УДК 517 : (53 + 57/59)

А. А. БОСОВ, В. М. ИЛЬМАН (ДИИТ)

СТРУКТУРНАЯ СЛОЖНОСТЬ СИСТЕМ

Рассмотрена структура сложности системы, в которой определена связная сложность систем.
Ключевые слова: система, структура, структурная сложность, мера сложности

Введение

Рассматривая ту или иную систему, следует подвергнуть ее анализу на предмет выяснения свойств, характеристик и прочее.

Одними из общих характеристик систем являются связность, сложность, устойчивость, управляемость и другие [1]. В системном анализе сложности уделяется достаточно много внимания, так как сложность естественным образом присуща любой системе, например, это проявляется при высказывании «большая система», «многосвязная система» или «неопределенная система» и других высказываниях относительно систем.

Сложность системы понятие многогранное. Так, для систем информатики можно говорить об объемной сложности семантического множества объектов, о связной сложности семантических сведений, с функциональной точки зрения рассматривают вычислительную и прочие сложности. Теория сложности систем не завершена и по выражению Дж. Касти [2]: «В идеале математическая теория сложности должна достигнуть уровня, аналогичного уровню развития теории вероятности. В то время как вероятность можно рассматривать как меру неопределенности в данной ситуации, сложность можно трактовать как меру понимания поведения системы».

Существует большое разнообразие мер сложности систем. В частности, для систем информатики их несколько классов: статические, динамические, статистические, связные и прочие. Причем большинство из них имеют узкую область измерения и не лишены недостатков применения и сравнительной оценки. Например, широко используемая мера связанной сложности алгоритмических программ по Мак-Кейбу [3] проста в определении, но не позволяет полностью оценить особенности связывания программ. Поэтому, возникает проблема разработки интегрированных универсальных мер сложности. В роли универсальной меры сложности Эшби [4] предложил использовать информационный подход [5]. Однако, как указывает Дж. Касти [2] «Теория информации не является удовлетворительной основой для определения сложности» систем, так как «системные переменные не действуют по отдельности и только в совокупности с другими порождают сложные явления».

Для решения этих проблем в работе предложен структурный подход моделирования системы, т. е. вводится в рассмотрение согласованная с системой формальная структура. Рассмотрены подструктуры введенной структуры, их взаимосвязи и операции над подструктурами, что позволяет корректно задать определение структурной сложности. Предложены некоторые прикладные интерпретации структурной сложности систем информатики. Выполнено сравнение показателей сложности по введенной векторной мере с некоторыми другими мерами.

Структурная модель системы

Определимся сначала с внутренней структурой системы. Так как в теории систем [1] объектом исследований является не реальная предметная область, иногда называемая на интуитивном уровне «системой», а формальный объект, отражающий взаимосвязь между абстрактными элементами и их свойствами, то обозначим через x *переменную* как абстракцию, моделирующую реальные явления (процессы и прочее). Пусть совокупность $X=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$ моделирует явления некоторой предметной области и каждая из переменных $x_i \in X$ находится в одном или нескольких *состояниях* $v_i \in V_i$, тогда под системой S понимается [1] отношение на декартовом произведении множеств состояний, то есть $S \subset V_1 \times V_2 \times \cdots \times V_n$ определяется множеством ее состояний и неявно определенными отношениями. *Отношения на системе* S определим вектором бинарных отношений $B \subseteq X \times X$ с компонентами β_k, $k=\overline{1,m}$. Описание систем с помощью конечных множеств и отношений выполнено в работе [6]. В нашем случае отношения вектора B обладают свойствами:

- над парой переменных (x_i, x_j) может существовать несколько различных отношений β_k; $k \in (1, 2, \dots, m)$;

- если отношение β_k на паре (x_i, x_j) существует, то оно может быть рефлексивным;

- для отношения β_k нет симметрии, так как из существования отношения $x_i \beta_k x_j$ может существовать другое отношение, β_l над парой (x_j, x_i) или вообще может не существовать ни какого отношения над этой парой; в последнем случае отношение β_l пусто, то есть $\beta_l = \varepsilon$ и $\{\varepsilon\} = \varnothing$ [7];

- имеет место *условная транзитивность*: если существуют $x_i \beta_k x_j$ и $x_j \beta_l x_q$, то существует тернарное отношение $\beta(x_i, x_j, x_q)$, для которого оно определяется через произведение отношений β_k и β_l, как $\beta = \beta_k \cdot \beta_l = \beta_k \beta_l$; здесь операция произведения не коммутативна.

Как правило, при анализе искусственных систем исследователи формируют пути (цепи) технологических и других процессов. Пути процессов определяются заданными отношениями в системе S.

Во множестве B можно выделить подмножества, задающие простые пути отношений:

- последовательные пути отношений, определенные на свойстве транзитивности, как n-нарные отношения $\beta_i = \beta_{i_1} \beta_{i_2} \cdots \beta_{i_n}$ над последовательностями $(x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_n})$;

- пути бинарных ветвлений (распараллеливания путей) по отношению β_k, представленному следующим выражением $\beta_k = (\beta_{i_1} \beta_{i_2} \cdots \beta_{i_r}) \vee (\beta_{j_1} \beta_{j_2} \cdots \beta_{j_q})$ над последовательностями $(x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_r})$ или $(x_{j_1}, x_{j_2}, \cdots, x_{j_q})$;

- пути с обратным отношением (обратной связью), задаваемые отношениями $\beta_h = \beta_i \beta_j$ над последовательностями $(x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_r})$ и $(x_{i_r}, x_{j_1}, x_{j_2}, \cdots, x_{j_q}, x_{i_1})$.

Другие пути на множествах отношений B и переменных X получаются в виде суперпозиций над указанными тремя простыми типами путей. В дальнейшем на множествах путей можно построить графы, комплексы симплексов и прочее.

Предположим, что межэлементные связи в системе S наступают с некоторой характеристикой (весом, весовым множеством, весовой функцией и прочее), так что любая связь с отношением β_k вектора B между переменными $x_i, x_j \in X$ характеризуется весом p_{ijk}. Обозначим *характеристическое множество* связей системы через $P = \{p_{ijk}\}$, $i, j = \overline{1, n}$; $k = \overline{1, m}$. Если характеристики P имеют вероятностную природу, то должны выполняться условия:

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ijk} = 1, \ \sum_{k=1}^{m} p_{ijk} = 1; \ i = \overline{1, n}. \qquad (1)$$

Очевидно, что в случае $p_{ijk} = \varepsilon$ – характеристика пустая, если характеристика P вероятностная, то при условии $\sum_{k=1}^{m} p_{ijk} = 0$ следует принять отсутствие связи между переменными $x_i, x_j \in X$.

Учитывая введенные характеристики связей системы S, уточним понятие состояния ее переменной.

Определение 1. Состоянием v_{ijk} переменной x_i называется его связь с переменной x_j по отношению β_k с весом p_{ijk}.

Теперь множество состояний V_i переменной x_i задается так $V_i = \{v_{ijk}\}_{j=\overline{1,n}}^{k=\overline{1,m}}$.

Замечание 1. Из определения 1 следует, что состояние системы S однозначно задается характеристической матрицей P и вектором отношений B.

Определение 2. Структурой системы S назовем тройку

$$C \triangleq \langle X, B, P \rangle. \qquad (2)$$

Очевидно, из определения 2 и замечания 1 следует однозначное соответствие φ между структурой и ее системой, т.е. $\varphi : C \to S$, что позволяет в дальнейшем проводить анализ и исследования над структурой системы. Введем в рассмотрение, аналогично конструктивным структурам [8], понятие подструктуры системы.

Определение 3. Подструктурой структуры (2) называется структура $C_r \triangleq \langle X_r, B_r, P_r \rangle$, для которой $X_r \subseteq X$, $B_r \subseteq B$ и $P_r \subseteq P$, т. е. $C_r \subseteq C$.

Нетрудно видеть, что если $C_r \subset C$, то существует подсистема $S_r \subset S$ такая, что $\varphi : C_r \to S_r$.

Утверждение 1. Для отображения φ, $\exists \varphi^{-1}$.

Поэтому подструктура C_r является *согласованной* с подсистемой S_r.

Утверждение 2. $\forall C_r \subset C$ ($\forall S_r \subset S$), $\exists S_r \subset S$ ($\exists C_r \subset C$).

Рассмотрим теперь воздействие внешней среды на систему S. Предположим, что воздействие внешней среды на систему проявляется посредством интерпретации переменных $x_i \in X$ некоторым предметным множеством $A = \{a_i; i \in I\}$, отношений B – множеством $T = \{\tau_r; r \in I_1\}$, весов P – ммножеством $G = \{g_j; j \in I_2\}$. В свою очередь, система S, в соответствии с согласованной ее структурой (2) и при заданной интерпретации

$$In : \begin{cases} x_i \mapsto a_q;\ i = \overline{1,n},\ q \in I; \\ \beta_r \mapsto \tau_q;\ r = \overline{1,m},\ q \in I_1; \\ p_{ijk} \mapsto g_q;\ i,j = \overline{1,n},\ k = \overline{1,m},\ q \in I_1; \end{cases},$$

порождает множество выходов $Y = \{y_j; j \in J\}$.

Множество выходов системы S зависит от ее интерпретации. Так как интерпретация относится к внешним факторам, влияющим на поведение системы, то в дальнейшем будет рассматриваться только одна фиксированная интерпретация In, порождающая одно множество выходов системы.

Определение 4. Множество выходов Y системы S при заданной интерпретации In назовем *порожденным заданной структурой*.

Пусть $\overline{C} = \{C_r\}$ множество всевозможных подструктур структуры C системы S с интерпретацией In. Очевидно, что для любого элемента $y_j \in Y$, существует подструктура $C_q^* \in \overline{C}$ его порождающая. Из определения 3 ясно, что не все подструктуры из множества $\overline{C}$ являются порождающими. В частности, пустая подструктура $C_\varepsilon = \varepsilon$ $(C_\varepsilon \subset \overline{C})$ для любой интерпретации дает $Y = \varnothing$.

Определение 5. Подструктуры $C_1^*, C_2^* \in \overline{C}$ назовем *эквивалентными*, если согласованные с ними подсистемы S_1 и S_2 порождают один и тот же выход.

Определение 6. Подструктура $C_r^* \subset C$ называется *порождающе-полной*, если она порождающая и ее тройка $\langle X_r, B_r, P_r \rangle$ не содержит подэлементов, не влияющих на порождение элементов из множества Y.

Замечание 2. Эквивалентность по определению 5 для порождающе-полных подструктур вырождается в равенство этих подструктур.

Справедлива следующая очевидная лемма.

Лемма 1. На всякой подструктуре структуры (2) системы можно построить порождающе-полную подструктуру.

Поэтому, в дальнейшем будут рассматриваться преимущественно порождающе-полные подструктуры. Множество порождающе-полных подструктур обозначим так $\overline{C}^* = \{C_r^*\}$, очевидно, $\overline{C}^* \subset \overline{C}$. В силу замечания 2 множество $\overline{C}^*$ не содержит эквивалентных подструктур.

На множестве $\overline{C}^*$ можно построить иерархию подструктур по включению. При этом возможны два случая:

1) *вырожденная иерархия*, если для подструктуры $\tilde{N}_i^* \in \overline{C}^*$ во множестве $\overline{C}^*$ не найдется подструктур, которые могли быть включены в структуру C_i^*;
2) *невырожденная иерархия*, если для структуры $\tilde{N}_j^* \in \overline{C}^*$ существует подмножество $\{\tilde{N}_{j_k}^*\} \subset \overline{C}^*$ такое, что $C_{j_1}^* \subset C_{j_2}^* \subset \cdots \subset C_j^*$.

Определение 7. Последний элемент C_j^* в цепи невырожденной иерархии назовем *максимальным по включению* и обозначим его как $\tilde{N}_{m_j}^*$, если $\nexists C_k \in C$, чтобы $\tilde{N}_{m_j}^* \subset C_k$.

Замечание 3. Максимальная подструктура $\tilde{N}_{m_j}^*$ не единственная во множестве $\overline{C}^*$ и справедливо $\{\tilde{N}_{m_j}^*\} = C_M^* \subset \overline{C}^*$.

Рассмотрим некоторые операции над множеством $\overline{C}$. Пусть $C_1, C_2 \subset \overline{C}$ такие, что $C_1 = \langle X_1, B_1, P_1 \rangle$ и $C_2 = \langle X_2, B_2, P_2 \rangle$.

Под операцией объединения $(\cup)$ двух подструктур понимаем подструктуру $C_3 = C_1 \cup C_2$, для которой $C_3 = \langle X_1 \bigcup X_2, B_1 \bigcup B_2, P_1 \bigcup P_2 \rangle$.

Операция пересечения $(\cap)$ над подструктурами представляется, как $C_3 = C_1 \cap C_2$ и выполняется по правилу $C_3 = \langle X_1 \bigcap X_2, B_1 \bigcap B_2, P_1 \bigcap P_2 \rangle$. В том случае, если $X_1 \bigcap X_2 = \varnothing$ или $B_1 \bigcap B_2 = \varnothing$, или $P_1 \bigcap P_2 = \varnothing$, то примем $C_3 = \varnothing$.

И, наконец, за разность $(-)$ двух подструктур C_1 и C_2 примем, если $C_1 \cap C_2 \neq \varnothing$ и $X_1 - (X_1 \bigcap X_2) \neq \varnothing$, и $B_1 - (B_1 \bigcap B_2) \neq \varnothing$, и $P_1 - (P_1 \bigcap P_2) \neq \varnothing$ выражение $C_3 = C_1 - C_2$, для которого $C_3 = \langle X_1 - X_2, B_1 - B_2, P_1 - P_2 \rangle$.

Не сложно видеть, что для порождающе-полных подструктур результат операций $(\cup)$ и $(\cap)$ дает порождающе-полную подструктуру.

Определение 8. Подмножество подструктур $\{C_i^*\} \subset \overline{C}^*$ назовем *образующим структуры* C, если 1) $\bigcup_i C_i^* = C$, 2) множество подсистем $\{S_i\}$ согласованных со структурами $\{C_i^*\}$ порождает множество выходов $\{Y_i\}$ такое, что $\bigcup_i Y_i = Y$.

Определение 8 указывает способ разбиения множества выходов на порождающие классы, кроме того для образующих подструктур имеет место следующие: лемма и теорема.

Лемма 2. Всякую порождающую подструктуру можно расширить до максимальной подструктуры.

Аналог доказательства леммы 2 можно найти в работе [8, с. 79].

Теорема 1. Подмножество порождающих подструктур $\{C_i^*\} \subset \overline{C}^*$ будет образующим структуры C тогда и только тогда, когда для ее произвольного элемента имеет место $\tilde{N}_i^* \in C_M^*$.

Теорема доказывается от противного с использованием леммы 2.

Структура показателя сложности системы

Для введенной системы S и ее структуры (2) можно задать меры сложности на множествах X, B и P, иерархической сложности порождающих подструктур выходов системы, информативной сложности, связной сложности и другие. Так как эти и иные меры сложности определяются индивидуально, то целесообразно унифицировать понятие сложности, например, с помощью структуры показателя сложности системы.

Пусть $\mu(S) \in \mathbb{R}^+$ некоторая мера сложности системы S.

Определение 9. Структурной сложностью системы S назовем структуру

$$C_\mu \triangleq \langle \overline{C}, \Sigma, \Lambda_\mu \rangle, \tag{3}$$

в которой сигнатура Σ операций $\{(\cdot)^2, (\|_\beta)^2, (\dot{-})^2\}$ и Λ_μ – аксиоматика сложности системы.

Таким образом, структурная сложность системы определяется через ее подструктуры, множество операций на них и аксиоматику правил сигнатуры и сложности.

Рассмотрим бинарные структурные операции связывания подструктур структуры C такие, как операции последовательного, параллельного связывания и операция с обратной связью.

Пусть $C_1 = \langle X_1, B_1, P_1 \rangle$ и $C_2 = \langle X_2, B_2, P_2 \rangle$ подструктуры структуры C.

Операция $(\cdot) \in \Sigma$ последовательного связывания подструктур действует по правилу:

$$C_1 \cdot C_2 = \langle X_1 \uplus X_2, B_1 \uplus B_2, P_1 \uplus P_2 \rangle \tag{4}$$

Здесь мультимножественная операция $(\uplus)$ объединения со сложением [9, 10], которая порождает новое множество присоединением, например, к множеству X_1 множества X_2 и поэтому она не коммутативна, но ассоциативна. Следовательно, операция последовательного связывания подструктур также обладает этими свойствами.

Правило реализации операции параллельного связывания подструктур $(\|_\beta) \in \Sigma$ по заданному отношению следующее:

$$C_1 \|_\beta C_2 = \begin{cases} C_1 |_{\beta \mapsto 1}, \\ C_2 |_{\beta \mapsto 0}; \end{cases} \tag{5}$$

или при противоположных значениях отношения. Эта операция также не коммутативна, но ассоциативна.

Операция $(\dot{-})$ последовательного связывания подструктур C_1 и C_2 с обратной связью, для которой

$$C_1 \dot{-} C_2 = \left\langle \begin{matrix} X_1 \uplus X_2 \uplus X_1, \\ B_1 \uplus B_2 \uplus B_1, P_1 \uplus P_2 \uplus P_1 \end{matrix} \right\rangle, \tag{6}$$

не коммутативна и не ассоциативна.

Рассмотренные операции $(\cdot)$ и $(\dot{-})$ не замкнуты по отношению к структуре C. Для замыкания по этим операциям можно дополнить множество подструктур $\overline{C}$ подструктурами на операциях $(\cdot)$ и $(\dot{-})$. Следовательно, получим расширенное по отношению к множеству $\overline{C}$ множество $\tilde{C}$, $\overline{C} \subset \tilde{C}$.

Отправляясь от результатов работы [2], учитывая связи подструктур по правилам (4) – (6), зададим аксиоматику сложности на структурном множестве $\tilde{C}$.

1. $\mu(C_\varepsilon)=0$.
2. $\forall \tilde{C}_1,\tilde{C}_2 \in \tilde{C}$, $\tilde{C}_1 \subset \tilde{C}_2 \Rightarrow \mu(\tilde{C}_1) \le \mu(\tilde{C}_2)$.
3. $\forall \tilde{C}_1,\tilde{C}_2 \in \tilde{C} \Rightarrow$
$$\mu(\tilde{C}_1 \cdot \tilde{C}_2) \le \mu(\tilde{C}_1)+\mu(\tilde{C}_2).$$
4. $\forall \tilde{C}_1,\tilde{C}_2 \in \tilde{C}, \Rightarrow$
$$\mu(\tilde{C}_1 \parallel_\beta \tilde{C}_2) \le \max\{\mu(\tilde{C}_1),\mu(\tilde{C}_2)\}.$$
5. $\forall \tilde{C}_1,\tilde{C}_2 \in \tilde{C}, \Rightarrow$
$$\mu(\tilde{C}_1 \div \tilde{C}_2) \le \mu(\tilde{C}_1)+\mu(\tilde{C}_2)+\mu(\tilde{C}_2 \cdot \tilde{C}_1). \quad (7)$$

Приведенные аксиомы естественные и применимы к любым интерпретациям мер сложности систем.

Так как отдельные элементы структуры (2) можно трактовать как подструктуры, то модель структурной сложности (3) пригодна и для структуры системы.

Примеры мер структурной сложности

Рассмотрим вначале структуру (2) по весовой интерпретации. Пусть в роли весов связей системы выступают вероятности, т.е. характеристика P системы S удовлетворяет условиям (1). Определим весовую сложность системы через показатели ее состояний. Обозначим множество элементарных состояний системы как $V=\{V_i\}_{i=1}^n$, в котором состояние переменной x_i задается определением 1.

Дополним аксиоматику структуры (2) следующими тремя определениями.

Определение 9. Сложностью элементарного состояния V_i переменной x_i системы S назовем $\mu(V_i)=\max\limits_j\{p_{ijk}\}$.

Заметим, что переменная x_i системы S может иметь несколько состояний с одинаковой сложностью.

Используя элементарные состояния множества V можно получить различные пути состояний переменных связанной последовательности $\bar{x}_i=(x_{i_1},x_{i_2},\cdots,x_{i_n})$. Очевидно, множество состояний связанной последовательности $\bar{x}_i$ есть мультимножество $\bar{V}_i$ множеств V_{i_r}, а множество всевозможных путей состояний – $\bar{V}=\{\bar{V}_i\}$.

Определение 10. Сложностью пути состояний $\bar{V}_i$ связанной последовательности $\bar{x}_i$ системы S назовем

– $\mu(\bar{V}_i)=\prod\limits_r \mu(V_{i_r})$, если на пути состояний для каждой переменной отсутствуют одинаковые сложности элементарных состояний;

– $\mu(\bar{V}_i)=\max\limits_j\left\{\prod\limits_r \mu(V_{ij_r})\right\}$, при наличии путей состояний с одинаковыми сложностями хотя бы на одной переменной.

И наконец, структурная сложность по вероятностной интерпретации характеристики системы S может быть определена как.

Определение 11. Весовая сложность

– для линейной структуры системы $\mu(\bar{V})=\sum\limits_r \mu(\bar{V}_{i_r})$,

– для структуры с ветвлением $\bar{x}_i \parallel_\beta \bar{x}_j$ по условию β $\mu(\bar{V})=\max\left\{\sum\limits_r \mu(\bar{V}_{i_r}),\sum\limits_r \mu(\bar{V}_{j_r})\right\}$,

– для структуры с обратной связью $\bar{x}_i \div \bar{x}_j$ $\mu(\bar{V})=\mu(\bar{V}_i)+\mu(\bar{V}_j)+\mu(\bar{V}_j \cdot \bar{V}_i)$.

Очевидно, введенная сложность удовлетворяет аксиомам сложности (6).

Рассмотренная мера сложности по вероятностной интерпретации характеристики системы допускают обобщение на другие весовые интерпретации, если значения весов удается связать с некоторыми количественными показателями.

Покажем, как можно ввести меру структурной сложности систем на основе ее связей. В этом случае структуру системы удобно представить графически. Если не учитывать ориентацию связей и при этом окажется граф связным, то за меру сложности системы по связям можно принять цикломатическое число графа. Однако, для систем важна ориентация связей и мера сложности как цикломатическое число не объективна. Поэтому Мак-Кейбом [3] предложен конструктивный прием (внесение в граф вертуальных дуг), позволяющий сделать ориентированный граф связным и определить меру сложности снова как цикломатическое число. Благодаря своей простоте определения, мера сложности Мак-Кейба нашла широкое применение в системах программирования. Заметим, что мера Мак-Кейба не полностью учитывает сложность информационных систем, не различая вложенность путей с обратными связями.

Пусть переменные $x_i \in X$ системы приняты за вершины графа, а отношениям $\beta_k \in B$ между переменными соответствуют связям графа. Тогда связанная последовательность переменных системы $\overline{x_i} = (x_{i_1}, x_{i_2}, \cdots, x_{i_n})$ образует путь на графе. Обозначим через $st(x_i)$ степень вершины x_i графа и введем меру связности пути $\overline{x_i}$.

Определение 12. Мерой связной сложности пути $\mu(\overline{x_i})$ на структурном графе системы назовем $\min_j\{st(x_{i_j})\}$.

Показатель сложности пути $\mu(\overline{x_i})$ определяет отношение на структурном графе системы, которое задает предпорядок на структуре системы. Предпорядок сложности путей позволяет выделить в структуре системы классы K_t с одинаковыми показателями сложности t. Таким образом, связная сложность системы характеризуется степенным вектором $K = (K_0, K_1, \cdots, K_{\max})$.

Определение 13. Мерой связной сложности структуры (2) системы S назовем показатель $\mu(C) = \sqrt{\sum_{i=0}^{\max} |K_i|^2}$, в котором $|K_i|$ – объем i–го класса.

Продемонстрируем применение введенной меры связной сложности на структурных графах заданных матрицами смежности M_1 и M_2.

$M_1 =$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1		1				
x_2			1			
x_3				1		
x_4			1		1	
x_5		1				1
x_6						

,

$M_2 =$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_1		1				
x_2			1			
x_3		1		1		
x_4					1	
x_5				1		1
x_6						

.

Так как структурные графы имеют по два контура (по матрице M_1 один контур вложен в другой, а по матрице M_2 контуры расположены на графе последовательно), то мера сложности систем по Мак-Кейбу одинакова.

Для введенной определением 13 меры сложности, несмотря на то, что в обеих структурах степенные векторы состоят из одинаковых классов K_0, K_1, K_2 и K_3, но объемы классов K_1 и K_3 в структурах различны. Так для графа с матрицей смежности M_1 класс K_1 состоит из множества путей

$$\{(x_1), (x_1, x_2), (x_1, x_2, x_3), \cdots, (x_6)\},$$

объем которого равен 35 и класс K_3 образован множеством путей

$$\{(x_2), (x_2, x_3), \cdots, (x_5, x_2, x_3, x_4, x_5)\}$$

таких, что $|K_3| = 44$. Для другой матрицы, соответственно, имеем объемы $|K_1| = 31$ и $|K_3| = 29$. Следовательно, заданные структурные графы систем характеризуются различными степенными векторами и мера связанной сложности для первого графа больше, чем для второго, что естественно.

В случае сложных пространственных связей на структурную графическую конструкцию следует смотреть как на симплициальный комплекс и воспользоваться обобщением рассмотренной методики для определения связной сложности на этих комплексах [2].

Выводы

1. Использование в работе единого подхода к системе позволило задать согласованную с ней структуру и ввести структуру показателя сложности системы.
2. Проведены исследования системы над согласованной структурой. В частности, рассмотрены подструктуры системы, их интерпретация и порождение выходов, образующие классы структур и критерий существования образующего класса.
3. Введенная структурная сложность системы является универсальной и определяется через ее подструктуры, множество операций на них и аксиоматику правил сигнатуры и сложности.
4. Рассмотрены примеры построения весовой и связной мер сложности системы. Показано, что веденный степенной вектор для определения меры связной сложности полнее отражает сложность систем-программ, чем мера Мак-Кейба.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Месарович, М. Общая теория систем: математические основы [Текст] : монография / М. Месарович, Я. Такахара. – М.: Мир, 1978. – 311 с.
2. Касти, Дж. Большие системы. Связность, сложность и катастрофы [Текст] : монография /

Дж. Касти. – М.: Мир, 1982. – 216 с.
3. Евстигнеев, В. А. Топологическая сложность программ: [Текст] / В. А. Евстигнеев, Г. П. Кожевникова. – М., 1989. – 30 с. – (Препринт / АН СССР. Ин-т точной механики и выч. техники. Новосиб. фил.; № 23).
4. Эшби, У. Р. Введение в кибернетику [Текст] : монография / У. Р. Эшби. – М.: ИЛ, 1959. – 432 с.
5. Нечипоренко, В. И. Структурный анализ систем (эффективность и надежность) [Текст] : монография / В. И. Нечипоренко. – М.: Сов. радио, 1977. – 216 с.
6. Atkin, R. H. Mathematical structure in human affairs [Text] : monograph. – London: Heinemann, 1974. – 212 p.
7. Босов, А. А. Функции множеств и их приложение [Текст] : монография / А. А. Босов. – Днепродзержинск: Изд. дом «Андрей», 2007. – 182 с.
8. Ільман, В. М. Формальні структури та їх застосування [Текст] : монографія / В. М. Ільман, В. В. Скалозуб, В. І. Шинкаренко. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2009. – 205 с.
9. Singh, D. An Overview of the Applications of Multiset [Text] / D. Singh, A. M. Ibrahim, T. Yohanna, J. Singh // Novi Sad Journal of Mathematics. – 2007. – Vol. 37, No. 2. – P. 73–92.
10. Syropoulos, A. Mathematic of Multisets [Текст] / A. Syropoulos // Multiset Processing: Mathematical, Computer Science and Molecular Computing Points of View, Number 2235 in Lecture Notes in Computing Science. – Berlin: Springer-Verlag, 2001. – P. 347–358.

Поступила в редколлегию 15.11.2011.
Принята к печати 23.11.2011.

А. А. БОСОВ, В. М. ІЛЬМАН

СТРУКТУРНА СКЛАДНІСТЬ СИСТЕМ

Введено структуру складності системи, за якою визначено зв’язну складність систем.
Ключові слова: система, структура, структурна складність, вимір складності

A. A. BOSOV, V. M. IL’MAN

STRUCRURAL COMPLEXITY OF SYSTEMS

The structure of system complexity is introduced; and the linked complexity of systems is determined according to it.
Keywords: system, structure, structural complexity, measure of complexity