



GRAVİTASYON RADYASYONU

Metin SALTİK*, Mustafa KURT, Mehmet KAYMAK*****

* Sakarya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Bölümü, Sakarya

**Sakarya Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Sakarya

*** Sakarya Üniversitesi, Fen-Edebiyat Fakültesi, Fizik Bölümü, Sakarya

ÖZET

Klasik elektromagnetik teoriye göre, ivmelendirilmiş bir yük veya yük sistemi elektromagnetik radyasyon yayar. Bir radyo vericisinin antenindeki yükler anten boyunca ivmelendirilerek, antenin bulunduğu ortamda, ışık hızıyla yayılan elektromagnetik radyasyon elde edilmektedir ve bugünkü radyo vericilerinin hepsi bu prensibe göre çalışmaktadır. Bu çalışmada ivmelendirilmiş yük sistemlerinin radyasyon yayma ilkeleriyle, ivmelendirilmiş madde sistemleri arasında bir benzetme yapılarak, gravitasyona neden olan sistemler araştırılmıştır.

Anahtar Kelimeler : Gravitasyon, Magnetik dipol, Kütle dipolü, İkili yıldızlar, Kuadripol

GRAVITATIONAL RADIATION

ABSTRACT

According to classical electromagnetic theory, an accelerated charge or system of charges radiates electromagnetic waves. In a radio transmitter antenna charges are accelerated along the antenna and release electromagnetic waves, which is radiated at the velocity of light in the surrounding medium. All of the radio transmitters work on this principle today. In this study an analogy is established between the principles by which accelerated charge systems makes radiation and the accelerated mass system, and the systems causing gravitational radiation are investigated.

Key Words: Gravitation, Magnetic dipol, Mass dipol, Binary stars, Quadripole

1. GİRİŞ

\vec{d}_e : Elektrik Dipol, \vec{d}_m : Kütle Dipolü, $Q_{\alpha\beta}$: Kütle Kuadripolü, J_n : n^4 . Dereceden Bessel Fonksiyonu.

İvmelendirilmiş bir yük sistemi elektromagnetik radyasyon yaydığından, benzetme yapılarak, hızlandırılmış madde sistemlerinin de gravitasyonel radyasyon yayması gerekir. Gerçekten hızlandırılmış veya ivmelendirilmiş kütle sistemlerinin gravitasyonel dalga yaydıkları, nötron yıldızları, süpernovalar gibi gök cisimlerinin incelenmesi sonucunda görülmüştür. Elektromagnetik radyasyon ile gravitasyon radyasyonu arasında en önemli fark etkileşim taneciklerinin spinlerinden kaynaklanır.

Elektromagnetik radyasyonun etkileşim taneciği olan fotonların spinleri $s = 1$ iken, gravitasyonel alanın etkileşim taneciği olan gravitonların spinleri $s = 2$ 'dir. Fakat her iki etkileşim taneciğinin spinlerinin tamsayı oldukları ve böylece Bose-Einstein istatistik yasalarına uyan bir özelliğe sahip oldukları bilinmektedir.

Elektromagnetik durumda izole edilmiş bir yük sisteminin en kuvvetli radyasyonu, bir elektrik dipolün radyasyonudur. Elektrik dipolün tanımı (Plonsey ve Collin, 1961).

$$\vec{d}_e = \sum_i e_i \vec{r}_i \quad (1)$$

olarak verilir. Burada e_i i. taneciğin yükünü, \vec{r}_i 'de konumu ifade etmektedir. Dipol radyasyonunun şiddeti (\vec{d}_e) vektörüyle doğru orantılıdır. Burada doğrudan bir benzetme yaparak (e_i) terimini (m_i) ile değiştirirsek, bir kütle dipolünü şu şekilde tanımlayabiliriz.

$$\vec{d}_m = \sum_i m_i \vec{r}_i \quad (2)$$

Burada (m_i) i. taneciğin kütlesidir. (2) ifadesinin zamana göre 1. türevini alırsak,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\vec{d}_m) &= \frac{d}{dt} \left[\sum_i m_i \vec{r}_i \right] \\ &= \sum_i m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \sum_i \vec{P}_i \end{aligned}$$

Burada görülüyor ki, kütle dipolünün zamana göre türevi,

$$\frac{d}{dt}(\vec{d}_m) = \sum_i \vec{P}_i \quad (3)$$

sistemin toplam momentumuna eşittir. İzole bir sistemde momentum korunacağından dolayı gravitasyonel fizikte dipol radyasyonundan söz edilemez. Elektromagnetik teoride dipolün radyasyonu, manyetik dipolün veya elektrik kuadropolün radyasyonuna benzer. Bir manyetik dipolün radyasyonu zamana göre ikinci türevi ile belirlenir. Bir sistemin (μ) manyetik dipolü, (Plonsey ve Collin, 1969).

$$\vec{\mu}_m = \sum_i \vec{r}_i \times (\vec{e}_i \cdot \vec{v}_i) \quad (4)$$

ifadesiyle verilir. Yine benzetme yaparak, $e_i \rightarrow m_i$ olarak gravitasyondaki karşılığı,

$$\vec{\mu}_g = \sum_i \vec{r}_i \times (m_i \cdot \vec{v}_i) \quad (5)$$

olacaktır. (5) ifadesinin radyasyon meydana getirdiğini anlayabilmek için, bu ifadenin zamana göre ikinci türevini alalım,

$$\frac{d^2}{dt^2}(\vec{\mu}_g) = \frac{d^2}{dt^2} \left[\sum_i \vec{r}_i (m_i \cdot \vec{v}_i) \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}(\vec{\mu}_g) &= \frac{d}{dt} \left[\sum_i \frac{d}{dt}(\vec{r}_i \times m_i \cdot \vec{v}_i) \right] \\ &= \frac{d}{dt} \left[\sum_i \frac{d}{dt}(\vec{L}_i) \right] \\ &= \sum_i \frac{d^2}{dt^2} \vec{L}_i \\ \frac{d^2}{dt^2}(\vec{\mu}_g) &= \sum_i \frac{d^2 \vec{L}_i}{dt^2} \end{aligned} \quad (6)$$

(6) ifadesi de açısal momentumun zamana göre ikinci türevine eşittir. Açısal momentum korunumundan dolayı, manyetik dipolün radyasyonuna benzer bir radyasyon yoktur.

Şimdi incelememizi biraz daha ilerletip kuadripol ifadesini tesis ederek, yine benzetme yöntemimizi kullanıp bir kütle kuadropolü tanımlayalım. Bunun için, (Gedikoğlu, 1988).

$$V(\vec{r}) = V_{(0)} + \vec{r} \cdot \text{grad } V(\vec{r})_{\vec{r}=0} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 x_i x_j \frac{\partial^2 V}{\partial x_i \partial x_j} + \dots$$

potansiyel serisinin 3. terimine

$$\frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 r^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x_i^2} \Big|_{x_i=0} = \frac{1}{6} r^2 (\Delta V)_{\vec{r}=0} \quad (7)$$

şeklinde bir terim çıkaralım. Ayrıca $\vec{E} = -\Delta V(\vec{r})$ olduğunu da hatırlarsak, böylece

$$E_j = \frac{\partial V}{\partial x_j} \quad (8)$$

olacağından,

$$V(\vec{r}) = V_{(0)} - \vec{r} \cdot \vec{E}(0) + \frac{1}{6} r^2 \Delta V(0) - \frac{1}{6} \sum_{i,j} (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) \frac{\partial^2 E_i}{\partial x_j^2} + \dots$$

elde edilir. Dışarıdan uygulanan bir alan durumunda, $\Delta V(0)=0$ olacağından etkileşim enerjisi için,

$$\begin{aligned} W &= V(0) \int \rho_e(\vec{r}) dV \\ &- \frac{1}{6} \sum_{i,j} \frac{\partial E_i}{\partial x_j} \int (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) \rho_e(\vec{r}) dV + \dots \end{aligned} \quad (9)$$

ifadesi bulunur. Bu denklemdeki,

$$Q_{ij} = \int (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) \rho_e(\vec{r}) dV \quad (10)$$

terimine elektrik kuadrupolü denir (Bransden ve Joachain, 1989). Benzetme yaparak, $\rho_e \rightarrow \rho_m$

aldığımızda kütle kuadrupolü olarak,

$$Q_{\alpha, \beta} = \int \rho_m (3x^\alpha x^\beta - \delta_\alpha^\beta x^\gamma x^\gamma) dV \quad (11)$$

elde edilir. Elektrik kuadrupolün radyasyonuna benzer bir radyasyon kütle kuadrupolünde ortaya çıkmaktadır ve bu radyasyon kütle kuadrupolünün değişim hızıyla belirlenir.

$$\frac{dQ_{\alpha, \beta}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\rho_m (3x^\alpha x^\beta - \delta_\alpha^\beta x^\gamma x^\gamma) dV \right] \quad (12)$$

\dot{n} birim vektör doğrultusunda, birim steradyan başına yayınlanan gravitasyonel radyasyon yoğunluğu ise,

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t \partial \Omega} = \frac{G}{36\pi c^5} \left[\frac{1}{4} (\ddot{D}_{\alpha\beta} n^\alpha n^\beta)^2 + \frac{1}{2} (\ddot{D}_{\alpha\beta} D^{\alpha\beta}) - (\ddot{D}_{\alpha\beta} D_{\alpha\beta} n^\beta n^\gamma) \right]$$

olur. Gravitasyon radyasyonunun toplam gücü ise

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{G}{35 c^5} (\ddot{D}\alpha\ddot{\beta})^2 \quad (13)$$

olur.

2. İKİLİ YILDIZLARIN GRAVİTASYONEL RADYASYONU

Bir çift yıldız sistemi ortak bir gravitasyonel dalga yayınlarlar. Başlangıçta, gravitasyonel alan yıldız çiftinde zayıftır. Bunun nedeni oluşumun ilk anında bu çiftli sistem hareketsizdir ve çift eliptik yörüngeye sahiptir. Bu yörünge Newton mekaniği tarafından (Özemre, 1981).

$$U_o = \frac{1}{r} = \frac{GM}{a^2} (1 + \text{ecos}\phi) \quad (14)$$

ifadesiyle verilir. Bu ifadeden r için

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + \text{ecos}\phi} \quad (15)$$

$a = r_{\min} / (1 - e)$ elipsin ana eksenidir.

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{G}{45c^5} (\ddot{D}\alpha\ddot{\beta})^2 \quad (16)$$

ifadesini kullanarak, çift yıldızların radyasyonunun toplam gücünü değerlendirebiliriz. Bunun için,

$$L \equiv -\frac{dE}{dt} = \left[\frac{32 G^4}{5 c^5} M_1^2 M_2^2 (M_1 + M_2) / a^5 \right] f(e)$$

ifadesini yazabiliriz. Burada M_1 ve M_2 sırasıyla yıldızların kütleleridir ve

$$f(e) = \frac{1}{(1 - e^2)^{7/2}} \left(\frac{73}{24} e^2 + \frac{37}{96} e^4 \right) \quad (17)$$

Bu f(e) fonksiyonu Şekil 1'de gösterilmiştir. Buradan radyasyon gücü görülebilir. Grafikten görüldüğü gibi fonksiyon dış merkezlilikle beraber artmaktadır. Bu artışın nedeni büyük dış merkezliktir. Daha büyük ivmelerde yıldız sisteminin radyasyonunda bir artış gözlenmektedir. Bu radyasyona, daha önce değinilen kuadrupol moment sebep olmaktadır. Gravitasyonel radyasyonun frekansı, bir çembersel yörünge için Ω / π 'dir. Burada $(\Omega)/1T$ dönen yıldız sisteminin çembersel frekansdır ve

$$\Omega = \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a^3}} \equiv \frac{2\pi}{T} \quad (18)$$

ifadesiyle verilmektedir. Bu ifadedeki (T) çift yıldızın periyodudur. Eliptik yörüngeler için muhtelif harmonik frekanslar mevcuttur.

Radyasyonun toplam gücünü ve $\left(\frac{n\Omega}{\pi} \right)$ frekansını

hesaplamak için Fourier-analizini kullanırız (Churchill ve Brawn).

$$L(n) = \frac{32}{5} \left(\frac{G^4}{c^5} \right) M_1^2 M_2^2 (M_1 + M_2) a^{-5} g(n, e)$$

ve,

$$g(n, e) = \left(\frac{n^4}{32} \right) \left\{ \left[J_{n-2}(ne) - 2eJ_{n-1}(ne) + \frac{2}{n} J_n(ne) \right. \right. \\ \left. \left. + 2eJ_{n+1}(ne) - J_{n+2}(ne) \right]^2 + (1 - e^2) \right\}$$

$$\left[J_{n-2}(ne) - 2J(ne) + J_{n+2}(ne) \right]^2 + \left(\frac{4}{3n^2} \right) J_n^2(ne) \quad (19)$$

Burada J_n , n^4 dereceden Bessel fonksiyonudur (Lois ve Lavrence, 1971). $g(n,e)$ fonksiyonunun şekilde verilen (n) ile değişimi görülmektedir ve büyük dış merkezliliğin sonucuna bağlıdır.

Tablo 1 Bazı İkili Yıldız Sistemlerinin Parametreleri

İsim	Periyot	m_1/M	m_2/M	Uzaklık (pc)	L (erg s ⁻¹)	Yüzeydeki, Enerji Akışı (erg s ⁻¹ cm ⁻²)
β Cas	480.000 yıl	0.94	0.58	5.9	5.6x10 ¹⁴	1.4x10 ⁻²⁹
ξ Boo	149.95 yıl	0.85	0.75	6.7	3.6x10 ¹⁴	6.7x10 ⁻²⁸
Sirius	49.94 yıl	2.28	0.98	2.6	1.1x10 ¹⁴	1.3x10 ⁻²⁴
Fu 46	13.12 yıl	0.31	0.25	6.5	3.6x10 ¹⁴	7.1x10 ⁻²⁶
β Lyr	12.925 gün	19.48	9.74	330.0	0.057x10 ³⁰	0.004x10 ¹¹
UWCMa	4.295 gün	40.00	31.00	1470.0	49x10 ³⁰	0.019x10 ¹¹
β Per	2.867 gün	4.70	0.94	30.0	0.014x10 ³⁰	0.013x10 ¹¹
WUMa	0.330 gün	0.76	0.57	110.0	0.47x10 ³⁰	0.032x10 ¹¹
UVLeo	0.600 gün	1.36	1.25	68.0	0.63x10 ³⁰	0.012x10 ¹¹
V Pup	1.450 gün	16.60	9.80	390.0	65x10 ³⁰	0.36x10 ¹¹
i Boo	0.268 gün	13.50	0.68	12.0	3.2x10 ³⁰	18x10 ¹¹
YY Fri	0.321 gün	0.76	0.50	42.0	42x10 ³⁰	0.20x10 ¹¹
SW Lac	0.321 gün	0.97	0.83	75.0	1.5x10 ³⁰	0.21x10 ¹¹
WZ Sge	81.00 dakika	0.60	0.03	100.0	0.5x10 ³⁰	0.04x10 ¹¹

Gravitasyon radyasyonu maksimum frekansta yüksek değere ulaşabilir.

Bazı yıldız sistemlerinin gravitasyonel radyasyonlarının parametreleri Tablo 1'de verilmiştir. Bugün, durgun çift yıldızların gravitasyonel radyasyonu laboratuvarlarda dedekte edilemezler. Bu nedenle, bu türden yıldızların gravitasyon radyasyonunu indirekt bir yolla gösterebiliriz ki bu metod kendi sistemleri üzerindeki gözlemlerden hesaplanabilir. Çünkü bir yıldız sistemi gravitasyonel dalga ışıması yapar ki onun enerjisi azalabilir ve parametre değişebilir. Çiftli yıldız sisteminin toplam enerjisi

$$E = -\frac{1}{2} GM_1 M_2 / a \quad (20)$$

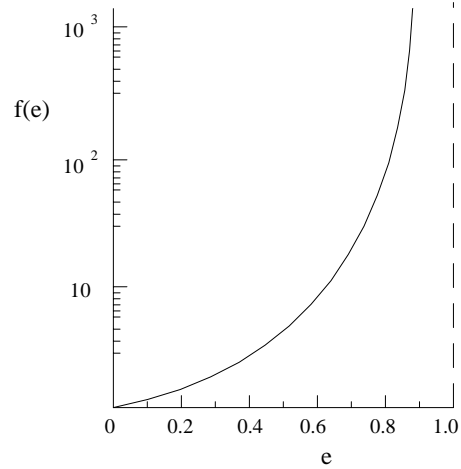
ifadesiyle verilir. Enerjideki kayıplar azar azar olur. Bu azalma,

$$\frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{GM_1 M_2} \frac{dE}{dt} \quad (21)$$

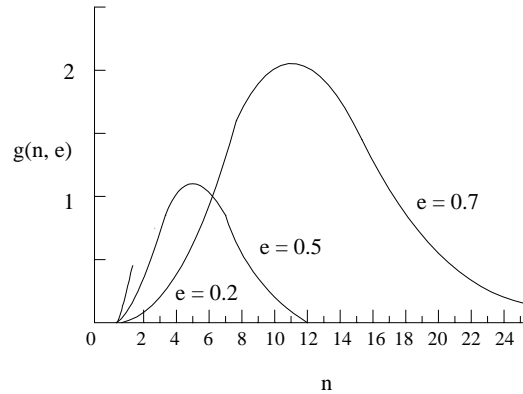
dir. Keplerin 3. kanununda, periyottaki değişim oranını hesaplayabiliriz. Bunun için

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} &= \frac{3}{2} \frac{1}{a} \frac{da}{dt} = \frac{1}{a} \frac{3a^2}{GM_1 M_2} \frac{dE}{dt} \\ &= -\frac{g^6}{5} \frac{G^3}{c^5} M_1 M_2 (M_1 + M_2) \frac{1}{a^4} f \quad (22) \end{aligned}$$

yazabiliriz. Çift yıldızın enerjisindeki bu zayıflama, yayılan gravitasyonel dalgaların enerjisinde bir düşüşe sebep olmaktadır.



Şekil 1 e nin fonksiyonu olarak f (e) nin değişimi



Şekil 2 n 'nin fonksiyonu olarak g nin değişimi

3. SONUÇ

Gravitasyon radyasyonu konusunda günümüze kadar yapılan çalışmalar neticesinde epeyce bir yol alınmasına rağmen elektromagnetik radyasyon konusundaki çalışma sonuçlarından varılan noktaya gelinememiştir. Bunun iki önemli nedeni vardır. Birisi gravitasyonel dalgaların şiddetinin çok zayıf olması, ikincisi ise bu dalgaların alınmasını sağlayacak bir dedektörün geliştirilememesidir. Bu çalışma sonuçlarından da görüldüğü gibi, gravitasyonel fizikte dipol radyasyonunun olmaması, buna karşılık kuartipol radyasyonunun bulunması bu radyasyonun dedekte edilmesini zorlaştırmaktadır. Laboratuvar bazında bir inceleme yapılabilmesi için çok büyük kütlelere ihtiyaç duyulduğu yine bu çalışmadan anlaşılmaktadır. Bundan dolayı bu tür radyasyonun algılanmasında direkt olmamakla beraber büyük kütleli çift yıldız sistemlerinin incelenmesi gerektiği sonucuna varılmaktadır. Gelecekte laboratuvar bazında bu dalgaları dedekte edebilecek ve büyük kütlelere ihtiyaç duyulmayacak gelişmelerin olacağı tahmin edilmektedir.

4.KAYNAKLAR

Bransden, B. H., Joachain, C. J., 1989. Atom ve Molekül Fiziği, Çeviri: Fevzi Köksal, Hasan

Gümüş, 19 Mayıs Üniv. Yay. No: 43 Samsun .

Churchill, R. V., Brawn, J. V., Fourier Boundary Value Problems, Fourth Edition.

Gedikoğlu, A., 1988. Çekirdek Fiziğine Giriş, KTÜ Yayınları Genel Yay. No: 130 Trabzon 1988.

Lois, A. P., Lavrence, R., 1971. Applied Mathematics for Engineers and Physicists" Harvill" MC Graw-Hill, ISBN 0-07-085577-3, Singapore.

Özemer, A. Y., 1981. Klasik Teorik Mekanik, İst. Üniv. Fen Fak. Sayı 2833.

Plonsey, R., Collin, R. E., 1961. Principles and Applications of Electromagnetic Fields, MC Graw-Hill Comp. New York.

Plonsey, R., Collin, R. E., Fundamentals of Electricity and Magnetism, MC Graw-Hill Comp. New York 1969. ISBN 07-034780-8.