



CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE DANS UNE CONDUITE OVOÏDALE PAR LA METHODE DU MODELE RUGUEUX

LAKEHAL M.¹, ACHOUR B.²

¹Université Badji Mokhtar, Annaba. Laboratoire de Recherche en Génie Civil,
Hydraulique, Développement Durable et Environnement, LARGHYDE.

²Université Mohamed Khider, Biskra. Laboratoire de Recherche en
Hydraulique Souterraine et de Surface, LARHYSS.

moussalakehall@gmail.com , bachir.achour@larhyss.net

RESUME

La profondeur normale joue un rôle significatif dans le dimensionnement des canaux et dans l'analyse de l'écoulement non uniforme. Actuellement, il n'y a pas de méthode analytique pour le calcul de la profondeur normale dans les canaux ouverts, incluant le profil ovoïdal. Les méthodes actuelles sont soit itératives ou soit approximatives. Elles considèrent aussi, de manière injustifiée, les coefficients de Chézy et de Manning comme une donnée du problème, en dépit du fait que ces coefficients dépendent de la profondeur normale recherchée. Dans cette étude, une nouvelle méthode analytique est présentée pour le calcul de la profondeur normale dans une conduite de forme ovoïdale. La méthode tient en compte, en particulier, l'effet de la rugosité absolue qui est un paramètre facilement mesurable en pratique. Dans une première étape, la méthode est appliquée à un modèle rugueux de référence dont le but d'établir les relations qui gouvernent ses caractéristiques hydrauliques. Dans une seconde étape, ces relations sont utilisées pour déduire facilement la profondeur normale recherchée par l'introduction d'un facteur de correction adimensionnel. Un exemple pratique est proposé pour mieux expliquer la méthode préconisée et apprécier sa simplicité et son efficacité.

Mots clés : Profondeur normale, Conduite ovoïdale, Ecoulement uniforme, Débit, Pente, Ecoulement turbulent.

ABSTRACT

Normal depth plays a significant role in the design of open channels and in the analysis of the non-uniform flow as well. Currently, there is no analytical method for calculation of the normal depth in open channels, including the egg profile. Current methods are either iterative or approximate. They also consider, unreasonably, Chezy's coefficient or Manning's roughness coefficient as a given data of the problem, despite the fact that these coefficients depend on the normal depth sought. In this study, a new analytical method is presented for calculating the normal depth in an egg shaped conduit. The method takes into account, in particular, the effect of the absolute roughness which is a readily measurable parameter in practice. In a first step, the method is applied to a referential rough model in order to establish the relationships that govern its hydraulic characteristics. In a second step, these equations are used to easily deduce the required normal depth by introducing a non-dimensional correction factor. A practical example is considered to better explain the advocated method and to appreciate its simplicity and efficiency.

Keywords: Normal depth, Egg-shaped conduit, Uniform flow, Discharge, Slope, Turbulent flow.

INTRODUCTION

Le calcul de la profondeur normale dans les canaux a été l'un des principaux problèmes de l'ingénieur hydraulicien. Les solutions proposées ont été d'abord graphiques (Chow, 1973; French, 1986; Sinniger et Hager, 1989) et au cours de ces dernières années les solutions sont devenues itératives. Le calcul de la profondeur normale dans une conduite de forme ovoïdale ne fait pas exception à cette règle (Swamee, 1994; Srivastava, 2006; Kouchakzadeh et Vatankhah, 2007; Badri, 2010). L'attention portée par les recherches sur ce type de profil de conduite est purement pratique tant il est largement utilisé dans les structures hydrauliques. Dans les méthodes de calcul actuelles, le problème majeur réside non pas principalement dans leur caractère itératif, mais plutôt dans le fait qu'elles considèrent le coefficient de Chézy ou de Manning comme une donnée du problème. C'est là que réside la difficulté car la question est de savoir comment imposer ces coefficients alors qu'ils dépendent de la profondeur normale recherchée. Même avec beaucoup d'expérience, il est très difficile voire impossible de fixer à l'avance la valeur de ces coefficients avant de calculer la profondeur normale. Le seul paramètre mesurable en pratique et qui est lié à l'état de la paroi interne de la conduite est la rugosité absolue. L'une des rares études, sinon la seule, qui a introduit la rugosité absolue dans le calcul

de la profondeur normale est celle de Swamee et Rathie (2004). Une relation implicite a été établie, liant la rugosité absolue aux coefficients de Chézy et de Manning. Cependant, la solution de la profondeur normale est donnée en termes d'une série illimitée qui n'est pas pratique à l'usage de l'ingénieur. C'est dans ce contexte que nous proposons la présente étude, basée sur une nouvelle méthode de calcul connue sous le nom de Méthode du Modèle Rugueux (MMR) (Achour, 2013; Achour et Bedjaoui, 2006 ; 2012; 2014; Achour et Sehtel, 2014). Cette méthode ne tient pas compte des coefficients de Chézy et de Manning. Pour le calcul de la profondeur normale dans une conduite de forme ovoïdale, cette méthode se base sur des paramètres mesurables en pratique tels que le débit, le diamètre de la conduite, la pente longitudinale de la conduite, la rugosité absolue et la viscosité cinématique du liquide en écoulement. La méthode se base sur les caractéristiques géométriques et hydrauliques d'un modèle rugueux de référence dont les paramètres sont bien définis. Grâce à un facteur de correction adimensionnel, ces paramètres sont utilisés pour déduire ceux de la conduite étudiée, en particulier la profondeur normale. Dans la méthode du modèle rugueux, il n'y a pas de restrictions sur les paramètres mis en jeu et les relations qui en découlent sont applicables à l'ensemble de l'écoulement turbulent correspondant à un nombre de Reynolds $R \geq 2300$ et à une rugosité relative v/D_h variant dans la large gamme $[0 ; 0,05]$. Un exemple de calcul est proposé pour mieux comprendre la procédure de calcul et pour apprécier sa simplicité et son efficacité.

LOCALISATION DU PROBLEME

La profondeur normale joue un rôle significatif dans le dimensionnement des canaux et dans l'analyse des écoulements non uniformes. Dans la littérature, la profondeur normale est désignée par y_n . La figure 1 montre schématiquement la profondeur normale dans une conduite de forme ovoïdale caractérisée par son diamètre D générateur. Le débit volume est Q , la pente longitudinale est i , la viscosité cinématique du liquide en écoulement est ν et la rugosité absolue caractérisant l'état de la paroi interne de la conduite est v .

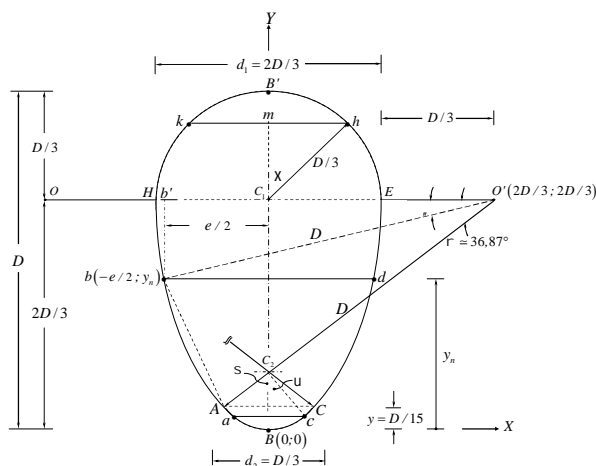


Figure 1 : Schéma de définition de l'état de l'écoulement dans la conduite de forme ovoïdale

Le calcul de la profondeur normale se base principalement sur les équations de résistance à l'écoulement dans les canaux ouverts. Les plus usuelles sont la relation de Darcy-Weisbach ainsi que les relations de Chézy et de Manning. La première fait appel au coefficient de frottement au sens de Colebrook-White défini par une relation implicite. La solution requiert un procédé itératif laborieux ou une méthode graphique. La deuxième et la troisième relation utilisent respectivement le coefficient de Chézy et le coefficient de rugosité de Manning qui ne sont pas des coefficients constants. La littérature montre que la plupart des études impose les coefficients de Chézy et de Manning comme des données du problème, en considérant ces coefficients comme des constantes dépendant exclusivement de la nature du matériau constituant la paroi interne de la conduite. Cette approche est physiquement non justifiée du fait que ces coefficients dépendent aussi de la profondeur normale recherchée et cela constitue alors une erreur d'imposer à l'avance la valeur de ces coefficients. En réalité, ces coefficients dépendent de cinq paramètres qui sont la rugosité absolue, la géométrie de la conduite, la viscosité cinématique du liquide en écoulement, l'accélération de la pesanteur et le taux de remplissage de la conduite et par conséquent la profondeur normale.

Le problème qui demeure récurrent est de calculer la profondeur normale y_n à partir de données mesurables en pratique tels que le débit volume Q , la pente longitudinale i de la conduite, le diamètre D générateur, la viscosité cinématique ν du liquide en écoulement et la rugosité absolue v qui reflète l'état de la paroi interne de la conduite. Pour résoudre le problème de la profondeur normale à partir de ces données seulement, la méthode du modèle rugueux semble être l'outil de calcul le mieux approprié; c'est que tentera de démontrer la présente étude. Dans cette méthode, il n'y a pas lieu de considérer les coefficients de

résistance à l'écoulement tels que le coefficient de frottement, le coefficient de Chézy ou le coefficient de Manning.

EQUATIONS DE BASE

Les équations sur lesquelles repose la présente étude sont des relations simples, bien connues en hydraulique, qui sont la relation de Darcy-Weisbach (1854), la relation de Colebrook-White (1939) et le nombre de Reynolds. La pente i de la conduite est donnée par la relation de Darcy-Weisbach sous la forme :

$$i = \frac{f}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (1)$$

Où Q est le débit volume, g est l'accélération de la pesanteur, A est l'aire de la section mouillée, D_h est le diamètre hydraulique et f est le coefficient de frottement qui s'exprime, de manière implicite, par la formule de Colebrook-White sous la forme:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{v / D_h}{3.7} + \frac{2.51}{R\sqrt{f}} \right) \quad (2)$$

Où v est la rugosité absolue et R est le nombre de Reynolds qui s'exprime par :

$$R = \frac{4Q}{P\nu} \quad (3)$$

Où ν est la viscosité cinématique et P est le périmètre mouillé.

D'autres auteurs préfèrent utiliser la relation suivante pour le coefficient de frottement f (Anonymous, 1963), indiquant qu'elle est applicable à toutes les formes géométriques de canaux :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{v / D_h}{3} + \frac{2.5}{R\sqrt{f}} \right) \quad (4)$$

Le calcul montre que l'écart relatif entre les relations (2) et (4) est de l'ordre de 3% seulement et demeure inférieur à l'erreur commise sur la mesure de la rugosité absolue v . Notons enfin que Sinniger et Hager (1989) affirment que la relation (2) est applicable à toute forme de conduites et de canaux. C'est cette relation que nous allons utiliser dans la présente étude.

MODELE RUGUEUX DE REFERENCE

Toutes les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux se distinguent par le symbole " $\bar{\quad}$ ". Le modèle rugueux est particulièrement caractérisé par une rugosité relative $\bar{v} / \bar{D}_h = 0,037$ arbitrairement choisie, où \bar{D}_h est le diamètre hydraulique. La rugosité relative est tellement élevée que

l'écoulement est dans le domaine turbulent rugueux. Ainsi, le coefficient de frottement est $\bar{f} = 1/16$ selon la relation (2) pour $R = \bar{R}$ tendant vers l'infini. La conduite de forme ovoïdale est caractérisée par son diamètre générateur D , le taux de remplissage $y = y_n / D$ qui correspond également à la profondeur normale adimensionnelle et la pente longitudinale i . Le modèle rugueux est caractérisé par le diamètre $\bar{D} \neq D$ et le taux de remplissage $\bar{y} = y_n / \bar{D}$. En raison de la forte valeur de la rugosité relative, la profondeur normale dans le modèle rugueux est telle que $\bar{y}_n > y_n$, impliquant évidemment $\bar{y} \neq y$. Le débit volume Q ainsi que la pente longitudinale i sont les mêmes dans la conduite ovoïdale et dans le modèle rugueux, c'est-à-dire $\bar{Q} = Q$ et $\bar{i} = i$.

En appliquant la relation (1) au modèle rugueux, nous pouvons écrire :

$$i = \frac{\bar{f}}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2} \tag{5}$$

Sachant que $\bar{D}_h = 4\bar{A} / \bar{P}$ et que $\bar{f} = 1/16$, la relation (5) peut être réécrite sous la forme :

$$i = \frac{1}{128g} \frac{\bar{P}^3}{\bar{A}^3} Q^2 \tag{6}$$

Le périmètre \bar{P} ainsi que \bar{A} s'expriment en fonction du lieu géométrique qu'occupe l'écoulement (Fig. 1). L'écoulement occupe trois zones que l'on peut identifier selon les gammes de valeurs du taux de remplissage. Ces trois zones correspondent à : $\bar{y} \leq 1/15$, $1/15 \leq \bar{y} \leq 2/3$ et $2/3 \leq \bar{y} \leq 1$.

1. Pour $\bar{y} \leq 1/15$, le périmètre mouillé \bar{P} et l'aire de la section mouillée \bar{A} s'écrivent respectivement:

$$\bar{P} = \frac{\bar{D}}{3} \dagger(\bar{y}) \tag{7}$$

$$\bar{A} = \frac{\bar{D}^2}{36} \dagger(\bar{y}) \{(\bar{y})\}$$

Où :

$$\dagger(\bar{y}) = \cos^{-1}(1 - 6\bar{y}) \tag{8}$$

$$\{(\bar{y})\} = 1 - \frac{2(1 - 6\bar{y})\sqrt{3\bar{y}(1 - 3\bar{y})}}{\cos^{-1}(1 - 6\bar{y})} \tag{9}$$

En insérant les relations (7) et (8) dans la relation (6) et après réarrangements, il vient que :

$$Q^* = \frac{\dagger(\bar{y}) [\xi(\bar{y})]^{3/2}}{72\sqrt{3}} \quad (10)$$

Où Q^* est la conductivité relative définie par la relation :

$$Q^* = \frac{Q}{8\sqrt{2gD^5i}} \quad (11)$$

Nous pouvons alors déduire que le diamètre \bar{D} du modèle rugueux est :

$$\bar{D} = \frac{2,61165}{[\dagger(\bar{y})]^{0,4} [\xi(\bar{y})]^{0,6}} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (12)$$

2. Pour $1/15 \leq \bar{y} \leq 2/3$, le périmètre mouillé \bar{P} et l'aire de la section mouillée \bar{A} s'écrivent respectivement:

$$\bar{P} = \bar{D} [\bar{y}] \quad (13)$$

$$\bar{A} = \bar{D}^2 \bar{y}' \quad (14)$$

Où :

$$[\bar{y}] = 1,59610062 - 2 \sin^{-1} \left(\frac{2}{3} - \bar{y} \right) \quad (15)$$

$$\bar{y}' = 1,224814865 - \sin^{-1} \left(\frac{2}{3} - \bar{y} \right) - \left(\frac{2}{3} - \bar{y} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3} - \bar{y} \right)^2} - \frac{4}{3} \bar{y} \quad (16)$$

En insérant les relations (13) et (14) dans la relation (6), il vient que :

$$Q^* = \frac{[\bar{y}']^{3/2}}{[\bar{y}]^{1/2}} \quad (17)$$

La conductivité relative Q^* est régie par la relation (11). La relation (17) permet de déduire que le diamètre \bar{D} du modèle rugueux est :

$$\bar{D} = \frac{[\bar{y}]^{0,2}}{2,639 [\bar{y}']^{0,6}} \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (18)$$

3. Pour $2/3 \leq \bar{y} \leq 1$, le périmètre mouillé \bar{P} et l'aire de la section mouillée \bar{A} s'écrivent respectivement:

$$\bar{P} = \bar{D} \dagger(\bar{y}) \quad (19)$$

$$\bar{A} = \bar{D}^2 \}(\bar{y}) \quad (20)$$

Où :

$$\ddagger(\bar{y}) = 2,64329817 - \frac{2}{3} \cos^{-1}(3\bar{y} - 2) \tag{21}$$

$$\}(\bar{y}) = 0,5104589 + (\bar{y} - 2/3) \sqrt{(1-\bar{y})(\bar{y} - 1/3)} - (1/9) \cos^{-1}(3\bar{y} - 2) \tag{22}$$

En insérant les relations (19) et (20) dans la relation (6), il vient que :

$$Q^* = \frac{[\}(\bar{y})]^{3/2}}{[\ddagger(\bar{y})]^{1/2}} \tag{23}$$

Nous pouvons déduire de la relation (23) que le diamètre \bar{D} du modèle rugueux est :

$$\bar{D} = \frac{[\ddagger(\bar{y})]^{0,2}}{2,639[\}(\bar{y})]^{0,6}} \left(\frac{Q}{\sqrt{g i}} \right)^{0,4} \tag{24}$$

Les équations (10), (17) et (23) sont implicites vis-à-vis du taux de remplissage \bar{y} . Le paramètre connu dans ces équations est la conductivité relative Q^* et ce qui est demandé est la détermination du taux de remplissage \bar{y} . Cependant, le calcul requiert une méthode graphique ou une procédure itérative. Le meilleur moyen d'éviter ces inconvénients est l'utilisation de la relation explicite suivante :

$$\sin\left(\frac{f}{3}\bar{y}\right) = 1,744 Q^{*0,533} \tag{25}$$

La relation (25) a été établie dans la large gamme $0,20 \leq \bar{y} \leq 0,80$, correspondant à $0,0185 \leq Q^* \leq 0,20$. L'erreur relative occasionnée par la relation (25) est inférieure à 0,4% seulement, ce qui est largement suffisant pour les applications pratiques.

Le calcul a montré que pour l'état plein du modèle rugueux, correspondant à $\bar{y} = 1$, la conductivité relative est $Q^* = 0,22432005$ calculée par application de la relation (23). Le calcul montre également que pour cette même valeur de la conductivité relative, l'équation (23) donne une seconde valeur du taux de remplissage égale à $\bar{y} = 0,8863441$. Nous obtenons donc un modèle rugueux avec un diamètre \bar{D} égal au diamètre à l'état plein, caractérisé par un taux de remplissage $\bar{y} = 0,8863441$. Ainsi, selon les relations (19) et (20), le périmètre mouillé \bar{P} et l'aire de la section mouillée \bar{A} s'écrivent respectivement:

$$\bar{P} = 2,07579\bar{D} \tag{26}$$

$$\bar{A} = 0,47095\bar{D} \tag{27}$$

Le diamètre hydraulique $\overline{D}_h = 4\overline{A} / \overline{P}$ est alors:

$$\overline{D}_h = 0,9075\overline{D} \quad (28)$$

Le diamètre \overline{D} , qui correspond au diamètre à l'état plein, est donné par la relation (24) pour $\overline{y} = 1$. Soit :

$$\overline{D} = 0,689 \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} \quad (29)$$

Les relations (26) à (19) expriment les caractéristiques géométriques et hydrauliques du modèle rugueux de référence. Ce sont ces relations qui seront utilisées pour déduire la valeur recherchée de la profondeur normale.

FACTEUR DE CORRECTION DES DIMENSIONS LINEAIRES

La méthode du modèle rugueux énonce que toute dimension linéaire L d'une conduite ou d'un canal et la dimension linéaire homologue \overline{L} du modèle rugueux sont liées par la relation suivante, applicable à l'ensemble du domaine turbulent :

$$L = \mathbb{E} \overline{L} \quad (30)$$

Où \mathbb{E} est un facteur adimensionnel de correction des dimensions linéaires, inférieur à l'unité, et qui est régi par l'équation explicite suivante (Achour et Bedjaoui, 2006; 2012) :

$$\mathbb{E} = 1,35 \left[-\log \left(\frac{v / \overline{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{\overline{R}} \right) \right]^{-2/5} \quad (31)$$

Le nombre de Reynolds \overline{R} dans le modèle rugueux est donné par la relation :

$$\overline{R} = \frac{4Q}{P\mathbb{E}} \quad (32)$$

Tous les paramètres de la relation (31) sont connus, ce qui permet de calculer de manière explicite le facteur \mathbb{E} .

ETAPES DE CALCUL DE LA PROFONDEUR NORMALE

Pour calculer la profondeur normale dans la conduite ovoïdale, les paramètres suivants doivent être donnés : Q , D , i , v et \mathbb{E} . Notons d'une part que ces paramètres sont mesurables en pratique et que d'autre part le coefficient de résistance à l'écoulement tel que le coefficient de Chézy ou celui de Manning n'est pas imposé. Pour calculer la profondeur normale y_n , les étapes de calcul suivantes sont recommandées :

1. Calculer le diamètre \bar{D} du modèle rugueux par application de la relation (29).
2. Déduire le périmètre mouillé \bar{P} selon la relation (26).
3. Calculer le diamètre hydraulique \bar{D}_h en utilisant la relation (28).
4. Calculer le nombre de Reynolds \bar{R} selon la relation (32).
5. Avec les valeurs calculées de \bar{D}_h et de \bar{R} , déduire la valeur du facteur de correction des dimensions linéaires \mathbb{E} par application de la relation (31).
6. Assigner au modèle rugueux de référence la nouvelle dimension $\bar{D} = D / \mathbb{E}$, en accord avec la relation fondamentale (30). Déduire alors la valeur de la conductivité relative Q^* en application de la relation (11).
7. En insérant cette valeur calculée de Q^* dans la relation (25), il en découle $\bar{y} = y$. La profondeur normale recherchée est alors $y_n = yD$.

EXEMPLE PRATIQUE

Calculer la profondeur normale y_n dans la conduite de forme ovoïdale représentée par la figure 1, pour les données suivantes :

$$Q = 1,513 \text{ m}^3 / \text{s}, D = 3 \text{ m}, i = 10^{-4}, v = 10^{-3} \text{ m}, \epsilon = 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$$

1. Selon la relation (29), le diamètre \bar{D} du modèle rugueux est:

$$\bar{D} = 0,689 \left(\frac{Q}{\sqrt{gi}} \right)^{0,4} = 0,689 \times \left(\frac{1,513}{\sqrt{9,81 \times 10^{-3}}} \right)^{0,4} = 3,249533299 \text{ m}$$

2. Le périmètre mouillé \bar{P} est, selon la relation (26):

$$\bar{P} = 2,07579 \bar{D} = 2,07579 \times 3,249533299 = 6,745348726 \text{ m}$$

3. En application de la relation (28), le diamètre hydraulique \bar{D}_h est:

$$\bar{D}_h = 0,9075 \bar{D} = 0,9075 \times 3,249533299 = 2,948951469 \text{ m}$$

4. En vertu de la relation (32), le nombre de Reynolds \bar{R} est tel que:

$$\bar{R} = \frac{4Q}{P\epsilon} = \frac{4 \times 1,513}{6,745348726 \times 10^{-6}} = 897210,8405$$

5. Selon la relation (31), le facteur de correction \mathbb{E} est :

$$\mathbb{E} = 1,35 \left[-\log \left(\frac{v / \bar{D}_h}{4,75} + \frac{8,5}{\bar{R}} \right) \right]^{-2/5}$$

$$= 1,35 \times \left[-\log \left(\frac{10^{-3} / 2,948951469}{4,75} + \frac{8,5}{897210,8405} \right) \right]^{-2/5} = 0,768332377$$

6. Affectons au modèle rugueux la dimension linéaire :

$$\bar{D} = D / \mathbb{E} = 3 / 0,768332377 = 3,904560175m$$

La nouvelle valeur de la conductivité relative Q^* est selon la relation (11) :

$$Q^* = \frac{Q}{8\sqrt{2gD^5i}} = \frac{1,513}{8 \times \sqrt{2 \times 9,81 \times 3,904560175^5 \times 10^{-4}}} = 0,141732399$$

7. En insérant la valeur ainsi calculée de Q^* dans la relation (25), il vient que :

$$\bar{y} = y = (3/f) \sin^{-1} (1,744 Q^{*0,533}) = (3/f) \times \sin^{-1} (1,744 \times 0,141732399^{0,533})$$

$$= 0,633226068$$

La profondeur normale recherchée est donc :

$$y_n = yD = 0,633226068 \times 3 = 1,899678204m = 1,9m$$

8. Cette étape vise à vérifier les calculs effectués en déterminant la pente longitudinale i par application de la relation (1) de Darcy-Weisbach. La pente ainsi calculée doit être égale à celle donnée à l'énoncé de l'exemple.

Selon la méthode du modèle rugueux, le coefficient de frottement f et le facteur de correction des dimensions linéaires \mathbb{E} sont liés par la relation :

$$f = \mathbb{E}^5 / 16$$

Ainsi :

$$f = 0,768332377^5 / 16 = 0,016734999$$

En vertu de la relation (13), le périmètre mouillé P est :

$$P = D [(y)]$$

Les calculs montrent que $[(0,63322607)] = 1,52920695$. Ainsi, le périmètre mouillé P est :

$$P = D [(y)] = 3 \times 1,52920695 = 4,58762085m$$

Selon la relation (14), l'aire de la section mouillée A est :

$$A = D^{2'} (y)$$

Les calculs montrent que $' (0,63322607) = 0,31364471$. L'aire de la section mouillée A est donc :

$$A = D^{2'} (y) = 3^2 \times 0,31364471 = 2,82280239m^2$$

Le diamètre hydraulique $D_h = 4A / P$ est donc :

$$D_h = 4A / P = 4 \times 2,82280239 / 4,58762085 = 2,46123425m$$

En vertu de la relation (1), la pente longitudinale i est :

$$i = \frac{f}{D_h} \frac{Q^2}{2gA^2} = \frac{0,016734999}{2,46123425} \times \frac{1,513^2}{2 \times 9,81 \times 2,82280239^2} = 0,995613 \times 10^{-4} \approx 10^{-4}$$

Comme nous pouvons le constater, la pente i calculée et celle donnée à l'énoncé du problème sont quasiment égales (écart d'environ 0,44%), ce qui permet de conclure à la validité des calculs effectués.

CONCLUSION

La méthode du modèle rugueux a été appliquée avec succès pour le calcul de la profondeur normale dans une conduite de forme ovoïdale. Contrairement aux méthodes de calcul actuelles, la méthode du modèle rugueux a utilisé des données mesurables en pratiques telle que la rugosité absolue caractérisant l'état de la paroi interne de la conduite. La relation de Darcy-Weisbach a été d'abord appliquée à un modèle rugueux de référence dont le coefficient de frottement a été arbitrairement choisi. Ceci a conduit à l'établissement d'une relation explicite liant le taux de remplissage de la conduite à la conductivité relative. A partir de la valeur connue du taux de remplissage dans le modèle rugueux, la profondeur normale relative dans la conduite étudiée a été déduite et par conséquent la profondeur normale. Ceci a été rendu possible grâce au facteur adimensionnel de correction des dimensions linéaires. L'exemple d'application que nous avons proposé a montré la fiabilité de la méthode du modèle rugueux ainsi que sa simplicité et son efficacité.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ACHOUR B. (2013). Design of Pressurized Vaulted Rectangular Conduits Using the Rough Model Method, *Adv. Mat. Res.*, Trans. Tech. Publications, Vols. 779-780, 414-419.
- ACHOUR B., BEDJAOUI A. (2006). Discussion of "Exact solutions for normal depth problem", *J. Hydraul. Res.*, Vol. 44, n°5, 715-717.
- ACHOUR B., BEDJAOUI A. (2012). Turbulent Pipe-flow Computation Using the Rough Model Method (RMM), *J. Civil. Eng. Sci.*, Vol. 1, n°1, 36-41.
- ACHOUR B., BEDJAOUI A. (2014). Design of a Pressurized Trapezoidal Shaped Conduit Using the Rough Model Method (Part 2), *Appl. Mech. Mater.*, Vols. 580-583, 1828-1841.
- ACHOUR B., SEHTEL S. (2014). The Rough Model Method (RMM). Application to the Computation of Normal Depth in Circular Conduit, *Open Civil Eng. J.*, Vol. 8, 57-63.
- ANONYMOUS. (1963). Friction Factors in Open Channels, Progress Report of Task Force on Friction Factors in Open Channels, *J. Hydraul. Eng. Div.*, ASCE, Vol. 89, n°2, 97-143.
- BADRI T. (2010). Contribution à l'étude de l'écoulement uniforme dans une conduite fermée ovoïdale, Mémoire de Magister, Université de Biskra.
- CHOW V.T. (1973). *Open channel hydraulics*, McGraw Hill, New York.

- COLEBROOK C.F. (1939). Turbulent Flow in Pipes, with Particular Reference to the Transition Between the Smooth and Rough Pipe laws, *J. Inst. Civil Eng.*, Vol. 11, n°4, 133-156.
- DARCY H. (1854). Sur les recherches expérimentales relatives au mouvement des eaux dans les tuyaux, Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, n°38, 1109-1121.
- FRENCH H. (1986). *Open Channel Hydraulics*, McGraw Hill, New York.
- KOUCHAKZADEH S., VATANKHAH A.R. (2007). Discussion of "Exact solutions for normal depth problem" by Prabhata K. Swamee and Pushpa N. Rathie, *J. Hydraul. Res.*, Vol. 45, n°4, 567-571.
- SINNIGER R.O., HAGER W.H. (1989). *Constructions Hydrauliques*, Presses Polytechniques Romandes, (1989).
- SRIVASTAVA R. (2006). Discussion of "Exact solutions for normal depth problem" by Prabhata K. Swamee and Pushpa N. Rathie', *J. Hydraul. Res.*, Vol. 44, n°3, 427-428.
- SWAMEE P.K. (1994). Normal-depth equations for irrigation canals, *J. Irrig. Drain. Eng.*, Vol. 120, n°5, 942-948.
- SWAMEE P.K., RATHIE P.N. (2004). Exact solutions for normal depth problem, *J. Hydraul. Res.*, Vol. 42, n°5, 541-547.