УДК 681.324:519.872

Н. І. ПОСЛАЙКО (ДІІТ), М. В. КОРОЛЕВИЧ (ДНУ ім. О. Гончара, Дніпропетровськ)

НАБЛИЖЕНЕ ОБЧИСЛЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ДЕЯКИХ РЕЗЕРВОВАНИХ СИСТЕМ

В роботі досліджуються дві резервовані системи, елементи яких відновлюються: з теплим плинним резервом, контролями і профілактикою , і гарячим плинним резервом. Створене програмне забезпечення для наближеного обчислення деяких характеристик надійності цих систем.

Ключові слова: надійність, резерв, відновлення, статистичне моделювання, метод малого параметра

При дослідженні характеристик надійності технічних систем, які складаються з великого числа елементів, виникає необхідність в побудові адекватних математичних моделей і підборі методів розв'язання задачі. Для складних систем, в яких використовуються різні види резервування, елементи, що вийшли з ладу, відновлюються, здійснюються контролі і профілактика і т. і., отримують досить загальні схеми, які важко піддаються аналітичному описанню.

Для обчислення характеристик таких систем практично єдиним методом є статистичне моделювання. Однак для високо відповідальних систем, для яких, щоб знизити ризик виникнення аварій, треба забезпечити дуже високу надійність (космічна техніка, транспортні системи і т.і), безпосереднє моделювання поведінки системи виявляється малоефективним. Для того, щоб отримати хоча б одну реалізацію, в якій буде зареєстрована відмова, треба розіграти величезну кількість реалізацій, в яких відмова не відбудеться.

Один з провідних спеціалістів в області теорії надійності, масового обслуговування та захисту інформації академік НАНУ Коваленко І.М. запропонував метод, який дозволяє шляхом часткового застосування аналітичних методів, прискорити моделювання [1]. Цей підхід заснований на методі малого параметра. Серед параметрів системи виділяється деякий малий параметр (наприклад, інтенсивність відмови елемента) і будується асимптотичний розклад шуканої характеристики системи за степенями малого параметра. Коефіцієнти цього розкладу оцінюються шляхом статистичного моделювання. Цей метод отримав назву аналітико-статистичного і набув широкого використання при дослідженні такого роду систем.

В [2] описана модель резервованої системи з плинним полегшеним резервом. Елементи в цій системі відновлюються. Для цього використовується певна кількість обслуговуючих приладів. На системі періодично здійснюється контроль і профілактика.

В даній роботі на базі загальної схеми, яка була запропонована в [2], створене програмне забезпечення, яке дозволяє використовувати результати [2] на практиці.

Опишемо більш детально саму систему.

Система складається з n елементів ($n-k$ основних і k резервних). Є m каналів для відновлення елементів , що вийшли з ладу. На системі періодично здійснюється профілактика. Між двома послідовними профілактиками проводиться L контролів: перший через час T_0 після профілактики; $i-й$ контроль через час T_{i-1} після закінчення

$i-1$ - ого контролю, або після відновлювальних робіт, які безпосередньо за ним відбуваються; через час T_L після L- ого контролю проводиться профілактика, яка відновлює всі елементи системи.

В проміжках між контролями основні елементи , що вийшли з ладу замінюються (миттєво) справними резервними, якщо такі є. Всі елементи, що відмовили, відправляються на відновлення лише в моменти чергового контролю. У випадку відсутності вільних каналів елементи, які прибули на ремонт, стають в чергу.

Відновлені елементи повертаються в систему по мірі відновлення.

Система роботоздатна, якщо не менше ніж $n-k$ елементів справні.

Якщо в момент контролю система несправна , вона відключається до відновлення роботоздатності. Коли число справних елементів досягне $n-k$, система вмикається, і з цього моменту починає відраховуватись час до проведення наступного контролю.

Всі елементи системи ідентичні; час безвідмовної роботи кожного з них розподілений показниково зі своїм параметром на кожній ділянці між контролями (таким чином можна врахувати старіння елементів). Час відновлення елемента має функцію розподілу $G(x)$ і середнє значення цього часу дорівнює T_B.

Припускається , що інтенсивність відмов елементів мала в порівнянні з $\frac{1}{T_B}$ і $\frac{1}{T_i}$, $1 \le i \le L$, і може бути представлена в виді $\lambda^{(i)} * \varepsilon$ для основних елементів і $a * \lambda^{(i)} * \varepsilon$ - для резервних, де ε - деякий малий параметр , $0 \le a \le 1$, $0 \le i \le L$ - номер проміжка між контролями.

В цих припущеннях для коефіцієнта готовності системи була виведена формула:

$$K_Г = 1 - \left(c \Big/ \sum_{i=0}^{L} T_i \right) * \varepsilon^{k+1} + o(\varepsilon^{k+1}). \quad (1)$$

Коефіцієнт c в (1) оцінюється за методом Монте-Карло на основі алгоритму, який задається формулою

$$c = M \left\{ I(\nu_0 = k+1) \lambda_0^{(0)} \ldots \lambda_k^{(0)} \frac{T_0^{k+1}(k+2)}{(k+1)!} \left(\frac{T_0}{k+2} + \beta_0 \right) + \right.$$

$$+ \sum_{s=1}^{L} I(\nu_0 < k+1, \nu_1 < k+1-\nu_0, \ldots, \nu_{s-1} < k+1-\nu_{s-2}, \alpha_1 = T_1, \ldots, \alpha_{s-1} = T_{s-1}) \times$$

$$\times \lambda_0^{(0)} \ldots \lambda_{\nu_0-1}^{(0)} \lambda_{\nu_0}^{(1)} \ldots \lambda_{\nu_1-1}^{(1)} \ldots \lambda_{\nu_{s-1}}^{(s)} \ldots \lambda_k^{(s)} \frac{T_0^{\nu_0}(k+2)}{\nu_0!} * \frac{T_1^{\nu_1-\nu_0}(k+2-\nu_0)}{(\nu_1-\nu_0)!} \ldots \frac{T_{s-1}^{\nu_{s-1}-\nu_{s-2}}(k+2-\nu_{s-2})}{(\nu_{s-1}-\nu_{s-2})!} \times$$

$$\left. \times \frac{\alpha_s^{k+1-\nu_{s-1}}(k+2-\nu_{s-1})}{(k+1-\nu_{s-1})!} \left[I(\nu_s = k+1-\nu_{s-1}, \alpha_s = T_s) \left(\frac{\alpha_s}{k+2-\nu_{s-1}} + \beta_s \right) + I(\alpha_s < T_s) \frac{\alpha_s^{k+2-\nu_{s-1}}}{(k+2-\nu_{s-1})!} \right] \right\}. \quad (2)$$

Тут $I(A)$ – індикатор події A, ν_0 – випадкова величина, що набуває з рівними ймовірностями значень $0,1,\ldots,k+1$, $\nu_r, 1 \le r \le L-1$ - випадкові величини, що набувають з рівними ймовірностями значень ν_{r-1}, $\nu_{r-1}+1$, ... , $k+1-\nu_{r-1}$, якщо $\alpha_r = T_r$, і $\nu_r = k+1-\nu_{r-1}$ в протилежному випадку, $\nu_L \equiv k+1-\nu_{L-1}$,

$$\alpha_r = \min \left\{ T_r, \eta_1 - \sum_{l=1}^{r-1} T_l, \ldots, \eta_{\mu_0} - \sum_{l=1}^{r-1} T_l, \eta_{\mu_0+1} - \sum_{l=2}^{r-1} T_l, \ldots, \eta_{\mu_1} - \sum_{l=2}^{r-1} T_l, \ldots, \eta_{\mu_{r-2}+1}, \ldots, \eta_{\mu_{r-1}} \right\}, 1 \le r \le L, \quad (3)$$

$$\beta_0 = \min\{\eta_1, \ldots, \eta_m\},$$

$$\beta_r = \min \left\{ \eta_1 - \sum_{l=1}^{r} T_l, \ldots, \eta_{\mu_0} - \sum_{l=1}^{r} T_l, \eta_{\mu_0+1} - \sum_{l=2}^{r} T_l, \ldots, \eta_{\mu_1} - \sum_{l=2}^{r} T_l, \ldots, \eta_{\mu_{r-2}+1} - T_r, \ldots, \eta_{\mu_{r-1}} - T_r, \eta_{\mu_{r-1}+1}, \ldots, \eta_m \right\},$$

$$1 \le r \le L-1, \quad (4)$$

$$\beta_L \equiv 0,$$

де $\lambda_i^{(r)} = [(n-k) + a(k-i)]\lambda^{(r)}$, $0 \le i \le k$, $0 \le r \le L$; η_i, $1 \le i \le m$ - незалежні випадкові величини з розподілом $G(x)$; $\mu_i = \min(\nu_i, m)$, $0 \le i \le L-1$; якщо при деякому i буде $\mu_i = m$, то η_r з номерами $r > \mu_i$ в формулах (3) і (4) відсутні.

Алгоритм моделювання більш детально полягає в наступному: розігрується випадкова величина ν_0 – число відмов елементів на проміжку $(0;T_0)$. Якщо $\nu_0 = k+1$, тобто система відмовила до моменту T_0, то реалізується m випадкових величин $\eta_1,\ldots,\eta_m$ (тривалості відновлення елементів, що відмовили). В цьому випадку результат реалізації випадкової величини, що стоїть під знаком математичного сподівання в (2), буде дорівнювати першому доданку.

Якщо ж $\nu_0 < k+1$, то результат реалізації (початково рівний одиниці) помножається на $\lambda_0^{(0)} \ldots \lambda_k^{(0)} \frac{T_0}{\nu_0!}(k+2)$ реалізується $\mu_0 = \min(\nu_0, m)$ незалежних випадкових величин $\eta_1,\ldots,\eta_{\mu_0}$ і перевіряється умова $\alpha_1 < T_1$, що означає, що хоча б один з елементів, які відмовили на проміжку $(0;T_0)$, встигне відновитися за час T_1. Якщо $\alpha_1 < T_1$, то результат реалізації помножається на

$\dfrac{\alpha_1^{k+2-\nu_0}}{(k+2-\nu_0)!}$, і реалізація закінчується. В протилежному випадку розігрується випадкова величина ν_1 (ν_1-ν_0 – число елементів, що відмовили на проміжку $(T_0;T_0+T_1)$) і т. д. до тих пір, поки на (j-му) проміжку не відбудеться подія $\left\{\alpha_j < T_j\right\} \cup \left\{\nu_j = k+1-\nu_{j-1}\right\}$ (на L-му проміжку покладаємо $\nu_L = k+1-\nu_{L-1}$), і результат реалізації кожного разу помножаємо на відповідний множник.

Описаний алгоритм представляє собою не що інше, як реалізацію події, що відповідає відмові системи «по монотонному ланцюгу», - прийом, який вперше був застосований Коваленком І. М.

Процес функціонування системи представляє собою регенеруючий процес [6], моменти відновлення якого співпадають з моментами профілактики.

На основі цього алгоритму було створено програмне забезпечення для наближеного обчислення коефіцієнта готовності на мові $C++$ у випадках, коли час відновлення елементів має розподіл Ерланга k-го порядку, рівномірний, нормальний та Вейбулла.

Окрім того, для математичної моделі функціонування системи з плинним гарячим резервом і довільним характером відновлення елементів [3], яка основана на побудові відповідного вкладеного ланцюга Маркова і для якої з'ясовані умови, що допускають використання граничних теорем теорії ймовірностей для отримання асимптотичних оцінок різних характеристик надійності [4, 5], створено програмне забезпечення, яке дозволяє наближено обчислювати граничні ймовірності попадання процесу, який описує роботу системи, в множину станів відмови.

В [3] припускається, що система складається із $m-l$ основних і l резервних елементів. Якщо в момент часу t в системі є $\nu_t = \nu$ $(\nu = 0,...,l)$, елементів, що відмовили, то з ймовірністю $p(\nu,\nu+1;\Delta t) = \Lambda_\nu \Delta t + o(\Delta t)$ система за час $(t,t+\Delta t)$, $\Delta t \to 0$, переходить у стан $\nu+1$ ($\nu(t-0)=\nu(t)$). Одночасно можуть відновлюватися не більш ніж k, $k \le l$, елементів, що відмовили; тривалості відновлення кожного з елементів $\eta_1,\eta_2,...$ взаємно незалежні і однаково розподілені з $P\{\eta_s \le x\} = G(x), s=1,2,...$, причому функція розподілу $G(x)$ має скінченні моменти $m_i = \int_0^\infty x^i dG(x), i=1,2.$ Нехай $\Lambda_\nu = a_\nu \lambda (\nu=0,...,l+1)$, де $\Lambda_{l+1}=0, a_\nu = \mathrm{const}$.

Асимптотичні значення показників надійності системи знаходяться при $\lambda \to 0$.

Зміна станів ν_t системи описується кусково-лінійним процесом $\xi_t = \{\nu_t, \eta_{\nu_t 1}, \eta_{\nu_t 2},...,\eta_{\nu_t \nu_t}\}$, $t \ge 0$, де $\eta_{\nu_t 1}$ – перший після моменту t момент зміни компоненти ν_u за умови, що після t відмови в системі припиняться (при $\nu_t = 0$ компоненти $\eta_{\nu_t 1}, \eta_{\nu_t 2}$ не визначені). Еволюція розподілу ймовірностей випадкового процесу ξ_t визначається наступною схемою зміни компонент. На інтервалі $[t,t+\eta_{\nu_t 1})$ компоненти $\eta_{\nu_t 1}, \eta_{\nu_t 2},...,\eta_{\nu_t \min(\nu_t,k)}$ спадають з одиничною швидкістю, а компоненти $\eta_{\nu_t i} (i=\min(\nu_t,k),...,\nu_t)$ представляють собою взаємо незалежні і однаково розподілені випадкові величини з $P\{\eta_{\nu_t i} \le x\} = G(x)$, розподіл яких на $[t,t+\eta_{\nu_t 1})$ не зміниться.

Якщо за час $[t,t+\eta_{\nu_t 1})$ не виникають додаткові відмови, то при $\nu_t \ge k+1$ в момент τ, $\tau = t+\eta_{\nu_t 1})$ система з ймовірністю 1 переходить в стан

$$\xi_\tau = \{\nu_\tau, \eta_{\nu_\tau 1}, \eta_{\nu_\tau 2},...,\eta_{\nu_\tau \nu_\tau}\},$$

де $\nu_\tau = \nu_t - 1$;

$$\eta_{\nu_\tau 1} = \min\{\eta_1, \min\{\eta_{\nu_t 2},...,\eta_{\nu_t k}\} - \eta_{\nu_t 1}\}; \quad (5)$$

$P\{\eta_1 \le x\} = G(x)$, а сукупність випадкових величин $\eta_{\nu_\tau 2},...,\eta_{\nu_\tau k}$ співпадає з сукупністю $\eta_1, \eta_{\nu_t 2}-\eta_{\nu_t 1},...,\eta_{\nu_t k}-\eta_{\nu_t 1}$, в яку не входить компонента з номером i, що визначається умовою (5); компоненти $\eta_{\nu_\tau k},...,\eta_{\nu_\tau \nu_\tau}$ - взаємо незалежні випадкові величини з $P\{\eta_{\nu_\tau j} \le x\} = G(x), j=k+1,...,\nu_t$. При $\nu_t \le k$ компоненти випадкового вектора ξ_τ визначаються аналогічно, різниця в тому, що в ξ_τ відсутні компоненти з номерами $k,k+1,...: \eta_{\nu_\tau j} = \eta_{\nu_t j+1} - \eta_{\nu_t 1}$. Якщо в момент $\tau, t < \tau < t+\eta_{\nu_t 1}$ сталася відмова, то система з ймовірністю 1 переходить в стан $\xi_\tau = \{\nu_t+1, \eta_{\nu_\tau 1}, \eta_{\nu_\tau 2},...,\eta_{\nu_\tau \nu_\tau}\}$, де $\nu_\tau = \nu_t + 1$, а компоненти $\eta_{\nu_\tau 1,...}$ наступним чином виражаються через компоненти вектора ξ_t: при $\nu_t \le k-1$ $\eta_{\nu_t 1} = \min\{\eta_1, \eta_{\nu_t 1} - \tau + t\}$, де $P\{\eta_1 \le x\} = G(x)$, а значення інших компонент $\eta_{\nu_\tau i}, ..., i \ge 2$ співпадають з відповідними значеннями компонент $\max(\eta_1, \eta_{\nu_t 1} - \tau + t), \eta_{\nu_t i} - \tau + t, i \ge 2$; при $k \le \nu_t$ вектор ξ_τ визначається рівністю

$$\xi_\tau = \{\nu_t + 1, \eta_{\nu_\tau 1} - \tau + t, \eta_{\nu_\tau 2} - \tau + t, ..., \eta_{\nu_\tau k} - \tau + t, \eta_{\nu_\tau k+1}, ..., \eta_{\nu_\tau \nu_\tau}, \eta_1\},$$

де $P\{\eta_{\nu_t k+j} \le x\} = P\{\eta_1 \le x\} = G(x), j = 1, ..., \nu_t - k.$

В силу експоненціальності розподілу часу безвідмовної роботи елементів умовний розподіл ймовірностей випадкового вектора ξ_t при відомому значенні вектора ξ_{t-t_0} не залежить від значень векторів $\xi_{t-t_1}, ..., \xi_{t-t_n}$ при $t_0 < t_1 < ... < t_n$ і тому випадковий процес ξ_t є однорідним марківським випадковим процесом, в якості регенерації якого можуть бути прийняті моменти t_m переходу компоненти в нульовий стан: $\nu(t_m - 0) > 0, \nu(t_m + 0) = 0, t_m < t_{m+1}, m = 1, 2, ...$

Регенеруючий процес ξ_t задовольняє умовам відомої теореми Сміта [6], що забезпечує існування ергодичного розподілу ймовірностей

$$P_0 = \lim_{t\to\infty} P\{\nu(t) = 0\}, P_i(x_1, ..., x_i) = \lim_{t\to\infty} P\{\nu_t = i, \eta_{\nu_t j} \le x_j, j = 1, ..., i\}, i = 1, ..., l+1, 0 < x_1, ..., x_i < \infty.$$

При $\lambda \to 0$ для будь-якої множини A станів відмови рівномірно по $t, t > 0$ виконуються наступні граничні співвідношення:

$$P(A,t) \to \exp(-a(\lambda)t);$$
$$P_0(A,t) \to \exp(-a(\lambda)t); \qquad (6)$$
$$P(A) \to d_0 \lambda^{i_0},$$

де $P(A,t)$ – ймовірність того, що в стаціонарному режимі на інтервалі часу $(t_0, t_0 + t)$ система жодного разу не попала в стан множини A;

$P_0(A,t)$ – ймовірність тієї ж події при умові, що $\nu_0 = 0; P(A) = \lim_{t\to\infty} P(\nu_t \in A).$

Показник $a(\lambda)$ (6) і ймовірність $P(A)$ допускають розклад в степеневі ряди по параметру λ ($0 < \lambda < \lambda_0 = \text{const}$, де $\lambda_0 = (m_1 \max_\nu a_\nu)^{-1}$):

$$a(\lambda) = c_0 \lambda^{i_0} + c_1 \lambda^{i_0 + 1} + ...;$$
$$P(A) = d_0 \lambda^{i_0} + d_1 \lambda^{i_0} + ..., \qquad (7)$$

де коефіцієнти c_0, d_0 і ціле додатне число i_0 визначаються за наступним алгоритмом.

Вибираються ланцюги $S = (\nu_0, \nu_1, ..., \nu_n \nu_{n+1})$ станів компоненти ν_t випадкового процесу $\xi_t, t \ge 0$, що задовольняють наступним умовам:

1) $\nu_0 = \nu_{n+1} = 0, \nu_j \ne 0$ для всіх $j, 1 \le j \le n$ при цьому для будь-яких двох станів ν_j, ν_{j+1} або ймовірність $p_{\nu_j \nu_{j+1}}$ переходу із стану ν_j в стан ν_{j+1} за час $\eta_{\nu_j 1}$ додатна, або хоча б для одного i додатна ймовірність $p^{(i)}_{\nu_j \nu_{j+1}}$ переходу із стану ν_j в стан ν_{j+1} в результаті відмови i-го з елементів;

2) хоча б однин із станів $\nu_j, 1 \le j \le n,$ є відмовним.

Для кожних двох послідовних станів ν_j, ν_{j+1} визначається функція

$$\rho_j = \rho(\nu_j, \nu_{j+1}) = \begin{cases} 0, \textit{якщо} & p_{\nu_j \nu_{j+1}} > 0, \\ 1, \textit{якщо} & \max_i p^{(i)}_{\nu_j \nu_{j+1}} > 0. \end{cases}$$

Якщо для вибраного значення i_0 множина ланцюгів S, що задовольняють умовам 1 і 2 і умові $[\sum_{j=0}^{n} \rho_j = i_0]$, пуста, то це означає, що $a(\lambda) = o(\lambda^{i_0})$ і необхідно перевірити, чи виконуються для числа $i_0 + 1$ умови 1 і 2 і умова $\sum_{j=0}^{n} \rho_j = i_0 + 1$. Показник i_0 в розкладі (7) дорівнює мінімальному цілому числу, для якого існує хоча б один ланцюг станів $S = (\nu_0, \nu_1, ..., \nu_n, \nu_{n+1})$, що задовольняє умовам 1,2 і умові $i_0 = \sum_{j=0}^{n} \rho_j$. Нехай V_n ($n = 1, 2, ...$) сукупність усіх ланцюгів $S = (\nu_0, \nu_1, ..., \nu_n, \nu_{n+1})$ довжини $n+2$, для яких при визначеному вище значенні i_0 виконуються умови 1,2 і умова $i_0 = \sum_{j=0}^{n} \rho_j$.

Для кожного ланцюга $S = (\nu_0, \nu_1, ..., \nu_n, \nu_{n+1})$ покладемо

$$b_j = \sum_i p^{(i)}_{\nu_j \nu_{j+1}}, j = 0...n, \quad (8)$$

де індекс i пробігає всі номера справних в стані ν_j елементів, в результаті відмови будь-якого з них система переходить із стану ν_j в стан ν_{j+1}. Тепер покладають для кожного ланцюга $S \in V_n$

$$c_0(S) = \left(\prod_{\rho_j > 0} b_j \right) \left(\prod_{\rho_j = 0} \rho_{\nu_j \nu_{j+1}} \right) B(S) \quad (9)$$

[множник $B(S)$ визначається рівністю (11)]. Тоді коефіцієнт c_0 в розкладі (7) параметра $a(\lambda)$ визначається співвідношенням

$$c_0 = \sum_{n \geq 1} \sum_{S \in V_n} c_0(S), \quad (10)$$

В (10) свою чергу, величина $B(S)$ виражається як математичне сподівання добутку випадкових величин $\eta_{\nu_j \nu_{j+1}}, j = 1,2,...$:

$$B(S) = M \prod_{\substack{j \geq 1 \\ \rho_j > 0}} \eta_{\nu_j \nu_{j+1}} , \quad (11)$$

сумісний розподіл ймовірностей яких повністю визначається видом ланцюга $S = (\nu_0, \nu_1, ..., \nu_n, \nu_{n+1})$, $S \in V_n$. Послідовність випадкових величин $\eta_{i,i+1}, i = 1,2,...,l+2,$ яка відповідає ланцюгу станів $S = (0,1,2,...,l,l+1,l,l-1,...,2,1,0)$, будується за рекурентними формулами:

$$\eta_{1,2} = \eta_1, \ \ \eta_{i,i+1} = \min(\eta_i, \xi_{i-1}\eta_{i-1,i}), i = 2...k;$$

$$\eta_{k+j,k+j+1} = \xi_{k-j+1}\eta_{k+j-1,k+j}, j = 1,...,l+1-k;$$

$$\eta_{l+2,l+3} = \min(\eta_{l+1}, \eta_{l,l+1} - \eta_{l+1,l+2}). \quad (12)$$

В (12) $\eta_i, i = 1,...,l+1,$ взаємонезалежні однаково розподілені випадкові величини з $P(\eta_i \leq x) = G(x); \xi_i, i = 1,...,l$ взаємно незалежні рівномірно розподілені на відрізку (0,1) випадкові величини. Величина d_0 визначається із співвідношень (13), (14):

$$d_0 = \sum_{n \geq 1} d_0(S),$$

$$d_0(S) = \left(\prod_{\rho_j > 0} b_j \right) \left(\prod_{\rho_j = 0} p_{\nu_j \nu_{j+1}} \right) T(S), \quad (13)$$

$$T(S) = \sum_{\nu_j \in A} M \left\{ \eta_{\nu_j \nu_{j+1}} \prod_{\rho_s > 0} \eta_{\nu_s \nu_{s+1}} \right\}. \quad (14)$$

В нашому випадку множина V_n містить лише один ланцюг S, при цьому $i_0 = l+1$:

$$S = (\nu_0, \nu_1, ..., \nu_l, \nu_{l+1}, \nu_{l+2}, ..., \nu_{2l+2}, \nu_{2l+3}) =$$

$$= (0,1,2,...,l,l+1,l,l-1,...,2,1,0), \quad (15)$$

оскільки, по-перше, ланцюг (15) належить множині V_{2l+3} і, по-друге, кожному ланцюгу $S`$, що задовольняє одну із умов: а) $\nu_j = \nu_{j`}$ (для деяких індексів $j, j` \neq j$), б) $\nu_j \geq l+2$ (хоча б для одного індексу j), відповідає значення $\sum_{\nu_j \in S`} \rho_j \geq l+2.$ Звідси випливає, що $i_0 = l+1$.

Для ланцюга (15), враховуючи (9),

$$b_j = \sum_i p^{(i)}_{\nu_j \nu_{j+1}} = a_j, j = 0...l,$$

оскільки ймовірність $p^{(i)}_{\nu_j \nu_{j+1}}$ переходу $\nu_j \to \nu_{j+1}$ в результаті відмови i -го із $m - \nu_j = m - j$ справних в стані ν_j елементів дорівнює 1 для усіх $i, i = 1,...,m-j.$

Очевидно також, що $p_{\nu_j \nu_{j+1}} = 1$ для всіх $j = l+1,...,2l+2.$

Із (8) та (9) випливає

$$B(S) = M\eta_{1,2}\eta_{2,3}...\eta_{l,l+1} =$$

$$= M\eta_{1,2}\eta_{2,3}...\eta_{k-1,k}\eta^{l-k+1}_{k,k+1} M\xi_k\xi_{k+1}...\xi_l =$$

$$= 2^{k-l-1} M\eta_{1,2}\eta_{2,3}...\eta_{k-1,k}\eta^{l-k+2}_{k,k+1}.$$

Аналогічно з (11) випливає

$$T(S) = 2^{k-l-2} M\eta_{1,2}\eta_{2,3}...\eta_{k-1,k}\eta^{l-k+1}_{k,k+1},$$

де випадкові величини $\eta_{i,i+1}, i = 1,...,l+2,$ визначаються співвідношеннями (12).

Створене програмне забезпечення дозволяє наближено обчислювати граничні ймовірності попадання процесу в множину станів відмови

$$P(A) = \lim_{t \to \infty} P(\nu_t \in A) ,$$

де, як уже відмічалось, ν_t - стан системи в момент часу t, A - множина станів відмови системи. Правильність роботи програмного забезпечення була перевірена на окремих випадках, для яких існують аналітичні оцінки ймовірності $P(A)$ [3] (наприклад, час відновлення елементів, що вийшли з ладу, постійний або має рівномірний розподіл в деякому інтервалі).

В програмному забезпеченні використовуються розподіли часу відновлення елементів - Ерланга k-го порядку, Вейбулла, гамма-розподіл, бета-розподіл, але є можливість для споживача самому задати потрібний закон розподілу.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Коваленко, И. Н. Аналитико-статистический метод расчёта характеристик высоконадёжных систем [Текст] / И. Н. Коваленко // Кибернетика, 1976. – № 6.
2. Завадская, Л. А. Оценка надёжности системы с контролем и профилактикой аналитико-статистическим методом [Текст] / Л. А. Завадская // Кибернетика, 1981. – № 2.
3. Акулиничев, Н. М. Асимптотическая оценка надежности восстанавливаемой системы [Текст] / Н. М. Акулиничев. - В кн.: Теория надежности и массовое обслуживание. – М. : Наука, 1969.
4. Коваленко, И. Н. Асимптотический метод оценки надежности сложных систем [Текст] / И. Н. Коваленко // Сб. «О надежности сложных технических систем». – М. : Советское радио, 1966.
5. Гнеденко, Б. В. Введение в теорию массового обслуживания [Текст] / Б. В. Гнеденко, И. Н. Коваленко. – М. : Наука, 1987.
6. Смит, В. Л. Теория востановления и смежные с ней вопросы [Текст] / В. Л. Смит // Сб. Переводов «Математика» – 5:3. М. : ИЛ, 1961.

Надійшла до редколегії 30.11.2012.
Прийнята до друку 09.12.2012.
.

Н. И. ПОСЛАЙКО (ДИИТ), М. В. КОРОЛЕВИЧ (ДНУ)

ПРИБЛИЖЕННОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК НАДЕЖНОСТИ НЕКОТОРЫХ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

В работе исследуются две резервированные системы с восстанавливаемыми элементами: с теплым скользящим резервом, контролями и профилактикой, и горячим скользящим резервом. Создано программное обеспечение для приближенного вычисления некоторых характеристик надежности этих систем.

Ключевые слова: надежность, резерв, восстановление, статистическое моделирование, метод малого параметра.

N. I. POSLAJKO (DIIT), M. W. KOROLEWICH (DNU)

APPROXIMATE COMPUTING OF RELIABILITY CHARACTERISTICS OF SOME RESERVED SYSTEMS

In work two redundant systems with restored elements are investigated: with a warm sliding reserve, control and preventive maintenance, and a hot sliding reserve. The software for the approached calculation of some characteristics of reliability of these systems is created.

Keywords: reliability, restored system, statistical modeling, small parameter method