{6} = \frac{32}{6}.$$

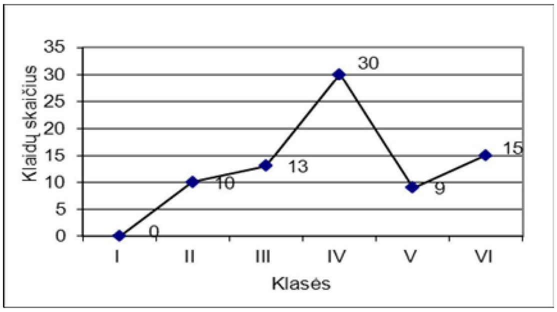
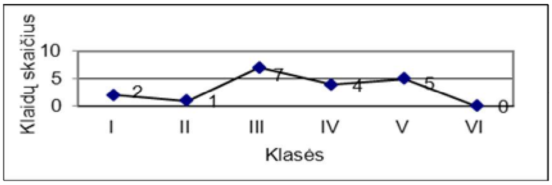
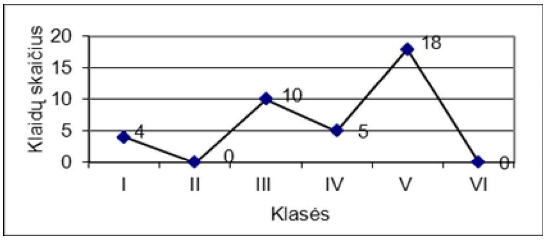
Taigi V klasėje vėl kartojasi I–III klasėje daromos klaidos, tik jos atsiranda sudėtingesniuose reiškiniuose.

TAISYKLIŲ TAIKYMO klaidų tipui buvo priskirtos klaidos, susijusios su veiksmais stulpeliu; veiksmų atlikimo tvarka; daugybos lentele; dalyba kampu; veiksmais su trupmenomis. I klasės mokiniai šio tipo klaidų nedarė visai. To priežastis tikriausiai yra mažai aritmetinių veiksmų skaitiniame reiškinyje, maži skaičiai ir nedaug taisyklių.

1 lentelė

Skaitinių reiškinių sprendimo sunkumai I–VI klasėje (N=20+20+20+20+20+20)

Nr.	Klaidų tipai	Klaidos charakteristika	Klaidos pasitaikymas klasėse
1.	Skaičiaus sandara	Dešimčių sandara; skaičių skaidymas	

2.	Taisyklių taikymas	Veiksmai stulpeliu; veiksmų atlikimo tvarka; daugybos lentelė; dalyba kampu; veiksmai su trupmenomis	
3.	Algebriniai dydžių tarpusavio santykiai	Veiksmai su apvaliomis dešimtimis; kiti aritmetiniai veiksmai; atvirkštinių veiksmų tarpusavio santykiai	
4.	Atidumas	Atlikti ne visi reiškinio veiksmai; praleisti arba pakeisti simboliai	
5.	Kita	Neiššifruojami atsakymai	Vienas toks atvejis I klasėje

II klasėje dažniausia šio tipo klaidų priežastis – daugybos lentelės nemokėjimas. Pažymėtina, kad II klasėje daugyba yra naujas aritmetinis veiksmas, todėl vaikams dauginti dar sunku. Taip pat paaiškėjo, kad II klasėje pradėjus mokytis daugybos ir dalybos veiksmų, mokiniai pradeda painioti jų taisykles su sudėties ir atimties veiksmų taisyklėmis. Reiškinyje esant daugybos, dalybos, sudėties ir atimties veiksmams, pirmiausia turėtų būti atliekami daugybos, dalybos veiksmai. Kai kurie mokiniai šią naujai sužinotą taisyklę ima klaidingai taikyti apskaičiuodami sudėties bei atimties reiškinius (pirma atlieka sudėties veiksmą, po to – atimties).

III klasės mokiniams sunkiai sekasi atlikti sudėties, daugybos stulpeliu ir dalybos kampu veiksmus. Pagrindinė klaida – skaičiuodami stulpeliu pamiršta veiksmų stulpeliu skaičiavimo principus, pvz., sudėties veiksmą atlieka remdamiesi daugybos veiksmo stulpeliu taisykle, t. y. kiekvieną antro dėmens skaitmenį sudeda su kiekvienu pirmo dėmens skaitmeniu. Pavyzdžiui., 139 + 8 = skaičiavo taip: 1) 9 + 8 = 17 (7 rašo, vienas mintyse); 2) 3 + 8 = 11 (1 rašo, tai, kas mintyse, pamiršta); 3) 1 + 8 = 9 (9 rašo, tai, kas mintyse, pamiršta); ir taip galų gale gaunamas atsakymas **917**. Taip pat paaiškėjo, kad II–III klasės mokiniai ne visuomet geba nustatyti veiksmų atlikimo tvarką. Šeši III klasės mokiniai nemoka daugybos lentelės, o tai itin svarbu atliekant ne tik daugybos, bet ir dalybos veiksmus.

Daugiausiai klaidų dėl netinkamo taisyklių taikymo buvo padaryta IV klasėje. Šešiolika klaidų buvo padaryta netaisyklingai pasirenkant aritmetinių veiksmų seką. Reiškinys (3 + 22) + (2 + 23) · 4 =, turėjo būti apskaičiuotas tokia tvarka:

1) (3 + 22) =25; 2) (2 + 23) = 25; 3) 25 · 4 = 100; 4) 25 + 100 = 125.

IV klasės mokiniai, apskaičiuodami šį reiškinį, sukeitė 3 ir 4 reiškinio apskaičiavimo žingsnių veiksmus. Kadangi skaičiai nėra dideli ir su jais atlikti veiksmus buvo lengva, mokiniams tikriausiai yra sunku nustatyti reiškinio veiksmų atlikimo tvarką, kai reiškinyje yra daugiau nei du aritmetiniai veiksmai ir skliaustai. Šią klaidą mokiniai darė ir kituose tokio tipo reiškiniuose. Mokiniai netaisyklingai apskaičiavo ir reiškinius, kurių aritmetinius veiksmus atliko stulpeliu. Atlikdami sudėties veiksmus pamiršta pridėti naujai susidariusias dešimtis, o atlikdami atimties veiksmus – atimti pasiskolintas dešimtis. Tokios pačios klaidos darytos ir dauginant stulpeliu. Dalijant kampu, netinkamai pasirenkamas skaičius, rodantis, kiek kartų daliklis telpa į dalinį. Panašu, kad ir IV klasės mokiniai dar prastai moka daugybos lentelę.

V klasėje taisyklių taikymo tipo klaidų mažėja, tačiau tokios klaidos vis dar išlieka. Keturi mokiniai netaisyklingai atliko dešimtainių trupmenų dalybos veiksmą, nes nežino, kurioje vietoje gautame dalmenyje turi būti kablelis, pvz., 3,6 : 0,6 = **<u>0,6.</u>** Taip pat V klasės mokiniai nemoka stulpeliu užrašyti sudėties veiksmo su dešimtainėmis trupmenomis, t. y. nežino, kad, sudedant dešimtaines trupmenas stulpeliu, jos rašomos taip, kad vienvardžių skyrių skaitmenys būtų vienas po kitu, o kablelis būtų po kableliu. Dauguma šio tipo klaidų V klasėje susijusios su veiksmais su trupmenomis, todėl galime teigti, kad trupmenos ir veiksmai su jomis yra pagrindinė taisyklių taikymo tipo klaidų priežastis V klasėje.

Penktadalis VI klasės mokinių vis dar neteisingai apskaičiuoja reiškinius su daugybos veiksmu (nemoka daugybos lentelės). Besitęsianti problema – netinkamas veiksmų atlikimo tvarkos pasirinkimas. Mokiniai visus veiksmus atlieka iš eilės, pasitaikė ir neapskaičiavimo atvejis. Kaip V, taip ir VI klasėje yra klaidų apskaičiuojant reiškinius su trupmenomis. Mokiniai neteisingai sudeda, atima, daugina ir dalija trupmenas, nes nesupranta šių aritmetinių veiksmų taisyklių.

ALGEBRINIŲ DYDŽIŲ TARPUSAVIO SANTYKIŲ klaidų tipui buvo priskirtos veiksmų su apvaliomis dešimtimis; kitų aritmetinių veiksmų; atvirkštinių veiksmų tarpusavio santykių klaidos. Išsiaiškinta, kad I klasės mokiniai nemoka atlikti veiksmų su apvaliomis dešimtimis. Pridėdami arba atimdami apvalias dešimtis, atsakyme jie gauna skaičius tik iš apvalių dešimčių, pvz., 94 – 10 = **<u>80</u>** arba 64 + 30 = **<u>90</u>**. Kitaip tariant, apskaičiuojant aritmetinius veiksmus, trūkstamus vienetus iki apvalios dešimties prideda, o jeigu vienetų per daug, tai juos tiesiog atima.

Analizuojant II klasės reiškinių su aritmetiniais veiksmais klaidas, buvo nustatyta, kad mokiniams sunku atrasti ryšį tarp daugybos ir dalybos veiksmų, pvz., reiškinį 8 : 4 apskaičiuoja klaidingai, nes negeba įsivaizduoti, kiek kartų 4 telpa į 8.

III klasės mokinių padarytų klaidų analizė atskleidė, kad mokiniai klaidingai atlieka dalybos veiksmą su apvaliomis dešimtimis. Tokius aritmetinius veiksmus mokiniai dažniausiai apskaičiuoja mintinai, pvz., 240 : 4 skaičiuoja: 24 : 4 = **<u>6</u>**, tačiau nebeprirašo 0, dažniausiai dėl to, kad pamiršta.

IV klasės mokiniai klydo atlikdami dalybos veiksmą kampu. Jie neteisingai parenka, kiek kartų daliklis telpa į dalinį. Tai rodo, kad mokiniai nėra išmokę daugybos ir dalybos veiksmų ryšio.

V klasės mokiniai taip pat klysta dalindami kampu. Pagrindinės klaidos: negeba nustatyti, kiek kartų daliklis telpa į dalinį; nemoka iš dalinio „nukelti“ skaičiaus; negeba taisyklingai atlikti atimties veiksmų dalydami. Pastebėta, kad daugiau klaidų daroma dalijant iš dviženklio daliklio. Šią klaidą galima sieti su daugybos veiksmu, nes daugindami dviženklius skaičius V klasės mokiniai taip pat daro klaidų.

VI klasės mokiniai algebrinių dydžių tarpusavio santykių tipo klaidų nepadarė.

ATIDUMO klaidų tipui buvo priskirtos klaidos, kai buvo atlikti ne visi reiškinio veiksmai; praleisti arba pakeisti simboliai. I klasės užduotyse buvo rastos keturios šio pobūdžio klaidos. Panašu, kad ne visi mokiniai, apskaičiavę vieną aritmetinį reiškinio veiksmą, patikrina, ar atlikti visi reiškinio veiksmai. Kartais atliekant veiksmą supainiojamos skaičiaus skaitmenų vietos.

II klasės mokiniai atidumo klaidų nepadarė.

Nemaža dalis III klasės mokinių klysta apskaičiuodami reiškinius su keliais aritmetiniais veiksmais. Jie painioja aritmetinius veiksmus (parašyta dalyba, atlieka daugybą ir pan.), pakeičia veiksmo komponentų skaitmenis (parašyta 406, o skaičiuoja kaip 466), du kartus atlieka tą patį veiksmą ar atlieka skirtingus veiksmus su to paties skaičiaus skaitmenimis (154 + 148 skaičiuoja: 8 – 4; 4 + 5; 1 + 1).

Trys IV klasės mokiniai nebaigė skaičiuoti reiškinio (atliko tik tuos veiksmus, kurie yra skliaustuose). Panašu, kad mokykloje itin akcentuojama taisyklė, jog pirmiausia turi būti atlikti veiksmai, kurie yra skliaustuose. IV klasės mokiniai apskaičiuoja skliaustuose esančius veiksmus, bet užmiršta, kad reiškinyje yra dar vienas aritmetinis veiksmas. Taip pat kai kurie šios klasės mokiniai buvo neatidūs perrašydami aritmetinių veiksmų ženklus ir skaičius.

Ir V klasės mokiniai kartais atlieka ne visus reiškinio aritmetinius veiksmus. Dažniausiai apskaičiuojamas vienas veiksmas ir parašomas atsakymas. Mokiniai painiojo daugybą su dalyba, sudėtį su atimtimi; atlikdami atimties veiksmą pamiršdavo apie pasiskolintas dešimtis; reiškinio sąlygą perrašydami į juodraštį, pakeisdavo dešimtainių trupmenų kablelio vietą; veiksmo su dešimtainėmis trupmenomis atsakyme pamiršdavo padėti kablelį; atlikdami veiksmus sukeisdavo skaičius arba jų skaitmenis. VI klasės mokiniai atidumo tipo klaidų nepadarė.

Diskusija

Tyrimo rezultatai parodė didelę sprendžiant skaitinius reiškinius I–VI klasėje daromų klaidų įvairovę. 1 lentelėje pateiktose skirtingose klasėse pasitaikančių klaidų tipų pasiskirstymo linijinėse diagramose galima įžvelgti klaidų kiekio ir įvairovės sąsajas su skaitinių reiškinių problematikos sudėtingėjimu.

Skaičių sandaros tipo klaidos, vyraujančios I–II klasėje, III–VI klasėje jau pasitaiko retai. Ši problema vėl iškyla V klasėje kartu su daugiaženklių skaičių ir sudėtingesnių trupmenų skaitiniuose reiškiniuose atsiradimu. VI klasėje net ir sudėtingesnių skaičių sandara mokiniams tampa aiškesnė.

Taisyklių taikymo klaidų I–IV klasėje nuosekliai daugėja. Panašu, kad tai yra susiję su būtinumu taikyti vis naujas taisykles – skaitinių reiškinių problematika kiekvienoje klasėje nuosekliai sudėtingėja, nagrinėjami vis nauji dėsningumai ir mokomasi vis naujų skaitinių reiškinių pertvarkymo būdų. Skaičių ir skaičiavimų užduočių pagrindu besiformuojanti algebrinė intuicija apima detalų simbolių savybių apmąstymą, taip pat sąryšių tarp algebrinių simbolių ir alternatyvių vaizdavimo pavidalų įsivaizdavimą (Pierce, Stacey, 2007). Todėl suprasti ir išmokti taikyti taisykles mokiniams nelengva. V–VI klasėje mokiniams neaiškiausios veiksmų su trupmenomis taisyklės.

Algebrinių dydžių tarpusavio santykių tipo klaidų I–II klasėje negausu tikriausiai dėl skaitiniuose reiškiniuose gana retai pasitaikančių tokio pobūdžio situacijų. III–V klasėje daromų šio tipo klaidų kiekį lėmė daugiausia dalybos kampu veiksmo nepakankamas supratimas, taip pat dalybos ir daugybos sąryšių neįžvelgimas. Mokiniams vis geriau suprantant skaičiaus sandarą, aiškėja ir algebrinių dydžių tarpusavio santykiai. Spręsti tampa lengviau, kai įsigilinama į semantiką – kiekvieno simbolio reikšmę (Clements, Sarama, 2009). Gal todėl VI klasėje šio tipo klaidų nelieka.

Atidumo tipo klaidų pasiskirstymas klasėse neatskleidžia jokių dėsningumų. Panašu, kad šio tipo klaidas lemia daug faktorių. Vis dėlto I lentelėje pateikta šio tipo klaidų pasiskirstymo linijinė diagrama rodo ryškų šio tipo klaidų pagausėjimą V klasėje. Panašu, kad būtent atidumo klaidos dėl išaugusio skaitinių reiškinių sudėtingumo stipriausiai atspindi pradinės ir pagrindinės mokyklos ugdymo turinio ir metodų pasikeitimą.

Išvados

I–VI klasės skaičiaus sandaros tipo klaidų problematika rodo, kad pozicinės dešimtainės skaičiavimo sistemos idėjų nesupratimas, atliekant skaitinių reiškinių užduotis, gali būti daugelio klaidų priežastis. Todėl skaičių ir skaičiavimų užduotyse ir jas komentuojant turėtų būti labiau pabrėžiama dešimtainė struktūra ir skaitmenų pozicijų reikšmė. Tai taikytina tiek sveikųjų, tiek trupmeninių skaičiavimų atvejais. I–VI klasės taisyklių taikymo tipo klaidų problematika rodo, kad praktiniam dėsningumų ieškojimui ir išsamiam jų aptarimui; tų pačių, tik įvairiais būdais pateiktų reiškinių nagrinėjimui turėtų būti skirta daugiau dėmesio. Konstruktyvus taisyklių supratimas turėtų padėti jas geriau suprasti ir įsiminti. Algebrinių dydžių tarpusavio santykių klaidų problematika atskleidžia konstruktyvesnio dalybos taisyklių mokymosi būtinumą. Atidumo tipo klaidų problematika rodo praktinės skaitinių reiškinių pertvarkymo patirties trūkumus (sąlyginė reiškinio komponentų gausa ir įvairovė trukdo susikaupti; kiekvienai užduočiai tenka per mažai dėmesio). Tai kartu reiškia skaitinių reiškinių sprendimo motyvacijos didinimo būtinumą.

Literatūra

Amerom B. A. (2003) Focusing on Informal Strategies when Linking Arithmetic to Early Algebra. *Educational Studies in Mathematics.* 54, 63–75. Kluwer Academic Publishers.

Clements D. H., Sarama J. (2009) Learning and Teaching Early Math. The Learning Trajectories Approach. New York, Routledge, Taylor & Francis.

Grassmann M., Eichler E. M., Nitsch B. (2010) *Mathematikunterricht. Kompetent im Unterricht der Grundschule.* Schneider Verlag Hohengehren.

Lent P., Wall E., Fosnot C. T. (2006) Young Mathematicians at Work. Constructing Algebra in Grade Two. *Connect. Innovations in K-8 Science, Math and Technologie.* January/February, 4–7.

Lorenz J. H., Schiper W. (Hrsg.) (2007) *Hendrik Radatz Impulse für den Mathematikunterricht.* Braunschweig, Bildungshaus Schulbuchverlage.

Malara N., & Navarra G. (2009). Approaching the Distributive Law with Young Pupils. *PNA,* 3(2), 73–85.

Molina M., Castro E., & Mason J. (2008). Elementary School Students´ Approaches to Solving True/False Number Sentences. *PNA 2*(2), 75–86.

Mitchel S. (2006). Year 7 Algebra. *Mathematics Teaching Incorporating Micromath* 199/November*,* 6–7.

Panasuc R. M. Three Phase Ranking Framework for Assessing Conceptual Understanding in Algebra Using Multiple Representations (2009). *Education,* 131 (2), 235–257.

Pierce R., Stacey K. Developing Algebraic Insight (2007). *Mathematics Teaching Incorporating Micromath.* 203/July*,* 12–16.

Pradinio ir pagrindinio ugdymo bendrosios programos (2008). Vilnius.
Radford L. Signs and Meanings in Students‘ Emergent Algebraic Thinking: a Semiotic Analysis (2001). *Educational Studies in Mathematics,* 42, 237–268.
Russell S. J., Schifter D., Bastable V. (2006) Is it 2 More or 2 Less? Algebra in Elementary Classroom. *Connect. Innovations in K-8 Science, Math and Technologie.* January/February, 1–3.

Summary

THE UNDERSTANDING OF NUMERICAL EXPRESSIONS IN I-VI CLASSES

Vaiva Grabauskienė, Kristina Siminauskienė
Lithuanian University of Educational Sciences, Lithuania

The article analyzes the understanding of numerical expressions in primary and secondary schools. Algebraic education begins in primary school by numerical expressions calculations and transformations tasks. Understanding of these tasks remains important later while doing any of expressions, equations and inequalities tasks. The numerical expressions errors made by students show learning difficulties and inadequate understanding of concepts.

This article presents 120 I–VI classes students numerical expressions solutions mistakes qualitative continent analysis. It revealed such problems as misunderstanding ideas of positional decimal counting system, constructive learning of rules, the lack of practical experience in transformating numerical expressions. There are proposed possiblities to improve the situation by paying more attention to decimal structure and the positions of numbers in primary classes, multipurpose numerical expressions analysis, the increasing of motivation to solving numerical expressions.
Key words: errors of numerical expressions, links between arithmetic and algebra, primary and secondary school.

Received 01 July 2012; accepted 30 August 2012

Vaiva Grabauskienė
Assoc. Professor, Departament of Education, Lithuanian University of Educational Sciences, Studentų Street 39, LT-08106 Vilnius, Lithuania
E-mail: grabauskiene.vaiva@vpu.lt
Website: http://www.vpu.lt

Kristina Siminauskienė
Master of Science in Education, Lithuanian University of Educational Sciences, Studentų Street 39, LT-08106 Vilnius, Lithuania
E-mail: kristina.eitmantaite@gmail.com
Website: http://www.vpu.lt