

РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

УДК 625.144.3:519.87С. А. УСТЕНКО¹, С. В. ДІДАНОВ^{2*}^{2*}Каф. «Інженерна графіка», Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова, м. Миколаїв, пр. Героїв Сталінграда, 9, 54025, Миколаїв, Україна, тел. +38 (051) 270 91 00, ел. пошта sv@didanov.com**МЕТОД ПОБУДОВИ ПРОСТОРОВОЇ ПЕРЕХІДНОЇ КРИВОЇ**

Мета. Рух залізничного транспорту (швидкість рухомих складів, безпека руху і т.д.) в значній мірі залежить від якості залізничного полотна, при цьому особливе місце займає перехідна крива, вставкою якої забезпечується плавність переходу від прямолінійної до кругової ділянки шляху. У статті розглядається моделювання просторової перехідної кривої на основі параболічних законів розподілу кривизни та кручення. Робота є продовженням досліджень, що проводяться авторами відносно моделювання просторових криволінійних обводів. **Методика.** Побудова просторової перехідної кривої здійснюється чисельним методом розв'язання системи нелінійних інтегральних рівнянь, де в якості вихідних даних взяті координати початкової та кінцевої точок майбутньої кривої, кути нахилу дотичних і відхилення кривої від дотичної площини в цих точках. Для вирішення системи чисельним методом знаходяться приватні похідні рівнянь системи з невідомих параметрів закону зміни кручення і довжини перехідної кривої. **Результати.** Визначені параметричні рівняння просторової перехідної кривої шляхом знаходження невідомих коефіцієнтів параболічних розподілів кривизни та кручення, а також довжини просторової перехідної кривої. **Наукова новизна.** Розроблено метод побудови просторової перехідної кривої, а на його основі – програмне забезпечення геометричного моделювання просторових перехідних кривих залізничної колії із заданими відхиленнями кривої від дотичної площини. **Практична значимість.** Отримана крива може застосовуватися в будь-якій галузі народного господарства, де необхідно забезпечити плавність переходу від прямолінійної до кругової ділянки просторового криволінійного обводу. Прикладом може служити перехідна крива при побудові залізничної колії, автомобільної дороги, трубопроводу, профілю плоского перерізу робочої лопатки турбіни і компресора, корпусу корабля, літака, автомобіля і т.д.

Ключові слова: моделювання; просторова перехідна крива; параболічний розподіл кривини та скруту; залізнична колія; безпека руху

Постановка проблеми

Однією з найважливіших галузей народного господарства України є залізничний транспорт, який забезпечує перевезення в виробничій та побутовій сферах, а також супровідні їм потреби в усіх видах перевезень.

Рух залізничного транспорту (швидкість потягів, безпека тощо) в значній мірі залежить від якості залізничної колії. При цьому особливе місце займає перехідна крива, вставкою якої забезпечується плавність переходу від прямолінійної ділянки шляху до кругової. В даній роботі пропонується метод геометричного моделювання просторової перехідної кривої ділянки залізничного шляху при відомих точках закінчення прямолінійної ділянки та початку кругової ділянки заданого радіуса, а також кутах нахилу дотичних кривих і відомому відхиленню кривої від дотичної площини в цих точках.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Питанню моделювання перехідних кривих залізничного шляху приділено достатньо уваги. Різні аспекти цього питання висвітлені в наукових роботах [1-5, 8]. Робота, яка пропонується, є продовженням досліджень, присвячених даній тематиці.

Формулювання цілей та завдання статті

Метою статті є подальший розвиток геометричного моделювання перехідних кривих на основі заданого розподілу кривини та скруту. Робота є продовженням досліджень, що проводяться авторами з геометричного моделювання перехідних кривих залізничного шляху, зокрема, роботи [6].

Основна частина

При з'єднанні прямолінійної та кругової ділянок у просторі потрібно забезпечити плав-

РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

ність перехідної кривої, а також рівність кутів нахилу дотичної (φ_1 і φ_2), відхилення кривої від дотичної площини (ψ_1 і ψ_2) та кривини (0 і $1/R$) на її кінцях (рис. 1). Для цього пропонуємо криву, яка генерується за умови, що задано параболічні графіки розподілу кривини K та скруту X :

$$K(s) = a_1 s^2 + b_1 s + c_1;$$

$$X(s) = a_2 s^2 + b_2 s + c_2,$$

де $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ – невідомі параметри розподілів кривини та скруту, що знаходяться в процесі моделювання кривої; s – параметр кривої лінії, що є її довжиною.

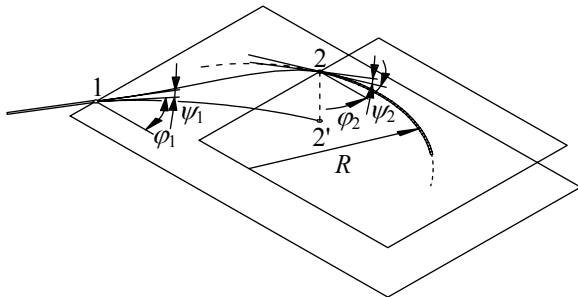


Рис. 1. Просторова перехідна крива

Оскільки перехідна крива з'єднує прямолінійну та кругову ділянки, то в початковій точці 1 її кривина повинна дорівнювати нулю, а в кінцевій точці 2 – $\frac{1}{R}$. З урахуванням обмеження щодо кутів нахилу дотичної та відхилення кривої від дотичної площини в початковій та кінцевій точках перехідної кривої та згідно роботи [5], маємо такі формули для обчислення деяких невідомих параметрів:

$$a_1 = \frac{3}{S^2} \left(\frac{1}{R} - 2 \frac{\Delta\varphi}{S} \right); \quad b_1 = \frac{2}{S} \left(3 \frac{\Delta\varphi}{S} - \frac{1}{R} \right);$$

$$c_1 = 0; \quad c_2 = \frac{\Delta\psi}{S} - S \left(\frac{a_2 S}{3} + \frac{b_2}{2} \right).$$

Формули для обчислення кутів нахилу дотичної та відхилення кривої від дотичної площини знаходяться шляхом інтегрування рівнянь кривини та скруту (з урахуванням формул для обчислення їх параметрів):

$$\varphi(s) = \varphi_1 + \frac{s^2}{S^2} \left[\frac{1}{R} (s - S) - \frac{\Delta\varphi}{S} (2s - 3S) \right];$$

$$\psi(s) = \psi_1 + s \left\{ \frac{\Delta\psi}{S} + (s - S) \left[\frac{a_2}{3} (s + S) + \frac{b_2}{2} \right] \right\},$$

де $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, $\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1$, де S – довжина дуги кривої від точки 1 до точки 2.

Взявши інтегралі від кутів отримаємо параметричні рівняння просторової перехідної кривої [7]:

$$x(s) = x(0) + \int_0^s \cos \psi(s) \cos \varphi(s) ds;$$

$$y(s) = y(0) + \int_0^s \cos \psi(s) \sin \varphi(s) ds;$$

$$z(s) = z(0) + \int_0^s \sin \psi(s) ds.$$

Для знаходження невідомих a_2, b_2 і S підставимо до отриманих рівнянь координати початкової та кінцевої точок:

$$x_2 = x_1 + \int_0^S \cos \psi(s) \cos \varphi(s) ds;$$

$$y_2 = y_1 + \int_0^S \cos \psi(s) \sin \varphi(s) ds;$$

$$z_2 = z_1 + \int_0^S \sin \psi(s) ds.$$

Розв'яжемо систему інтегральних рівнянь числовим методом, для чого знайдемо частинні похідні рівнянь по невідомим параметрам [6]:

$$\frac{\partial F_1}{\partial a_2} = -\frac{1}{3} \int_0^S s (s^2 - S^2) \sin \psi(s) \cos \varphi(s) ds;$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial b_2} = -\frac{1}{2} \int_0^S s (s - S) \sin \psi(s) \cos \varphi(s) ds;$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial S} = \frac{1}{S} \int_0^S \cos \psi(s) \cos \varphi(s) ds -$$

$$-\frac{1}{S} \int_0^S s (s - S) \alpha(s) \sin \psi(s) \cos \varphi(s) ds -$$

$$-\frac{1}{RS^3} \int_0^S s^2 (s - S) \cos \psi(s) \sin \varphi(s) ds;$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial a_2} = -\frac{1}{3} \int_0^S s (s^2 - S^2) \sin \psi(s) \sin \varphi(s) ds;$$

РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

$$\frac{\partial F_2}{\partial b_2} = -\frac{1}{2} \int_0^S s(s-S) \sin \psi(s) \sin \varphi(s) ds ;$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial S} = \frac{1}{S} \int_0^S \cos \psi(s) \sin \varphi(s) ds -$$

$$-\frac{1}{S} \int_0^S s(s-S) \alpha(s) \sin \psi(s) \sin \varphi(s) ds +$$

$$+\frac{1}{RS^3} \int_0^S s^2(s-S) \cos \psi(s) \cos \varphi(s) ds ;$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial a_2} = \frac{1}{3} \int_0^S s(s^2 - S^2) \cos \psi(s) ds ;$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial b_2} = \frac{1}{2} \int_0^S s(s-S) \cos \psi(s) ds ;$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial S} = \frac{1}{S} \int_0^S \sin \psi(s) ds -$$

$$-\frac{1}{S} \int_0^S s(s-S) \alpha(s) \cos \psi(s) ds,$$

де $\alpha(s) = a_2(s+S) + b_2$.

Для застосування числового методу, потрібно взяти початкові значення невідомих параметрів. Для довжини S за початкове значення можна взяти відстань між точками 1 і 2, а для коефіцієнтів a_2 і b_2 – довільні значення.

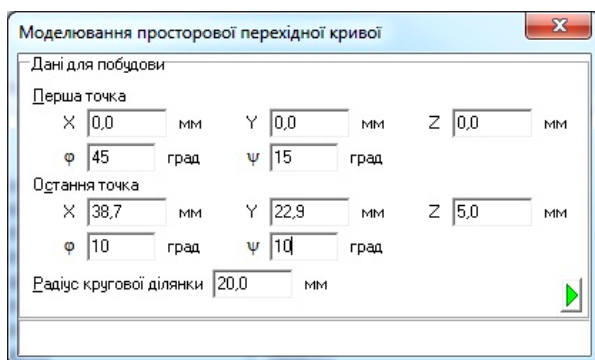


Рис. 2. Основне вікно програми

На основі запропонованого методу розроблено програму моделювання просторових перехідних ліній ділянок залізничного шляху мовою об'єктно-орієнтованого програмування Object Pascal. На рис. 2 показано основне вікно розробленої програми. Відмінність цієї програ-

ми від програми, наведеної в роботі [6], полягає у можливості введення кутів відхилення кривої від дотичної площини в початковій та кінцевій точках.

На рис. 3 наведено приклад геометричного моделювання перехідних кривих у просторі за допомогою розробленої програми. Криві, показані на рисунку, змодельовані при різних значеннях ординати останньої точки.

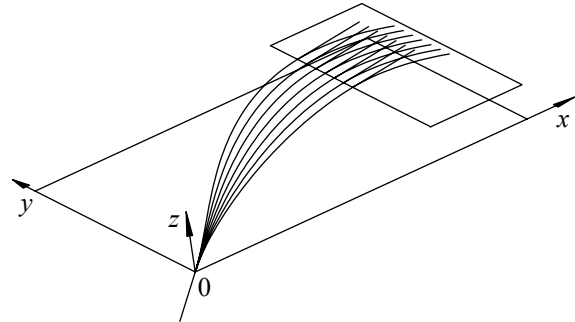


Рис. 3. Результати моделювання просторових перехідних кривих

Висновки

Таким чином, отримано метод моделювання просторової перехідної кривої. На основі цього методу розроблено програму геометричного моделювання просторових перехідних кривих ділянок залізничного шляху з заданими відхиленнями кривої від дотичної площини.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Амелин, С. В. Путь и путевое хозяйство / С. В. Амелин, Л. М. Дановский. – М. : Транспорт, 1986. – 215 с.
2. Эльфимов, Г. В. Теория переходных кривых / Г. В. Эльфимов. – М. : Трансжелдориздат, 1948. – 311 с.
3. Лагута, В. В. Удосконалення проектування кривих залізничної колії в плані : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.22.06 / Лагута Василь Васильович ; "Залізнична колія". – Д., 2002. – 18 с.
4. Финицкий, С. И. Путь и путевое хозяйство железных дорог США / С. И. Финицкий. – М. : Транспорт, 1987. – 215 с.
5. Русу, С. П. Математическая модель пути пространственной конфигурации при различных режимах движения транспортных экипажей / С. П. Русу, В. В. Кравец // Транспорт. Математичне моделювання в інженерних та економічних задачах транспорту : зб. наук. праць / Дніп-

РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

- ропетр. державний техн. ун-т залізн. трансп. – Д., 1999. – С. 114–119.
6. Устенко, С. А. Геометричне моделювання перехідної кривої у просторі / С. А. Устенко, С. В. Діданов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К. : КНУБА, 2012. – Вип. 89. – С. 368–372.
7. Устенко, С. А. Геометричне моделювання просторових кривих ліній заданих кривини та скруту / С. А. Устенко // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Х. : ХДУХТ, 2011. – Вип. 29. – С. 86–90.
8. Zhaia, W. M. Lateral interactions of trains and tracks on small-radius curves / W. M. Zhaia, K. Y. Wanga // Vehicle System Dynamics. – 2006. – Vol. 44, Supplement. – P. 520–530.

С. А. УСТЕНКО¹, С. В. ДИДАНОВ^{2*}

^{2*}Каф. «Инженерная графика», Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова, г. Николаев, Проспект Героев Сталинграда, 9, 54025, Николаев, Украина, тел. +38 (051) 270 91 00, эл. почта sv@didanov.com

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ПЕРЕХОДНОЙ КРИВОЙ

Цель. Движение железнодорожного транспорта (скорость подвижных составов, безопасность движения и т.д.) в значительной степени зависит от качества железнодорожного полотна. При этом особенное место занимает переходная кривая, вставка которой обеспечивает плавность перехода от прямолинейного к круговому участку пути. В статье рассматривается моделирование пространственной переходной кривой на основе параболических законов распределения кривизны и кручения. Работа является продолжением исследований, проводимых авторами касательно моделирования пространственных криволинейных обводов. **Методика.** Построение пространственной переходной кривой осуществляется численным методом решения системы нелинейных интегральных уравнений, где в качестве исходных данных взяты координаты начальной и конечной точек будущей кривой и углы наклона касательных и отклонения кривой от касательной плоскости в этих точках. Для решения системы численным методом находятся частные производные уравнений системы по неизвестным параметрам закона изменения кручения и длине переходной кривой. **Результаты.** Определяются параметрические уравнения пространственной переходной кривой путем нахождения неизвестных коэффициентов параболических распределений кривизны и кручения, а также длины пространственной переходной кривой. **Научная новизна.** Разработан метод построения пространственной переходной кривой, а на его основе – программное обеспечение геометрического моделирования пространственных переходных кривых железнодорожного пути с заданными отклонениями кривой от касательной плоскости. **Практическая значимость.** Полученная кривая может применяться в любой отрасли народного хозяйства, где необходимо обеспечить плавность перехода от прямолинейного к круговому участку пространственного криволинейного обвода. Примером может служить переходная кривая при построении железнодорожного пути, автомобильной дороги, трубопровода, профиля плоского сечения рабочей лопатки турбины и компрессора, корпуса корабля, самолета, автомобиля и т.д.

Ключевые слова: моделирование; пространственная переходная кривая; параболическое распределение кривизны и вращения; железнодорожный путь; безопасность движения

S. A. USTENKO¹, S. V. DIDANOV^{2*}

^{2*}Dep. «Engineering Graphics», National Shipbuilding University named after Admiral Makarov, Nikolaev, Geroyev Stalingrada Av., 9, 54025, Nikolaev, Ukraine, tel. +38 (051) 270 91 00, e-mail sv@didanov.com

METHOD OF CONSTRUCTION SPATIAL TRANSITION CURVE

Purpose. The movement of rail transport (speed rolling stock, traffic safety, etc.) is largely dependent on the quality of the track. In this case, a special role is the transition curve, which ensures smooth insertion of the transition from linear to circular section of road. The article deals with modeling of spatial transition curve based on the

РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

parabolic distribution of the curvature and torsion. This is a continuation of research conducted by the authors regarding the spatial modeling of curved contours. **Methodology.** Construction of the spatial transition curve is numerical methods for solving nonlinear integral equations, where the initial data are taken coordinate the starting and ending points of the curve of the future, and the inclination of the tangent and the deviation of the curve from the tangent plane at these points. System solutions for the numerical method are the partial derivatives of the equations of the unknown parameters of the law of change of torsion and length of the transition curve. **Findings.** The parametric equations of the spatial transition curve are calculated by finding the unknown coefficients of the parabolic distribution of the curvature and torsion, as well as the spatial length of the transition curve. **Originality.** A method for constructing the spatial transition curve is devised, and based on this software geometric modeling spatial transition curves of railway track with specified deviations of the curve from the tangent plane. **Practical value.** The resulting curve can be applied in any sector of the economy, where it is necessary to ensure a smooth transition from linear to circular section of the curved space bypass. An example is the transition curve in the construction of the railway line, road, pipe, profile, flat section of the working blades of the turbine and compressor, the ship, plane, car, etc.

Keywords: modeling; spatial transition curve; parabolic distribution of curvature and torsion; railways; road safety

REFERENCES

1. Amelin S.V., Danovskiy L.M. *Put i putevoye khozyaystvo* [Road and Track Facilities]. Moscow, Transport Publ., 1986. 215 c.
2. Yelfimov G.V. *Teoriya perekhodnykh krivykh* [Theory of transitional curves]. Moscow, Transzheldorizdat Publ., 1948. 311 c.
3. Lahuta V.V. *Udoskonalennia proektuvannia kryvykh zaliznychnoi kolii v plani*. Avtoreferat Diss. [Improvement of railway curves designing in plan. Author's abstract.]. Dnipropetrovsk, 2002, 18 p.
4. Finitskiy S.I. *Put i putevoye khozyaystvo zheleznykh dorog SShA* [Road and Track Facilities of USA Railways]. Moscow, Transport Publ., 1987. 215 c.
5. Rusu S.P., Kravets V.V. Matematicheskaya model puti prostranstvennoy konfiguratsii pri razlichnykh rezhimakh dvizheniya transportnykh ekipazhey [Mathematical model of the spatial configuration of the way at various modes of traffic crews]. *Zbirnyk naukovykh prats Dnipropetrovskoho derzhavnogo tekhnichnoho universytetu zaliznychnoho transportu "Transport. Matematychni modeliuvannia v inzhenernykh ta ekonomichnykh zadachakh transportu"* [Proc. of the State Technical University of Railway Transport Transportation. Mathematical modeling in engineering and business problems of transport], 1999, pp.114-119.
6. Ustenko S.A., Didanov S.V. Heometrychne modeliuvannia perekhidnoi kryvoi u prostori [Geometric modeling of the ease curve in scope]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika - Applied Geometry and Engineering Graphics*, 2012, issue 89, pp. 368-372.
7. Ustenko S.A. Heometrychne modeliuvannia prostorovykh kryvykh linii zadanykh kryvyny ta skrutu [Geometric modeling of spatial curves given curvature and torsion] *Heometrychne ta kompiuterne modeliuvannia. – Geometric and computer modeling*, 2011, issue 29, pp. 86-90.
8. Zhaia W.M., Wanga K.Y. Lateral interactions of trains and tracks on small-radius curves. *Vehicle System Dynamics*, 2006, vol. 44, pp. 520-530.

Стаття рекомендована до публікації д.т.н., проф. Л. А. Манашикіним (США); д.т.н. В. Л. Горобцем (Україна)

Поступила в редколегію 13.02.2013

Прийнята до друку 10.04.2013