УДК 519.711.3

ВЛИЯНИЕ ВАРИАЦИЙ ПЕРИОДА ДИСКРЕТИЗАЦИИ НА СВОЙСТВА ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В. Я. Карташов, С. С. Самойленко

INFLUENCE OF VARIATIONS OF THE PERIOD OF SAMPLING ON THE PROPERTIES OF DIGITAL CONTROL SYSTEMS

V. Y. Kartashov, S. S. Samoilenko

В статье на качественном уровне анализируется влияние изменений периода дискретизации на функциональные свойства цифровых систем управления. Приводятся алгоритмы фильтрации дискретных сигналов, позволяющие повысить достоверность измерительной информации. Полученные результаты имеют важное практическое значение при разработке и реализации цифровых систем управления.

Effect of changes in sampling period on functional properties of digital control systems analyzes on the qualitative level by authors of the article. Filtering algorithms of discrete signals, that allows to increase reliability of measuring information are described in this article. The received results have important practical value during the developing and realization of digital control systems.

Ключевые слова: многочастотное квантование, цифровые системы, период дискретизации, рекурсивные фильтр, нерекурсивный фильтр, эквивалентность дискретных моделей, групповой способ дискретизации.

Keywords: multi-frequency quantization, digital systems, sampling period, recursive filter, nonrecursive filter, equivalence of discrete models, group method for the discretization.

Введение

При проектировании цифровых систем управления непрерывными, технологическими и техническими объектами основополагающей и актуальной задачей является задача выбора величины периода дискретизации Δt [1; 2; 3]. Как отмечается в [1]: «интерес представляет не только количество измерительной информации, но и то, как она используется». Так при выборе периода дискретизации следует учитывать следующие факторы: требуемое качество системы, динамику объекта, спектр возмущений, измерительные приборы, вычислительные затраты, используемую модель объекта и ряд других. В данной работе анализируются способы выбора периода дискретизации и сформулированы рекомендации, алгоритмы получения и оценки свойств измерительной информации в процессах дискретизации сигналов.

Казалось, что Δt можно выбрать как бы произвольно, например, взяв Δt малым, постоянным, однако уже здесь возникают противоречия и неопределенности дальнейшего использования его при синтезе цифровой системы мониторинга и управления: слишком малая величина Δt приводит к значительному объему измерительной информации, к трудоемкости её обработки, к возможности появления подмены частоты [2], к появлению неадекватной структуры математической модели каналов объекта и т. п. Неопределенность от Δt растет с каждым последующим этапом синтеза цифровой системы управления.

Роль частоты Найквиста

При заданном значении Δt единственным широко известным параметром [2; 3] является частота Найквиста, которая определяется по соотношению $\omega_H = \dfrac{2\pi}{\Delta t}$. Эта частота позволяет решать задачу восстановления сигнала. Задачи дискретизации временного сигнала и его восстановления являются взаимно обратными [3]. Для этих задач справедлива теорема Шеннона-Котельникова, однако упомянутые выше задачи неприменимы для построения причинно-следственных моделей – моделей управления и прогнозирования (причина этого обусловлена тем, что интерполяционная формула для восстановления сигнала включает наряду с предшествующими значениями сигнала $x(t)$ и последующие значения).

Таким образом, в задачах управления и прогнозирования частота Найквиста играет несколько другую роль. Например, в задаче фильтрации предполагается, что на некотором множестве временных отсчетов $\{t_1, t_2, \ldots, t_n\} = T$ известны значения сигнала $\{x(t_1), x(t_2), \ldots, x(t_n)\}$, которые измерены с некоторой погрешностью. Требуется определить некоторую оценку сигнала $\hat{x}(t_n \setminus T) = f(x(t_1), \ldots, x(t_n))$, наилучшую в смысле некоторого критерия оптимальности в момент времени t_n. Как правило, полагается, что измерения производятся в равноотстоящие моменты времени $t_i = t_1 + i\Delta t$. В этой задаче опять появляется частота Найквиста.

Различные периоды дискретизации

Не нарушая общности предположим, что в качестве объекта исследования рассматривается динамический объект, допускающий линеаризацию. Более того, предположим для простоты, что объект одномерный – одна входная и одна выходная величины. В данной работе для построения математической модели объекта используется метод структурно-параметрической идентификации (SP-идентификации), для которого доказано [4; 5], что для получения точной модели объекта необходимо и достаточно существование множества значений периода дискретизации $(\Delta t_{min}, \Delta t_{max})$, которое порождает последовательность эквивалентных дискретных математических моделей с передаточными функциями $G(z, \Delta t)$. Эквивалентность дискретных математических моделей понимается в смысле отображения и сохранения для различных $\Delta t \in (\Delta t_{min}, \Delta t_{max})$ динамических характеристик объекта. Таким образом, можно уже структурировать значения Δt (рис. 1).

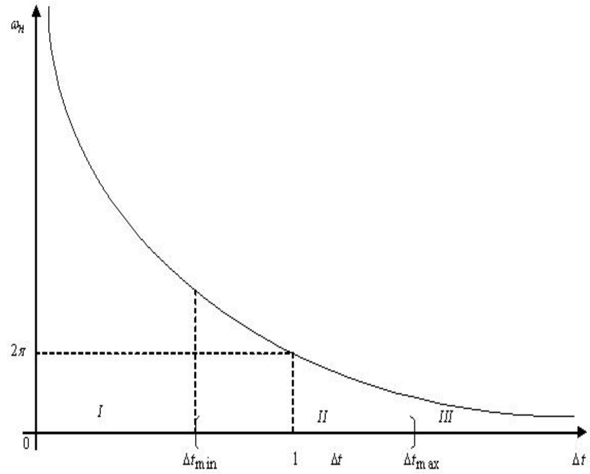

Рис. 1. ***Структура множества значений*** Δt

На множестве значений периода дискретизации $\Delta t \in (0, +\infty) = R^+$ условно выделены следующие подмножества:

$R_I = \{\Delta t \in R^+ \mid \Delta t \in (0; \Delta t_{min}]\};$

$R_{II} = \{\Delta t \in R^+ \mid \Delta t \in (\Delta t_{min}; \Delta t_{max}]\};.$

$R_{III} = \{\Delta t \in R^+ \mid \Delta t \in [\Delta t_{max}; +\infty]\}.$

Область R_{II} определяется свойствами согласованного z-преобразования, динамическими характеристиками объекта и состоит из значений периода дискретизации, которые позволяют определить дискретную передаточную функцию и, при необходимости, непрерывную передаточную функцию. Эта область позволяет определить последовательность эквивалентных дискретных моделей и использовать многочастотное квантование. В то же время предполагается, что отсчеты сигналов при $\Delta t \in R_{II}$ имеют малую погрешность измерения, а, следовательно, должны быть предварительно отфильтрованы.

Область R_I малых значений периодов дискретизации порождает высокую частоту дискретизации. Если период Δt принимает значение из этой области, то процесс представления близок к аналоговому. Многие исследователи считают это положительным фактором при построении цифровых систем, не придавая значения следующим рискам:

1. Увеличение объема отсчетов приводит к переполнению памяти, к уменьшению оперативности в обработке данных, а самое главное – при восстановлении дискретных моделей к подмене моделей с вытекающими отсюда последствиями [6].

2. Если период Δt брать постоянным и малым по величине, то согласно [2] возникает одна из главных проблем – явление подмены частот. В частности низкочастотный сигнал приводит к существенной подмене высокочастотного сигнала, а в последующем – к подмене модели объекта.

3. Высокочастотную составляющую сигналов (например, таких как токовая нагрузка, давление и т. п.) не всегда можно полагать шумовой или помеховой. Она может быть составляющей, характеризующей неустойчивое состояние объекта, которое возникает при предаварийных и аварийных ситуациях.

Таким образом, если осуществлять выборку с постоянным периодом $\Delta t \in R_{II}$, то можно потерять эту информацию и тем самым цифровая система оказывается бесполезной, приводящей к непредвиденным последствиям.

Если же период дискретизации Δt по величине брать из области R_{III}, то получаемые после фильтрации значения сигнала могут принадлежать как к окончательной стадии переходного процесса, так и выходить за переходный процесс и характеризовать статический режим. С правой стороны от Δt_{max} имеется некоторая область значений периода дискретизации Δt, выделяющая точки съема информации, которые принадлежат еще переходному процессу. Однако таких точек $\{y(t_0), y(t_1), \ldots, y(t_n)\}$ мало, что соответствует понятию в прикладной математике – малой выборки. По этим данным, используя алгоритмы SP-идентификации на основе теории непрерывных дробей, удается определить трендовую составляющую переходного процесса, однако более «тонкие» характеристики и свойства идентифицировать не удается. Для некоторых прикладных задач этот класс задач достоверного выделения трендовой составляющей представляет интерес (например, в задачах определения эффективности программ реабилитации детей [7]).

Если же брать значения Δt, которые больше времени управления t_u, то определить динамические характеристики объекта уже не удается. В этом случае получаемая информация может использоваться для построения статических моделей объекта.

Цифровые фильтры

Проанализируем на качественном уровне использование цифровых фильтров в системах мониторинга и управления, учитывая тот факт, что современные средства и аппаратура измерения частично включают аналоговые фильтры и цифровые устройства (например, противоподменные цифровые фильтры). Однако в конкретной цифровой системе возможна системная специфика появления некоторых сигналов. Как правило, это помеховые и полезные составляющие измеряемых сигналов.

Цифровые фильтры разделяются на рекурсивные и нерекурсивные фильтры [8]. Краткая характеристика рекурсивных фильтров заключается в следующем:

1. Наиболее подробно рассмотрим фильтры первого порядка вида [2]:

$$y(i) = \sum_{k=0}^{K} b_k x(i-k) - a_i y(i-1), \qquad (1)$$

где b_k и a_i – коэффициенты или параметры фильтра, K – объем значений входной переменной, $x(i)$, $y(i)$ – значения входных и выходных переменных фильтра.

В частности, наиболее часто встречается структура фильтра первого порядка вида:

$$y(i) = (1-\alpha)x(i) + \alpha y(i-1), \qquad (2)$$

где $x(i)$, $y(i)$ – значения входных и выходных переменных фильтра, α – весовой коэффициент фильтров первого порядка.

2. Фильтры второго порядка имеют вид [3]:

$$y(i) = b_0 x(i) - a_1 y(i-1) - a_2 y(i-2), \qquad (3)$$

где a_1, a_2, b_0 – коэффициенты или параметры фильтра, $x(i)$, $y(i)$ – значения входных и выходных переменных фильтра.

3. В [2] показано, что любой фильтр более высокого порядка можно реализовать последовательностью фильтров первого и второго порядков.

Из вышесказанного следует, что указанные в пунктах 1 – 3 фильтры представляют собой замкнутые устойчивые системы. Приведенные дискретные фильтры порождены аналоговыми фильтрами в форме линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами соответствующего порядка, эффективность которых зависит от структуры фильтра и от вида входных сигналов. На наш взгляд, структура входного сигнала изменяется непредвиденным образом, а следовательно требует коррекцию фильтра. Кроме этого, изменение порядка фильтра в общем случае изменяет порядок всей системы, а это увеличивает сложность объекта. Более того, указанные фильтры эффективны, когда период дискретизации достаточно мал (т. е. его величина попадает в область R_I). Даже при незначительном увеличении Δt цифровой фильтр теряет свои свойства. Например, вычислительный процесс становится не устойчивым [6].

Другое направление по разработке и реализации фильтров – нерекурсивные фильтры. В качестве примера приведем симметричный нерекурсивный фильтр [2]:

$$y(i) = \sum_{k=-M}^{M} b_k x(i-k), \qquad (4)$$

где $b_k = b_{-k}$ – коэффициенты или параметры фильтра, M – количество точек, которые определяются с левой и правой стороны симметричного фильтра. Нерекурсивные фильтры имеют разную структуру. Как отмечается в [3], эти фильтры с точки зрения электроники нереализуемы, а в цифровом плане они реализуемы в режиме «реального времени» при помощи задержки.

В работе [8] отмечаются преимущества нерекурсивных фильтров по сравнению с рекурсивными:

1. Нерекурсивные фильтры могут иметь линейную фазо-частотную характеристику.
2. Мощность собственных шумов нерекурсивного фильтра, как правило, гораздо меньше, чем у рекурсивного фильтра.
3. В системах с изменениями частоты дискретизации применение нерекурсивных фильтров сокращает необходимое число арифметических операций.
4. В качестве недостатка нерекурсивные фильтры имеют более сложную схемную реализацию по сравнению с рекурсивными фильтрами.

В работе [2] нерекурсивные фильтры условно называют фильтрами нулевого порядка по отношению к выходной переменной фильтра, а это в свою очередь не приводит к изменению порядка динамической системы.

В реальных цифровых системах контроля и управления с целью повышения качества, оперативности и достоверности измерительной информации осуществляют системное объединение различных способов дискретизации [9; 11; 12]. Одним из представителей таких синтетических способов дискретизации является способ групповой равномерной дискретизации [9; 11]. Моменты времени, в которые следует опрашивать аналоговый сигнал по указанному способу, определяют следующим образом:

$$t_n(l) = t_0 + n\Delta t + l\Delta t_0, \qquad (5)$$

где t_0 – время включения цифрового устройства, Δt – межгрупповой период дискретизации, Δt_0 – равномерный шаг дискретизации в группе, $n = 0, 1, 2, \ldots$ – номер группы, $l = \overline{0, L-1}$ – номер отсчета в группе.

Аналоговый сигнал опрашивается группами по L – значений. В результате процесса дискретизации в каждой группе получают L значений аналогового сигнала $y_n(0), y_n(1), \ldots, y_n(L-1)$. Для получения мгновенного значения аналогового сигнала, соответствующего моменту времени дискретизации $t_0 + (n-1)\Delta t$ определяют среднее арифметическое полученных значений $y_n(0), y_n(1), \ldots, y_n(L-1)$:

$$y_n = \frac{\sum_{i=0}^{L-1} y_n(i)}{L}. \qquad (6)$$

В таком виде данный способ дискретизации ориентирован на определение оценки низкочастотной составляющей аналогового сигнала и не позволяет в реальном масштабе времени получать информацию об оценках огибающих информативной высокочастотной составляющей сигнала.

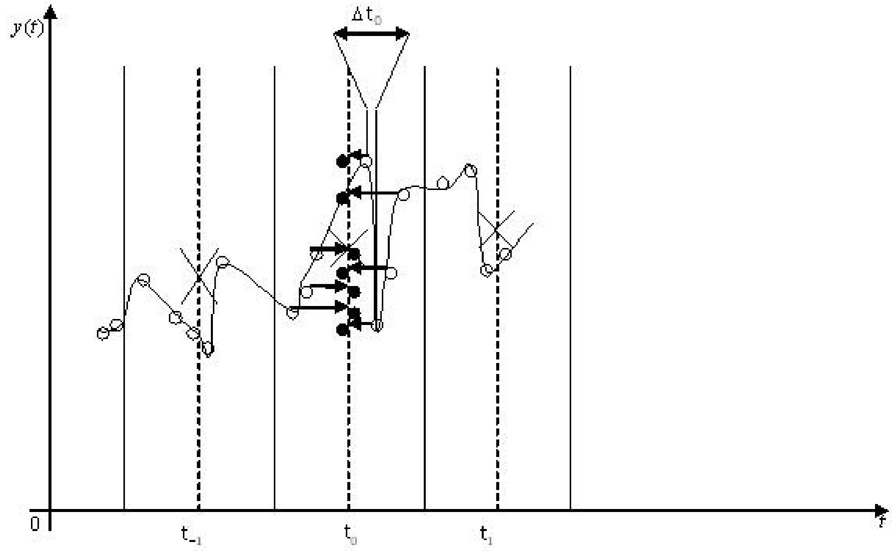

Рис. 2. ***Нерекурсивный фильтр с регулярным опросом***

Используя этот способ дискретизации, но введя другие операции обработки значений в группе $y_n(0), y_n(1), \ldots, y_n(L-1)$, можно получить помимо оценки низкочастотной составляющей сигнала, также оценки огибающих высокочастотной составляющей. Для этого среди полученных значений $y_n(0), y_n(1), \ldots, y_n(L-1)$ определим максимальное значение y_n^{max}, минимальное значение y_n^{min} и среднее $y_n = \frac{y_n^{max} + y_n^{min}}{2}$, которые принимают соответственно за оценки верхней, нижней огибающих и низкочастотной составляющей на момент времени $t_0 + n\Delta t$. При необходимости можно определить медианное значение $y_n(med)$, размах

$$\Delta y_n = y_n^{max} - y_n^{min},$$

и ряд других характеристик. В то же время каждая отдельно взятая группа может сохранять эффект подмены частоты, что ведет к искажению измерительной информации и не позволяет даже ретроспективно оценить точно высокочастотные составляющие аналогового сигнала. Более того, этот способ опроса неустойчив к изменению частоты сигнала. Экспериментальные исследования выявили «провалы» в получении точных оценок сигнала.

Все рассмотренные ранее способы дискретизации аналоговых сигналов либо вообще не позволяют получать удовлетворительные оценки амплитудных характеристик высокочастотной составляющей сигнала в реальном времени, либо чувствительны к колебаниям частоты аналогового сигнала, поскольку изменение частоты во многих случаях требует нового определения периода дискретизации. Реализация же адаптации периода дискретизации в связи с изменениями частоты аналогового сигнала в рамках функционирующей цифровой системы контроля и управления ведет к значительному усложнению математического аппарата и алгоритмического обеспечения.

Поэтому естественно желание иметь такой способ дискретизации, реализация которого, с одной стороны, позволяла бы получать достоверную информацию об амплитудных характеристиках информативной высокочастотной составляющей сигнала и, вместе с тем, была бы устойчива к колебаниям частоты сигнала, вызванными изменениями внутренних свойств объекта управления.

В работе предлагается способ нерегулярной групповой дискретизации, который включает дискретизацию аналогового сигнала с фиксированным числом отсчетов в группе с постоянным интервалом времени между группами. Причем дискретизация аналогового сигнала внутри группы включает элемент случайности за счет введения в формулу, определяющую моменты времени дискретизации, случайного периода дискретизации $h_n(l)$, равномерно распределенного на отрезке $[0; \Delta t_0]$, где Δt_0 – равномерный период дискретизации в группе. Этот период Δt_0 определяется граничной частотой дискретизирующего устройства. Таким образом, дискретизация внутри каждой группы осуществляется в моменты времени:

$$y_n(l) = t_0 + n\Delta t + l\Delta t_0 + h_n(l), \tag{7}$$

где t_0 – время начала процесса дискретизации,
Δt – межгрупповой период дискретизации,
Δt_0 – равномерный шаг дискретизации в группе; $n = 0, 1, 2, \ldots$ – номер группы; $h_n(l)$ – случайный период дискретизации в l интервале длиной Δt_0.

Введение случайности в процесс дискретизации позволяет получить значение аналогового сигнала в моменты времени $t_n(l)$, удовлетворяющие условию:

$$t_0 + n\Delta t + l\Delta t_0 \le t_n(l) \le t_0 + n\Delta t_0 + (l+1)\Delta t_0 . \tag{8}$$

Значение межгруппового периода дискретизации Δt удовлетворяет условию $\Delta t \ge L\Delta t_0$. При определении величины числа отсчетов в группе L необходимо учитывать два условия. С одной стороны, увеличение L ведет к более точному определению амплитудных характеристик высокочастотной составляющей аналогового сигнала; с другой стороны, число отсчетов в группе должно удовлетворять условию $2 \le L \le [\Delta t_\alpha / \Delta t_0]$, где $[\Delta t_\alpha / \Delta t_0]$ – целая часть числа: Δt_α – время, предоставляемое для групповой дискретизации аналогового сигнала в цифровой форме. Модельные исследования предлагаемого способа дискретизации показали, что на практике можно использовать фиксированный набор случайных чисел

$$(h(0), h(1), \ldots, h(L-1)), \qquad (9)$$

при этом эффективность такого подхода несущественно уменьшается.

В целом, эффективность подхода велика, а значения сигнала в группе $\{y_n(0), y_n(1), \ldots, y_n(L-1)\}$ позволяют получить достоверные значения аналогового сигнала, как низкочастотной составляющей, так и амплитудные значения высокочастотной составляющей. Относительная погрешность проведенных модельных исследований находится в диапазоне от 0,1 % до 1 %.

Фиксированный набор случайных чисел (9) сохраняет преимущества подхода в силу изменения частоты сигнала и реализацию групповых отсчетов в процессе дискретизации.

Пример работы данного вида фильтров

Рассмотрим апериодический объект первого порядка, у которого передаточная функция вида $G(s) = \dfrac{k}{1 - Ts}$.

Для определенности считаем $k = 1, \Delta t_u = 5.4, T = 5, \Delta t = 0.1$, амплитуда входного воздействия $A = 1$.

Тогда передаточная функция имеет вид: $G(s) = \dfrac{k}{1 - 5s}$.

$y(t) = 1 - e^{\frac{-t}{5}} + W(t)$, где $w(t)$ – белый шум с нулевым средним и единичной дисперсией (рис. 3).

Требуется исключить возможность подмены сигнала, то есть отфильтровать сигнал.

Применяя формулу (6) получим следующие результаты (таблица 1, рис. 3).

Таблица 1

Результаты фильтрации

t	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
$y_{фильтр}(t)$	0	0,1823	0,3304	0,4516	0,5511	0,6309
$y_{идеальный}(t)$	0	0,1813	0,3297	0,4512	0,5507	0,6321
$\delta_{относительная}$	0	0,55 %	0,21 %	0,08%	0,07%	0,19 %

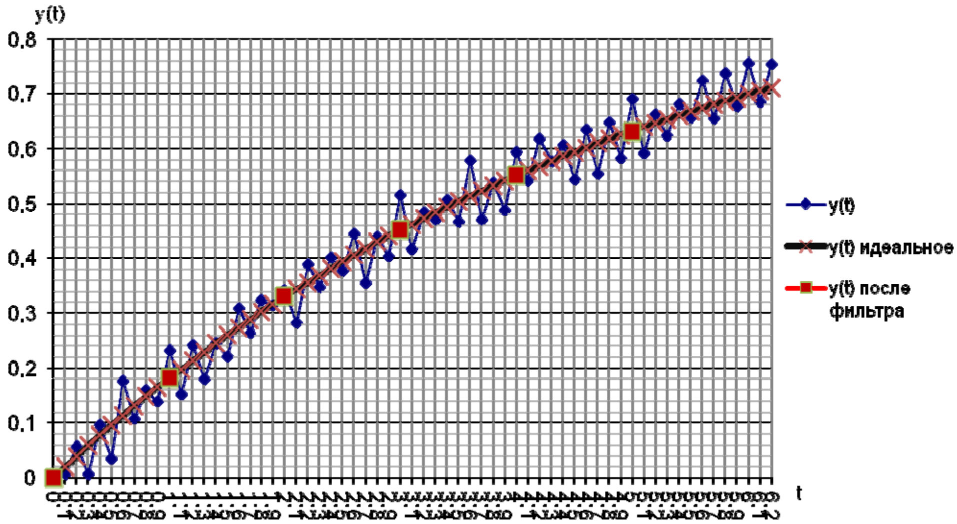

Рис. 3. ***Выходной сигнал с помехами, идеальный и отфильтрованный сигналы***

Выводы

Фильтрация аналоговых сигналов в цифровых системах контроля и управления является достаточно сложной и актуальной задачей. В работе на основе частотных характеристик областей значений периодов дискретизации развивается подход построения системы фильтрации на многоуровневой и многоэтапной основе. Построение такого способа дискретизации включает системное объединение различных способов фильтрации. Для оценки точечных значений предлагается нерекурсивный фильтр с использованием нерегулярного группового опроса. Такой опрос позволяет практически отключить «эффект подмены частот». При этом можно получить как точечные, так и интервальные оценки значений сигнала, которые позволяют определить его локальные свойства, при этом относительная погрешность в измерительной информации не превышает 1 %. Для идентификации и управления используется многочастотное квантование, основанное на эквивалентности дискретных моделей. Многочисленные тестовые исследования показали эффективность рассмотренного способа процесса дискретизации.

Литература

1. Изерман, Р. Цифровые системы управления / Р. Изерман. – М.: Мир, 1984. – 541 с.
2. Отнес, Р. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы / Р. Отнес, Л. Эноксон. – М.: Мир, 1982. – 428 с.
3. Острем, К. Системы управления с ЭВМ / К. Острем, Б. Виттенмарк. – М.: Мир, 1987. – 480 с.
4. Карташов, В. Я. Эквивалентность дискретных моделей – реальность? / В. Я. Карташов. // Промышленные контроллеры и АСУ. – М.: Научно техническое методическое издательство, 2006. – № 8. – С. 40 – 44.
5. Карташов, В. Я. Особенности применения эквивалентных дискретных моделей в проектировании управляющих алгоритмов производственными процессами / В. Я. Карташов, О. А. Махарева, Д. Ю. Сахнин // Информационные технологии в проектировании и производстве. – М., 2010. – № 4. – С. 20 – 27.
6. Щекочихина, С. Г. Разработка метода дискретного моделирования в задачах диагностики сложных объектов горной техники: дис. … канд. тех. наук / С. Г. Щекочихина. – Кемерово: КемГУ, 1999. – 279 с.
7. Карташов, В. Я. Модели механизма и процесса социальной реабилитации (на примере детей «группа риска») / В. Я. Карташов, Т. А. Хорошева // Сборник трудов «Управление большими системами». – Вып. № 24. – М.: ИПУ РАН, 2009. – С. 187 – 216.
8. Гольденберг, Л. М. Цифровая обработка сигналов: справочник / Л. М. Гольденберг, Б. Д. Матюшкин, М. Н. Поляк. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.
9. Алимов, Ю. И. Измерение моментов системы случайных величин: учеб. пособие / Ю. И. Алимов. – Свердловск, изд. им. С. М. Кирова, 1984. – 84 с.
10. Карташов, В. Я. Интервальные измерения в системах мониторинга / В. Я. Карташов, О. Р. Полякова // Сборник трудов всероссийской научно-практической конференции «Металлургия: технологии, управление, инновации, качество». – Новокузнецк, 2009. – С. 123 – 126.
11. Управляющие вычислительные машины в АСУ технологическими процессами / под редакцией Т. Харриссона. – М.: Мир, 1975. – Т. 1. – 531 с.
12. Управляющие вычислительные машины в АСУ технологическими процессами / под редакцией Т. Харриссона. – М.: Мир, 1976. – Т. 2. – 532 с.

Информация об авторах:

Карташов Владимир Яковлевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой автоматизации и технической кибернетики КемГУ, 8-905-949-2136, v.kartashov.aitk@gmail.com.

Vladimir Y. Kartashov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Research Automation and Technical Cybernetics of Kemerovo State University.

Самойленко Сергей Сергеевич – аспирант кафедры автоматизации и технической кибернетики КемГУ, 8-923-522-6442, myniserg@mail.ru.

Sergey S. Samoilenko – post-graduate student at the Department of Research Automation and Technical Cybernetics of Kemerovo State University.