https://doi.org/10.31107/2075-1990-2024-3-51-67

Применение байесовского подхода к прогнозированию налоговых поступлений на примере Республики Армения

Гарик Арменакович Петросян
E-mail: garik.petrosyan@minfin.am, ORCID: 0000-0002-4711-7615
Министерство финансов Республики Армения, г. Ереван, Республика Армения
Нарек Наириевич Карапетян
E-mail: narek_karapetyan@minfin.am, ORCID: 0000-0003-4978-6107
Министерство финансов Республики Армения, г. Ереван, Республика Армения
Андраник Атомович Маргарян
E-mail: andranik.margaryan@minfin.am, ORCID: 0000-0002-3692-3259
Министерство финансов Республики Армения, г. Ереван, Республика Армения
Алексей Николаевич Соколов
E-mail: asokolov@nifi.ru, ORCID: 0009-0008-8986-6527
Научно-исследовательский финансовый институт Минфина России, г. Москва, Российская Федерация
Ирина Игоревна Яковлева
E-mail: yakovlevai@nifi.ru, ORCID: 0000-0003-0871-8706
Научно-исследовательский финансовый институт Минфина России, г. Москва, Российская Федерация
Антон Игоревич Вотинов
E-mail: avotinov@nifi.ru, ORCID: 0000-0002-2972-8498
Научно-исследовательский финансовый институт Минфина России, г. Москва, Российская Федерация

Аннотация

В работе рассматривается байесовский подход к прогнозированию суммарных налоговых поступлений Республики Армения. Данный подход преимущественно используется в больших VAR-моделях для получения прогнозов макроэкономических показателей. Цель данного исследования — оценить эффективность байесовских методов при построении VAR-моделей относительно небольшой размерности для прогнозирования бюджетных доходов. Также была поставлена задача по разработке инструмента, позволяющего делать прогнозы налоговых поступлений в рамках реальных прогнозных раундов. Анализ проводится на квартальных данных суммарных налогов и соответствующих прокси налоговых баз, очищенных от сезонности. При построении BVAR-моделей, на основе которых делается прогноз, используется иерархических подход, который подразумевает случайный характер дисперсий априорных значений коэффициентов и характеризуется высокой вариабельностью в части выбора гиперпараметров. Для определения оптимальной с точки зрения качества вневыборочного прогноза архитектуры BVAR-модели предложен алгоритм подбора прайоров и значений параметров, который позволяет значительно снизить ошибку прогноза. Контроль сходимости параметров моделей осуществляется путем анализа метрик тестов Geweke, Gelman and Rubin и коэффициента принятия алгоритма Метрополиса — Гастингса. Показано, что включение дополнительных априорных распределений на сумму коэффициентов (sum-of-coefficients prior) *и фиктивного наблюдения на единичный корень (dummy-initial-observation prior или single-unit-root), допускающих наличие единичного корня и коинтеграции между переменными, улучшает качество вневыборочных прогнозов. В результате предложена BVAR-модель, отобранная с помощью разработанного нами алгоритма, которая имеет более низкую ошибку вневыборочного прогноза по сравнению с частотной VAR-моделью.*

Ключевые слова: *прогнозирование налоговых поступлений, модели векторной авторегрессии, байесовский иерархический подход*

JEL: *C11, C32, H68*

Для цитирования: *Петросян Г. А. и др. Применение байесовского подхода к прогнозированию налоговых поступлений на примере Республики Армения // Финансовый журнал. 2024. Т. 16. № 3. С. 51–67. https://doi.org/10.31107/2075-1990-2024-3-51-67.*

---

https://doi.org/10.31107/2075-1990-2024-3-51-67

Bayesian Approach to Forecasting Aggregate Taxes of the Republic of Armenia

Garik A. Petrosyan[1], ***Narek N. Karapetyan***[2], ***Andranik A. Margaryan***[3], ***Aleksei N. Sokolov***[4], ***Irina I. Yakovleva***[5], ***Anton I. Votinov***[6]

[1, 2, 3] *Ministry of Finance of Republic of Armenia, Yerevan, Republic of Armenia*
[4, 5, 6] *Financial Research Institute, Moscow, Russian Federation*

[1] *garik.petrosyan@minfin.am, https://orcid.org/0000-0002-4711-7615*
[2] *narek_karapetyan@minfin.am, https://orcid.org/0000-0003-4978-6107*
[3] *andranik.margaryan@minfin.am, https://orcid.org/0000-0002-3692-3259*
[4] *asokolov@nifi.ru, https://orcid.org/0009-0008-8986-6527*
[5] *yakovlevai@nifi.ru, https://orcid.org/0000-0003-0871-8706*
[6] *avotinov@nifi.ru, https://orcid.org/0000-0002-2972-8498*

Abstract

This paper is devoted to the application of the Bayesian approach to the forecasting of aggregate taxes on the example of the Republic of Armenia. Typically, this approach is used in large-scale BVARs to forecast macroeconomic variables. The objective of this study is to estimate the efficiency of the Bayesian approach to constricting relatively low-scale fiscal VARs. Another objective is to build a specific BVAR model for forecasting tax revenues in the context of actual forecasting rounds. The study is based on seasonally adjusted quarterly aggregate tax data and the corresponding proxy bases. A hierarchical approach to the selection of BVAR's priors is implemented. It assumes the random nature of variances in the prior values of the coefficients. The hierarchical approach is also characterized by a high level of variability of hyperparameters. To determine the optimal structure of the BVAR model in terms of out-of-sample prediction accuracy, a special algorithm was developed. This algorithm involves a specific procedure for the selection of priors and model parameters, which allows to significantly minimize the prediction error. The Geweke and Gelman-Rubin tests were used/considered to check the convergence of the parameters, and the acceptance rate of the Metropolis-Hastings algorithm was taken into account. It Additional priors, such as the sum-of-coefficients prior and the dummy-initial-observation prior (single-unit-root), are shown to improve the quality of out-of-sample forecasts. These priors allow for the possibility of the existence of a single root and cointegration between variables. The main finding of this study is that the proposed algorithm for selecting parameters in BVAR significantly improves out-of-sample performance compared to traditional frequency VAR.

Keywords: *aggregate tax forecasting, vector autoregressive model (vector autoregression), Bayesian hierarchical approach*

JEL: *C11, C32, H68*

For citation: *Petrosyan G.A. et al. (2024). Bayesian Approach to Forecasting Aggregate Taxes of the Republic of Armenia. Financial Journal, 16 (3), 51–67 (In Russ.).*
https://doi.org/10.31107/2075-1990-2024-3-51-67.

ВВЕДЕНИЕ

Прогнозирование налоговых поступлений является одной из основных составляющих бюджетной политики государства. Для формирования расходных статей бюджета необходимо иметь представление о будущих поступлениях, в том числе с учетом различных сценариев динамики налоговых баз. Чем более точной и гибкой является система прогнозирования доходов, тем более надежны и обоснованы принимаемые управленческие решения. В конечном счете это влияет на сбалансированность бюджетной политики и устойчивость государственных финансов.

В разных странах данная задача решается с помощью широкого спектра методов: от экспертных оценок до сложных макроэкономических моделей. Помимо очевидного критерия точности систем прогнозирования немаловажно соответствие архитектур моделей общеэкономическим соображениям. Возможность интерпретировать результаты работы модели, подразумевающая в первую очередь обоснование причин получения тех или иных значений, также является очень важным критерием.

Для построения прогнозов налоговых поступлений применяют разнообразные методы, которые могут использоваться параллельно в зависимости от типа налога. Одним из базовых методов выступает метод экспертных оценок, основанный на глубоком понимании происходящих в экономике процессов и анализе макроэкономических тенденций. Однако главной проблемой такого подхода является непрозрачность, субъективность и возможность искажения результатов. Преодолеть недостатки данного метода можно путем использования консенсус-прогноза, а примером такой практики является метод Дельфи [Landeta, 2006].

Экспертные оценки могут служить также вспомогательным методом для объяснения разовых эффектов или для учета планирующихся дискреционных изменений, когда в качестве основного подхода используются количественные методы.

Прогнозирование налоговых доходов с помощью методов прямого счета можно отнести ко второму типу инструментов прогнозирования. Такой подход наряду с другими методами применяется во многих странах[1]. В рамках данного подхода в прогнозном периоде индексируются соответствующие налоговые поступления за предыдущий период либо к предполагаемым налоговым базам применяют определенные законодательством налоговые ставки, или рассчитанные по прошлым периодам эффективные ставки, или коэффициенты собираемости. Данные методы отличаются прозрачностью и отражают общие тенденции и ожидания в экономике, однако на качество их прогнозов влияют внешние макропрогнозы, за которые зачастую отвечают ведомства, не занимающиеся непосредственно прогнозированием налоговых доходов.

К моделям данного типа также следует отнести модели налоговой эластичности. Целью работы с такими моделями является получение оценки, которая отражает «автоматическую» реакцию налоговых поступлений на изменения базы. Однако при оценке регрессии

[1] *2019-20 Medium-term Fiscal Projection / Parliamentary Budget Office, 2019. URL: https://www.pbo.gov.au/publications-and-data/publications/fiscal-projections-and-sustainability/2019-20-medium-term-fiscal-projections.*

данного типа на коэффициент базы могут влиять дискреционные изменения в налоговой политике. Поскольку такие изменения воздействуют как на поступления по налогу, так и на базу налога, оценка эластичности может быть смещена. МВФ, например, рекомендует корректировать налоговые поступления на дискреционные изменения до оценки регрессии, чтобы обеспечить точность прогнозов [Greene, 2014].

К другому типу методов подготовки прогнозов можно отнести широкий набор моделей временных рядов. Этот набор включает в том числе модели, использующие только один показатель — ряд прогнозируемых налоговых поступлений. Прогноз может быть выполнен путем выделения тренда с использованием эконометрического анализа или фильтрационной процедуры. Методы выделения тренда могут включать в себя линейный тренд, скользящее среднее с равными или неравными весами или экспоненциальное сглаживание, такое как метод Хольта — Винтерса[2]. К моделям, которые включают только ряд налоговых поступлений, относятся также модели класса ARIMA (авторегрессионная интегрированная модель скользящего среднего).

Еще одной категорией моделей временных рядов являются многомерные модели, такие как VAR (векторная авторегрессионная модель) и VECM (векторная модель коррекции ошибок). Данные модели помимо налога включают также дополнительные объясняющие переменные и подобно ARIMA-моделям и методам выделения тренда не требуют экзогенных предположений о динамике макроэкономических переменных, которые выступают в качестве регрессоров в модели. Каждая переменная в системе прогнозируется в рамках оцениваемой модели.

Важной категорией моделей временных рядов, применяемых для разработки среднесрочных прогнозов, являются каузальные модели, которые используют внешнюю информацию о предполагаемой динамике регрессоров. При этом создается эконометрическая модель, где зависимыми переменными выступает ряд налоговых поступлений, а независимыми — любой набор переменных, влияющих на поступления по рассматриваемой категории налогов и способствующих более точному их прогнозированию.

Одним из таких регрессоров может быть ВВП, поскольку прогноз ВВП на ближайшие годы обычно доступен. Для получения более точного прогноза целесообразно использовать налоговую базу или ее макроэкономическую прокси в качестве дополнительного регрессора. Однако для этого требуется подготовка прогноза данной переменной. Кроме того, в качестве дополнительных регрессоров можно выбрать и другие показатели. Например, при прогнозировании поступлений от налога с продаж в штате Индиана в США учитывается доля жителей старше 65 лет, а для прогноза поступлений от налога на доходы физических лиц — динамика индекса S&P[3].

Для разработки прогнозов налоговых поступлений применяются также микросимуляционные модели. Эти модели основаны на базах микроданных, содержащих разнообразную информацию о каждом отдельном налогоплательщике. Они позволяют оценить распределение налогоплательщиков по различным показателям и определить объем налоговых поступлений, получаемых от них. Примеры использования такого подхода можно найти в работах[4].

---

[2] *Revenue and expenditure forecasting techniques for a PER Spending / CEPAL, 2015. URL: https://www.cepal.org/sites/default/files/project/files/annex_3_revenue_and_expenditure_forecasting_methods_for_the_sector_per.pdf.*

[3] *Revenue Forecast. Methodology and Technical Documentation, State of Indiana, April 2017. URL: https://www.in.gov/sba/files/Revenue-Forecasting-Methodology.pdf.*

[4] *Review of Treasury macroeconomic and revenue forecasting / Australian Government. The Treasury, 2012. URL: https://treasury.gov.au/sites/default/files/2019-03/forecasting-review.pdf; CBO's Revenue Forecasting Record / CBO, 2015. URL: https://www.cbo.gov/sites/default/files/114th-congress-2015-2016/reports/50831-revenueforecasting-onecolumn.pdf.*

Микросимуляционные модели могут применяться и для оценки последствий изменений в налоговой политике.

Вне зависимости от выбранного подхода разработка методологии прогнозирования предполагает тщательный анализ данных и их подготовку, особенно при использовании количественных методов. При формировании бюджетных прогнозов важность этапа предварительной подготовки обусловлена частотой дискреционных изменений в налоговой политике, которые существенно влияют на анализируемые временные ряды. Окончательный выбор в пользу того или иного подхода к прогнозированию завит от множества факторов, связанных как с типом прогнозируемого налога, так и с объемом и качеством имеющихся данных.

Как отмечено выше, одними из общепринятых в макроэкономике подходов прогнозирования, относящихся к категории моделей временных рядов, являются векторные авторегрессии, позволяющие в относительно простой форме учесть взаимосвязь большого количества макропараметров в рамках одной модели. Данный подход является частью системы прогнозирования, используемой в Республике Армения. Проблемой моделей такого класса является квадратичный рост количества оцениваемых параметров при увеличении размерности модели, что зачастую усугубляется ограниченностью выборок данных. Излишняя параметризация может приводить к тому, что при достаточно высоком качестве внутривыборочных прогнозов такие модели дают неудовлетворительные результаты при построении вневыборочных прогнозов.

Наиболее популярным методом решения данной проблемы в современной макроэкономике выступает байесовский подход, согласно которому коэффициенты в модели рассматриваются как случайные величины, а для их распределений используется априорная информация [Chan et al., 2019]. Помимо решения проблемы излишней параметризации BVAR-модели показывают более высокое качество прогнозов по сравнению с частотными VAR [Doan et al., 1984; Clark, McCracken, 2006].

Ключевым аспектом построения BVAR-модели является выбор априорных распределений и значений гиперпараметров (или параметров априорного распределения), для которого не существует общепринятого подхода. Чаще всего выбор значений гиперпараметров осуществляется экзогенно с привлечением некоторых экономических соображений [Гусева, Силаев, 2021]. Для эндогенного подбора гиперпараметров в литературе используются процедуры, подразумевающие минимизацию ошибки прогнозов вне выборки [Litterman, 1980] или внутри выборки [Bańbura, et al., 2010]. Также существует иерархический подход [Altavilla et al., 2018; Altavilla et al., 2019; Miranda-Agrippino, Rey, 2020; Nelson et al., 2018], предполагающий, что гиперпараметры могут иметь свое распределение (гиперприорное распределение), которое оценивается также с помощью байесовского закона. В исследовании [Giannone et al., 2015] показывается, что иерархический подход к выбору параметров априорного распределения позволяет добиться высокой точности вневыборочных прогнозов.

Несмотря на широкое распространение байесовского подхода для решения различных экономических задач в моделях прогнозирования бюджетных доходов, он применяется не очень часто [Molapo, 2017; Krol, 2010; Sabaj Kahveci, 2018], что может быть связано, по-видимому, с его ресурсоемкостью и требованием тонкой настройки параметров априорных распределений на этапе построения модели.

Цель настоящей работы состояла в демонстрации эффективности применения BVAR-моделей относительно небольшой размерности для прогнозирования бюджетных поступлений на примере суммарных налогов Республики Армения. Для решения данной задачи был разработан алгоритм построения BVAR-модели и выбора параметров гиперприорных распределений, минимизирующий среднюю абсолютную ошибку вневыборочного прогноза (MAPE).

БАЙЕСОВСКИЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ МОДЕЛЕЙ ВЕКТОРНОЙ АВТОРЕГРЕССИИ

BVAR-модели — это стандартные VAR-модели, для которых параметры модели рассматриваются как случайные величины, а их оценка осуществляется байесовским методом с учетом априорных распределений. В векторно-матричной форме BVAR-модель с p лагами записывается аналогично формулировке обычной VAR-модели:

$$\boldsymbol{y}_t = \boldsymbol{\alpha}_0 + \boldsymbol{A}_1 \boldsymbol{y}_{t-1} + \cdots + \boldsymbol{A}_p \boldsymbol{y}_{t-p} + \boldsymbol{\epsilon}_t, \tag{1}$$

где $\boldsymbol{y}_t$ — это вектор эндогенных переменных размерности $M \times 1$ (M — количество рассматриваемых переменных), $\boldsymbol{y}_{t-1}, \ldots, \boldsymbol{y}_{t-p}$ — векторы лаговых значений эндогенных переменных аналогичной размерности $\mathrm{M}\times 1$, $\boldsymbol{\alpha}_0$ — вектор констант размерности $M \times 1$, $\boldsymbol{A}_1, \ldots, \boldsymbol{A}_p$ — матрицы коэффициентов размерности $M \times M$, $\boldsymbol{\epsilon}_t \sim \mathcal{N}(0, \boldsymbol{\Sigma})$ — вектор ошибок размерности $M \times 1$, подчиняющийся нормальному распределению с математическим ожиданием 0 и ковариационной матрицей $\boldsymbol{\Sigma}$.

Априорное распределение, предполагающее независимость коэффициентов модели и их многомерное нормальное распределение в сочетании с предположением о постоянстве и диагональности ковариационной матрицы $\boldsymbol{\Sigma}$, предложенное впервые в работе [Litterman, 1986], получило название распределение Миннесоты. Обобщением данного распределения является распределение, допускающее произвольную форму ковариационной матрицы $\boldsymbol{\Sigma}$, элементы которой имеют обратное распределение Уишарта. Комбинация ограничений на коэффициенты модели в виде многомерного нормального распределения и обратного распределения Уишарта для ковариационной матрицы при независимости коэффициентов и матрицы $\boldsymbol{\Sigma}$ называется априорным независимым нормальным обратным распределением Уишарта.

В настоящей работе для оценки BVAR-моделей используется одноименный пакет BVAR на базе программной среды RStudio для языка R [Kuschnig, Vashold, 2021]. В данном пакете реализовано предположение о том, что априорные распределения параметров модели принадлежат классу независимого сопряженного нормального обратного распределения Уишарта:

$$\begin{aligned} \beta | \Sigma &\sim N(b, \Sigma \otimes \Omega), \\ \Sigma &\sim IW(\Psi, d), \end{aligned} \tag{2}$$

где $\beta = vec(\boldsymbol{A})$ — матрицы коэффициентов в векторной форме, b, Ω — параметры многомерного нормального априорного распределения коэффициентов, а Ψ, d — параметры обратного априорного распределения Уишарта. Поскольку в распределении Миннесоты его гиперпараметры b, Ω определяют только распределение матрицы коэффициентов β модели, то далее их будем называть параметрами распределения Миннесоты.

Вектор b задает вектор априорных математических ожиданий коэффициентов модели, а матрица Ω при кронекеровом перемножении с ковариационной матрицей ошибок Σ определяет априорную ковариационную матрицу коэффициентов. Матрица Ψ является матрицей масштаба для обратного распределения Уишарта, а параметр d определяет степень свободы данного распределения. Он задается равным $M + 2$, а именно приравнивается к минимальному значению, при котором существует априорное среднее ковариационной матрицы ошибок $\boldsymbol{\Sigma}$ ($\psi/(d - M - 1)$). Обозначенные параметры априорных распределений, в свою очередь, зависят от других параметров, называемых гиперпараметрами.

Априорное распределение коэффициентов модели с гиперпараметрами α, λ задается в следующем виде [Giannone, Lenza, Primiceri, 2015]:

$$\mathbb{E}[(\boldsymbol{A}_s)_{i,j}|\boldsymbol{\Sigma}] = \begin{cases} \delta_i, \text{если } i = j \text{ и } s = 1, \\ \text{иначе } 0. \end{cases} \quad (3)$$

$$cov\left[(\boldsymbol{A}_s)_{i,j}, (\boldsymbol{A}_r)_{k,l}\middle|\boldsymbol{\Sigma}\right] = \begin{cases} \lambda^2 \dfrac{1}{s^\alpha} \dfrac{\Sigma_{i,k}}{\psi_j/(d-M-1)}, \text{если } l = j \text{ и } r = s, \\ \text{иначе } 0. \end{cases} \quad (4)$$

В случае стационарности рядов, входящих в модель, δ_i устанавливается равным нулю, в противном случае $\delta_i = 1$. Параметр λ отвечает за общую жесткость априорного распределения. При λ, близкой к нулю, данные меньше оказывают влияние на апостериорное распределение и коэффициенты соответствуют априорным предположениям. Параметр α показывает, насколько быстро сокращается дисперсия параметров при увеличении номера лага.

Параметр априорного распределения ψ_j по умолчанию задается как квадратный корень из дисперсии ошибок, рассчитанный после оценки AR(p)-модели для каждого ряда в отдельности.

Помимо основного распределения (2) для моделей с нестационарными переменными рассмотрим также два дополнительных априорных распределения: априорное распределение суммы коэффициентов (*sum-of-coefficients prior*, SOC) и априорное распределение фиктивного начального наблюдения (*dummy-initial-observation prior* или *single-unit-root*, SUR). Первое распределение (SOC) реализует предположение о наличии единичного корня в уравнениях модели через наложение ограничений на сумму коэффициентов, а второе (SUR) позволяет учесть наличие коинтеграции между переменными. Оба распределения реализуются путем добавления фиктивных наблюдений для переменных по различным схемам, подробно описанным в работе [Bańbura et al., 2010]. Гиперпараметрами в данных распределениях выступают коэффициенты, отвечающие за жесткость априорных допущений: для распределения SOC это параметр μ, для SUR — ρ.

При $\mu \to \infty$ априорное распределение суммы коэффициентов становится неинформативным. При $\mu \to 0$ выполняется предположение о существовании единичного корня в каждом уравнении и исключается коинтеграция.

При $\rho \to \infty$ прайор является неинформативным, а при $\rho \to 0$ он задает информацию о том, что либо динамика всех переменных сводится к безусловному среднему, либо имеет как минимум один единичный корень.

Иерархический подход к построению BVAR-модели состоит в том, что сами параметры априорных распределений также имеют распределения с гиперпараметрами второго уровня и оцениваются байесовским методом.

Для гиперпараметров $\lambda, \alpha, \mu, \rho$ в качестве априорного распределения используется гамма-распределение, а для ψ — априорного среднего на главной диагонали матрицы $\boldsymbol{\Sigma}$ с учетом степени свободы d — задается обратное гамма-распределение. Гиперпараметрами второго уровня для указанных распределений выступают моды, дисперсии и границы изменения гиперпараметров первого уровня.

В пакете BVAR для оценки апостериорного распределения параметров используется алгоритм Метрополиса — Гастингса [Byrd и др., 1995]. Немаловажным при построении BVAR-моделей является оценка сходимости параметров, для чего используются тесты Geweke и Gelman and Rubin, анализ метрик которых позволяет подобрать необходимое количество итераций для алгоритма Метрополиса — Гастингса. В пакете BVAR также предусмотрена оценка коэффициента принятия соответствующего алгоритма.

Выбор оптимальных параметров BVAR

Далее предлагается методология подбора параметров гиперприорных распределений, направленная на достижение наилучшего качества прогнозов BVAR-моделей. Прежде чем к ней перейти, обсудим некоторые особенности построения прогнозов и соответствующих метрик, свойственные принятому в настоящей работе подходу.

Во-первых, для измерения прогнозной силы рассматриваемых BVAR-моделей имитируются условия реального прогнозного раунда, когда прогноз строится в конце второго квартала текущего года на следующий год. Для этого используется кумулятивная абсолютная процентная ошибка прогноза (MAPE), рассчитываемая с учетом псевдомакропрогнозов. Под псевдомакропрогнозами понимаются макроэкономические прогнозы, построенные Минфином Армении с использованием многоуровневой системы прогнозирования в каждом квартале на шесть кварталов вперед. Данные прогнозы выполнены в псевдореальном времени, что означает использование фактических значений факторов.

Во-вторых, для расчета вневыборочной кумулятивной ошибки прогноза вся доступная выборка разбивается на обучающую и тестовую. С помощью оцененной на обучающей выборке модели строится прогноз на один-шесть кварталов вперед, что соответствует периодам прогнозирования в реальном прогнозном раунде Республики Армения. Для каждого прогноза рассчитывается соответствующая ошибка:

$$p_{t+h}^{h} = \frac{y_{t+h} - y_{t+h|t}^{f}}{y_{t+h}}, h = 1, \ldots, 6, \tag{5}$$

где p_{t+h}^{h} — процентная ошибка прогноза, сделанного в рамках модели из точки *t* на *h* кварталов вперед, y_{t+h} — фактическое поступление по налогу за соответствующий квартал, $y_{t+h|t}^{f}$ — прогноз, сделанный на этот квартал.

После этого обучающая выборка расширяется на один квартал, модель переоценивается и с новыми оценками параметров рассчитывается прогноз и ошибка прогноза на 1, 2, ..., 6 кварталов вперед. Этот процесс повторяется вплоть до конца доступных для анализа данных.

Поскольку необходимо оценить качество прогноза на будущий год, расчет кумулятивной ошибки прогноза выполняется для сделанных прогнозов начиная с третьего квартала:

$$MAPE_{3-6} = \frac{\sum_{n=1}^{N} |p_{3-6}^{n}|}{N}, \tag{6}$$

где *N* — это количество итераций обучения модели, а $|p_{3-6}^{n}|$ означает среднее значение процентной ошибки прогнозов на третий–шестой кварталы.

Таким образом, для оценки прогнозных свойств моделей используется так называемая кумулятивная ошибка прогноза MAPE, а для прогноза баз применяются псевдомакропрогнозы.

Обратимся к методологии подбора параметров гиперприорных распределений. Предлагаемая концепция работы с BVAR-моделями состоит в том, что на начальном этапе анализируются различные спецификации, отражающие общие представления о структуре моделей для суммарных налогов без использования дополнительных прайоров и имеющие относительно высокие прогнозные свойства. Из пула рассмотренных моделей формируется перечень базовых, которые в дальнейшем модифицируются согласно изложенному ниже алгоритму, состоящему из следующих шагов.

На **первом шаге** для поиска базовых BVAR-моделей в зависимости от того, рассматривается ли модель со стационарными переменными или с нестационарными, диагональные элементы матрицы коэффициентов b, соответствующие первому лагу, полагаются равными либо единице, либо нулю соответственно. Анализируются спецификации с различным набором переменных и количеством лагов. При этом значения параметров гиперприорных распределений принимаются в соответствии с табл. 1.

Таблица 1

Значения гиперпараметров второго уровня для базовых моделей

Параметр	Мода	Стандартное отклонение	Интервал изменений параметра
λ	0,2	0,4	0,0001–5
α	2	Фиксированное	Фиксированный

Источник: составлено авторами.

Начиная со **второго шага** строятся модели, полученные из базовых путем изменения параметров гиперприорных распределений и введения дополнительных прайоров. Так, на втором шаге тестируется влияние на качество прогнозов изменения гиперпарметров α и λ. На **третьем шаге** модели расширяются заданием дополнительных априорных распределений. С учетом иерархического подхода параметры α и λ задаются либо с помощью прайоров, либо фиксируются. Кроме того, рассматриваются варианты, когда один из параметров зафиксирован, а другой задается с помощью прайора, как в базовой модели. Если для модели удается найти некоторый прайор, позволяющий снизить ошибки прогноза, то предпринимается попытка зафиксировать моду для гиперпараметров λ и/или α на основе полученной оценки в модели с наилучшим прайором. Вокруг этой оценки или оценок осуществляется поиск по сетке и определяется характер влияния на ошибку прогноза изменения моды для прайора, задающего λ и/или α.

Переход к третьему шагу алгоритма работы с BVAR-моделями осуществляется, если базовая модель является моделью с нестационарными переменными. В этом случае задаются дополнительные априорные распределения суммы коэффициентов (*sum-of-coefficients prior*, SOC) при всех лагах зависимой переменной и фиктивного наблюдения на единичный корень (*single-unit-root prior*, SUR). С учетом иерархического подхода параметры α и λ в моделях с дополнительными прайорами либо определяются с помощью прайоров, либо оба фиксированы[5], а также один из параметров может быть зафиксирован, а другой задается с помощью прайора, как в базовой модели. Третий шаг также подразумевает поиск оптимальных значений гиперпараметров второго уровня для дополнительных прайоров, базовые значения которых представлены в табл. 2.

Таблица 2

Базовые значения гиперпараметров второго уровня для дополнительных прайоров

Параметр	Мода	Стандартное отклонение	Интервал изменений параметра
μ	1	1	0,0001–50
ρ	1	1	0,0001–50

Источник: составлено авторами.

Таким образом, предлагается некоторая последовательность изменения гиперпараметров или задающих их прайоров, направленная на снижение ошибки прогноза (MAPE) в модифицированных моделях относительно базовых. Шаги разработанного алгоритма позволяют сформировать пул моделей для анализа их прогнозных свойств, выявить наиболее перспективные модели и установить те направления модификации базовой модели, которые позволяют снизить ошибку прогноза. Хотя в алгоритме заложена некоторая последовательность действий, в зависимости от поведения различных BVAR-моделей может меняться спектр направлений для изменения базовых спецификаций.

[5] *Под фиксированными параметрами здесь и ниже понимаются параметры с фиксированной модой.*

Исходные данные

При построении моделей использовались квартальные временные ряды макроэкономических переменных за период с 2000 по 2020 г. включительно, представленные в табл. 3. Источниками данных о государственном бюджете послужили базы Министерства финансов и Статистического комитета Республики Армения. Сведения об инфляции были получены из материалов, публикуемых Центральным банком Республики Армения. Ряды фундаментальных показателей, характеризующих реальный и внешний сектор экономики, брались из баз Статистического комитета Республики Армения и Центрального банка Республики Армения. Все ряды предварительно были очищены от сезонной компоненты с помощью алгоритма X-13ARIMA-SEATS [Sax, Eddelbuettel, 2018].

Таблица 3

Источники данных

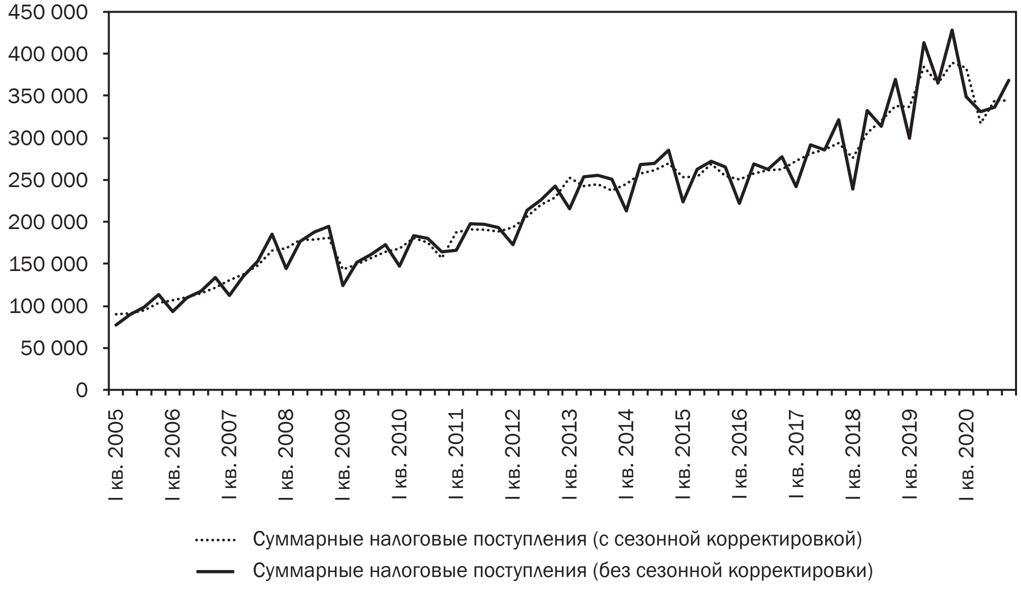
Наименование	Тип данных	Источник
Совокупные налоговые поступления в номинальном выражении	млн драмов	Министерство финансов РА Статистический комитет РА
Государственные расходы в реальном выражении	млн драмов	Министерство финансов РА Статистический комитет РА
Выпуск в реальном выражении	млн драмов	Статистический комитет РА
Частное потребление в реальном выражении	млн драмов	Статистический комитет РА
Импорт в реальном выражении	млн драмов	Центральный банк РА
Инфляция (ИПЦ)	индекс	Центральный банк РА
Валовое накопление основного капитала в реальном выражении	млн драмов	Статистический комитет РА

Источник: составлено авторами на основе указанных источников.

Анализируемые ряды суммарных налоговых поступлений и ряд с сезонной корректировкой представлены на графике (рис. 1).

Рисунок 1

Динамика суммарных налоговых поступлений, млн драмов



Источник: рисунок составлен по данным Министерства финансов Республики Армения и Статистического комитета Республики Армения и по результатам расчетов авторов.

Ряду присущ следующий паттерн сезонности — внутри года минимальные налоговые поступления соответствуют первому кварталу, максимальные — четвертому. Следует отметить, что на ряде суммарных налоговых поступлений сказываются изменения, происходящие на уровне отдельных налогов. Так, снижение поступлений, связанных с НДС, наблюдавшееся в период с середины 2015 по 2017 г., сменяется значительным ростом в 2018 г., что отражается на динамике суммарных налогов. В то же время отдельные изменения могут в некоторой степени взаимно компенсироваться. Например, в 2013 г. были отменены платежи социального обязательного обеспечения и повышена ставка подоходного налога, в результате чего существенных изменений в динамике суммарных налоговых поступлений не наблюдается. В поведении ряда можно выделить устойчивую тенденцию к росту поступлений, которая ожидаемо нарушается в 2009 и в 2020 гг.

РЕЗУЛЬТАТЫ

В соответствии с описанным выше алгоритмом на первом шаге были рассмотрены спецификации моделей для прогнозирования поступлений по суммарным налогам с различным набором переменных (см. табл. 3) и количеством лагов от одного до четырех при базовых значениях гиперпараметров (см. табл. 1). Для каждой модели вычислялись ошибки вневыборочных прогнозов (MAPE) и анализировались метрики сходимости параметров для алгоритма Метрополиса — Гастингса.

Из более 200 рассмотренных спецификаций в качестве базовой модели выбрана модель первого порядка, включающая совокупные налоговые поступления, реальный ВВП, реальный импорт и ИПЦ в логарифмах. Поскольку временные ряды входящих в данную модель переменных являются нестационарными, априорные значения коэффициентов при первых лагах в формуле (3) устанавливались равными единице ($\delta_i = 1$).

При оценивании базовой модели было выбрано количество итераций алгоритма Метрополиса — Гастингса, обеспечивающее сходимость параметров по тестам Geweke и Gelman. Значение ошибки вневыборочных прогнозов данной модели равно 5,26%.

Дополнительно в качестве бенчмарк-моделей были построены VAR- и VECM-модели первого порядка с аналогичным выбранной базовой BVAR-модели набором переменных, для которых также были рассчитаны кумулятивные ошибки вневыборочных прогнозов MAPE. В частотной VAR-модели ошибка прогноза составила 7,55%, в VECM-модели — 9,75%, в авторегрессии первого порядка с константой — 4,48%.

Помимо векторных моделей и авторегрессии первого порядка были предложены альтернативные бенчмарк-модели из одного уравнения, обеспечивающие минимальную ошибку прогноза в своем классе. Хорошие прогнозные свойства соответствуют моделям в сезонных разностях, но в них учитывается другой набор баз. Модель, включающая номинальный выпуск, разрыв выпуска и первый лаг налоговых поступлений, обеспечивает ошибку прогноза, равную 2,3%. Моделям с номинальным ВВП и импортом, а также моделям с потреблением соответствует более высокая ошибка прогноза — от 3,5 до 5,3%.

Уже при базовых значениях параметров распределений (см. табл. 2) BVAR-модель (базовая модель) характеризуется более низкой ошибкой прогноза (5,26%) по сравнению с аналогичными векторными моделями (VAR — 7,55%, VECM — 9,75%) и некоторыми моделями из одного уравнения. Тем не менее, как будет показано далее, гибкие возможности настройки иерархической BVAR-модели позволяют существенно повысить качество вневыборочных прогнозов и получать сопоставимую с лучшими моделями из одного уравнения ошибку прогноза.

Модификации векторных авторегрессионных моделей, оцениваемых с помощью байесовского подхода, будем обозначать по порядку вносимых в них изменений. Согласно алгоритму, далее были рассмотрены модификации базовой модели с различными параметрами распределений для параметров λ и α. В моделях 1, 2, 3 и 4 оба параметра распределения Миннесоты λ и α задаются с помощью прайоров. Прежде чем перейти к описанию результатов, полученных для моделей 1, 2, 3 и 4, отметим, что тестирование влияния изменения ψ на ошибку прогноза оказалось неперспективным. При рассмотрении различных предпосылок о параметрах, отвечающих за форму и масштаб обратного гамма-распределения, задающего ψ, было установлено, что минимальная ошибка прогнозов соответствует модели с базовыми предпосылками о данном гиперпараметре.

Обратимся к модификациям базовой модели. В табл. 4 представлены значения ошибок прогнозов и апостериорные значения λ и α при различных вариантах задания прайоров второго уровня. Данные модификации не приводят к существенному снижению кумулятивной ошибки условного прогноза, напротив, в ряде моделей она повышается относительно базовой. Однако из табл. 4 видно, что наиболее эффективным с точки зрения снижения ошибки прогнозов оказалось увеличение значения моды, дисперсии и расширение диапазона значений прайора для λ в модели 3, что означает предположение о более сильном влиянии данных на оцениваемые значения коэффициентов. По сравнению с базовой моделью ошибка условного прогноза модели 3 снижается на 1,9 п. п., в этой модели, как и в моделях 1 и 2, обеспечивается сходимость гиперпараметров.

Таблица 4

Ошибка прогноза моделей 1–4 с различными прайорами для гиперпараметров λ и α и их апостериорные значения

Модель	Параметры распределений для λ и α	MAPE, %	λ	α
Базовая	λ: mode = 0,2, sd = 0,4, min = 0,0001, max = 5 α: mode = 2	5,26	0,14	2
1	λ: mode = 0,2, sd = 0,4, min = 0,0001, max = 5 α: mode = 2, sd = 0,25, min = 1, max = 3	5,44	0,13	2,00
2	λ: mode = 1, sd = 1, min = 0,0001, max = 10 α: mode = 2, sd = 0,25, min = 1, max = 3	7,17	0,22	1,94
3	λ: mode = 5, sd = 1, min = 0,0001, max = 10 α: mode = 2, sd = 0,25, min = 1, max = 3	3,40	3,04	2,08
4	λ: mode = 1, sd = 1, min = 0,0001, max = 10 α: mode = 1, sd = 0,25, min = 1, max = 3	7,17	0,22	1,22

Источник: составлено авторами.

Далее рассматривались модификации базовой модели с включением дополнительных прайоров суммы коэффициентов модели и фиктивного наблюдения на единичный корень. Учет данных прайоров может благоприятно сказаться на ошибке прогноза, поскольку оцениваемая модель включает нестационарные ряды.

Из табл. 5 следует, что включение дополнительных прайоров в базовую модель снижает ошибку прогноза, при этом наиболее существенное снижение (на 0,47 п. п.) наблюдается при включении прайора на сумму коэффициентов (модель 5). В модели 6 включение прайора фиктивного наблюдения на единичный корень приводит к снижению кумулятивной ошибки прогноза, однако оно менее существенное, чем в случае прайора суммы коэффициентов модели. Если при оценивании модели учитываются оба дополнительных прайора (модель 7), то ошибка прогноза возрастает относительно модели 5 с теми же параметрами, но с одним из дополнительных прайоров. Отметим, что в моделях с прайором суммы коэффициентов снижается общая жесткость априорных предположений о значениях коэффициентов (апостериорное значение параметра λ возрастает по сравнению с базовой моделью).

Таблица 5

Ошибка прогноза моделей 5–7 с дополнительными прайорами для суммы коэффициентов и фиктивного наблюдения на единичный корень и апостериорные значения μ и ρ

Модель	MAPE, %	λ	μ (SOC)	ρ (SUR)
5 Базовая + SOC	4,79	0,28	1,45	
6 базовая + SUR	5,07	0,10		0,40
7 базовая + SOC и SUR	4,87	0,21	1,47	0,40

Источник: составлено авторами.

Хотя в модели 5 обеспечивается снижение ошибки прогноза относительно базовой, она уступает модели 3 по прогнозным свойствам. Для модели 3, как модели с наименьшей ошибкой прогноза (см. табл. 4), также может быть перспективно расширение дополнительными прайорами, то есть переход к третьему шагу разработанного алгоритма. Модели, полученные из модели 3 путем включения дополнительных прайоров, обозначим как модели 8–10. Из табл. 6 видно, что для модели 3 минимальная ошибка прогноза наблюдается при включении прайора фиктивного наблюдения на единичный корень (модель 9), в такой модели кумулятивная ошибка условного прогноза снижается на 0,82 п. п. по сравнению с исходной моделью 3. Напротив, включение прайора на сумму коэффициентов приводит к росту ошибки прогноза в моделях 8 и 10 по сравнению с исходной моделью 3 без дополнительных прайоров. Соответственно, в отличие от базовой модели для модели 3 перспективно включение прайора фиктивного наблюдения на единичный корень. Однако в модели 9 наблюдаются проблемы со сходимостью параметров: параметр λ не сходится по тесту Гельмана, а параметр α — по тесту Гивика.

Таблица 6

Характеристика прогнозных свойств модели 3 с дополнительными прайорами для суммы коэффициентов и фиктивного наблюдения на единичный корень

Модель	MAPE, %	λ	α	μ (SOC)	ρ (SUR)
8 Модель 3 + SOC	5,22	4,92	1,85	0,46	
9 Модель 3 + SUR	2,58	2,81	1,97		0,64
10 Модель 3 + SOC и SUR	4,96	5,17	2,19	0,37	0,43

Источник: составлено авторами.

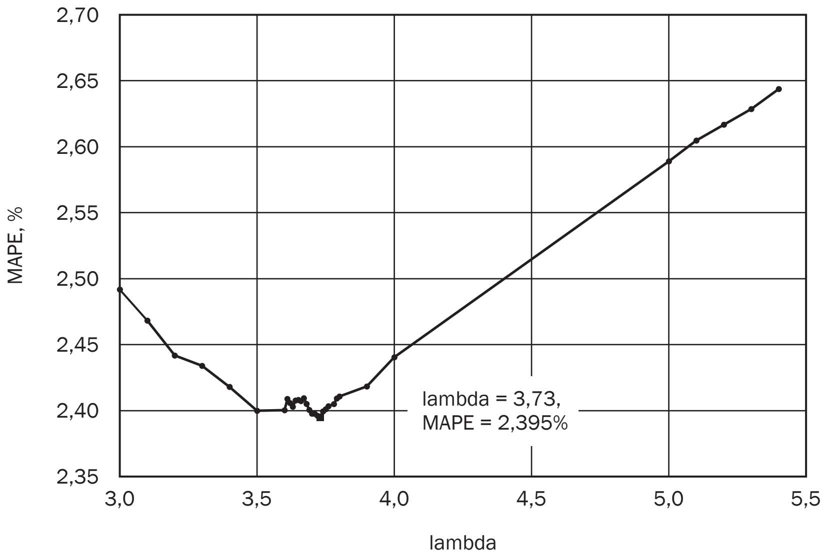
Далее будем рассматривать предусмотренные третьим шагом разработанного алгоритма модификации наилучших BVAR-моделей с дополнительными прайорами и фиксированными параметрами. Как мы уже отмечали выше, промежуточными наилучшими моделями являются модель 5 с прайором суммы коэффициентов и модель 9 с прайором для фиктивного наблюдения на единичный корень. С учетом того, что в рассматриваемых модификациях базовой модели переход к фиксированному значению параметра α не приводит к существенному росту ошибки прогноза, зафиксируем его в моделях 5 и 9, установим равным 2. В моделях с дополнительными прайорами суммы коэффициентов и фиктивного наблюдения на единичный корень может быть зафиксирован параметр λ, отвечающий за общую жесткость априорного распределения Миннесоты.

В случае модели 5 перебор различных фиксированных значений параметра λ не позволяет существенно повысить точность прогноза. Тем не менее наблюдается некоторое снижение ошибки прогноза при оптимальном с позиций прогнозных свойств значении параметра λ. При фиксированном параметре λ, равном 0,05, в модифицированной модели 5 относительно первоначальной выигрыш в кумулятивной MAPE составляет 0,28 п. п., соответственно, полученная модель не превосходит модель 9 по прогнозным свойствам.

Учитывая полученный результат, для модели 9 проводится подбор оптимального значения параметра λ. На рис. 2 представлены ошибки прогноза модели 9 (модель 3 + SUR) при различных фиксированных значениях моды параметра λ. Сначала рассматривались значения с шагом 0,1 и было установлено, что минимальная ошибка прогноза достигается при значении λ, равном 3,7 (см. рис. 2). Далее производилось оценивание модели, полученной из модели 9 с помощью фиксации параметра α, при различных значениях λ из отрезка от 3,6 до 3,8 с шагом 0,01 (см. рис. 2). Минимальное значение ошибки вневыборочных прогнозов MAPE достигнуто при значении параметра λ, равном 3,73. При переходе к более мелкому шагу для выявления оптимальной фиксированной моды для параметра λ изменение ошибки прогноза не превышает 0,01 п. п. или 0,001 п. п. Другие направления модификации модели 9 не позволили обеспечить значительное снижение ошибки прогноза, соответственно, архитектура модели, полученной из модели 9 с фиксированными параметрами λ и α, может быть зафиксирована. Обозначим данную модель как финальную.

Рисунок 2

Ошибки прогноза (кумулятивная MAPE) моделей, полученных из модели 9 при различных фиксированных λ на отрезке от 2,99 до 5,4 с шагом 0,1 и 0,01, %



Источник: рисунок авторов.

Таким образом, финальная модель имеет следующую архитектуру, представленную в табл. 7, из которой видно, что путем последовательного выбора прайоров и поиска оптимальных значений параметров распределений ошибку прогноза базовой модели удалось снизить на 2,86 п. п. до около 2,4%. Финальная модель характеризуется не только наименьшей ошибкой прогноза, но и удовлетворением формальных тестов на сходимость параметров (тесты Гельмана и Гивика) и коэффициентом принятия, равным 0,27 и близким к оптимальному для алгоритма Метрополиса — Гастингса.

Таблица 7

Ошибка прогноза базовой и финальной моделей

Модель	Параметры распределений для λ и α	MAPE, %
Базовая	λ: mode = 0,2, sd = 0,4, min = 0,0001, max = 5 α: mode = 2	5,26
Финальная	λ: mode = 3,73 α: mode = 2 ρ: mode = 1, sd = 1, min = 0,0001, max = 5	2,395

Источник: составлено авторами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работа посвящена прогнозированию суммарных налогов Республики Армения с использованием иерархического подхода к построению модели байесовской векторной авторегрессии (BVAR). Основная цель работы состояла в поиске спецификации модели и значений параметров распределений, которые обеспечивали бы наилучшие вневыборочные прогнозы. Для этого предложен алгоритм, основанный на критерии минимизации ошибки вневыборочных прогнозов (MAPE), включающий шаги по выбору набора переменных модели, дополнительных прайоров и поиску значений параметров распределений. Анализ проводился на квартальных данных за период с 2000 по 2020 г., очищенных от сезонности.

Предложенный алгоритм позволил последовательно снизить ошибку прогноза базовой модели с 5,26 до 2,4%. Финальная BVAR-модель также демонстрирует более высокую точность прогнозов по сравнению с частотной векторной авторегрессией аналогичной размерности и набором переменных, ошибка прогноза которой составляет 7,55%. Таким образом, полученная модель превосходит по прогнозным характеристикам модели из класса векторных.

Среди результатов работы можно также отметить устойчивый положительный с точки зрения качества прогнозов эффект от включения в модели дополнительных априорных распределений на сумму коэффициентов (*sum-of-coefficients prior*) и фиктивного наблюдения на единичный корень (*dummy-initial-observation prior или single-unit-root*), реализующих предположения о наличии единичного корня и коинтеграции между переменными.

Предлагаемый в работе алгоритм выбора параметров распределений с целью минимизации ошибки вневыборочного прогноза при построении BVAR-моделей является универсальным и может применяться для решения других задач по прогнозированию. Возможным продолжением данной работы может стать применение предлагаемого подхода для построения прогнозных BVAR-моделей по отдельным налогам и сопоставление результатов оценок моделей на данных других стран.

При этом стоит отметить, что векторные модели в общем и тем более байесовские модели в частности являются довольно сложными. Несмотря на то что согласно полученным результатам они обладают хорошими прогнозными характеристиками, их работу может быть тяжело интерпретировать. По этой причине рекомендуется использовать BVAR-модели только как дополнение к существующим более простым моделям в качестве инструмента валидации прогноза.

Список источников / References

1. Гусева М., Силаев А. Использование байесовских методов для макроэкономического моделирования фаз бизнес-цикла // Вестник Санкт-Петербургского университета. Экономика. 2021. Т. 37. № 2. С. 298–317 / Guseva M., Silaev A. (2021). Applying Bayesian Methods for Macroeconomic Modeling of Business Cycle Phases. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Ekonomika — St Petersburg University Journal of Economic Studies*, 37 (2), 298–317 (In Russ.). https://doi.org/10.21638/spbu05.2021.205.
2. Altavilla C., Boucinha M., Peydró J.-L. (2018). Monetary policy and bank profitability in a low interest rate environment. *Economic Policy*, 33 (96), 531–586. https://doi.org/10.1093/epolic/eiy013.
3. Altavilla C., Pariès M.D., Nicoletti G. (2019). Loan supply, credit markets and the euro area financial crisis. *Journal of Banking & Finance*, 109, 105658. https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2019.105658.
4. Bańbura M., Giannone D., Reichlin L. (2010). Large Bayesian vector auto regressions. *Journal of Applied Econometrics*, 25 (1), 71–92. https://doi.org/10.1002/jae.1137.
5. Byrd R.H. et al. (1995). A Limited Memory Algorithm for Bound Constrained Optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 16 (5), 1190–1208. https://doi.org/10.1137/0916069.
6. Chan J. et al. (2019). Bayesian Econometric Methods. Cambridge: Cambridge University Press, 2.
7. Clark T.E., McCracken M.W. (2006). Forecasting of small macroeconomic VARs in the presence of instabilities. Federal Reserve Bank of Kansas City, RWP 06-09.
8. Doan T., Litterman R., Sims C. (1984). Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions. *Econometric Reviews*, 3 (1), 1–100. https://doi.org/10.1080/07474938408800053.
9. Giannone D., Lenza M., Primiceri G.E. (2015). Prior Selection for Vector Autoregressions. *Review of Economics and Statistics*, 97 (2), 436–451. https://doi.org/10.1162/REST_a_00483.
10. Greene J. (2014). Elements of Revenue Forecasting II: the Elasticity Approach and Projections of Revenue Components / IMF. Available at: https://www.imf.org/external/region/tlm/rr/pdf/aug3.pdf.
11. Krol R. (2010). Forecasting State Tax Revenue: A Bayesian Vector Autoregression Approach. California State University, Department of Economics, 1–18.
12. Kuschnig N., Vashold L. (2021). BVAR: Bayesian Vector Autoregressions with Hierarchical Prior Selection in R. *Journal of Statistical Software*, 100, 1–27. https://doi.org/10.18637/jss.v100.i14.
13. Landeta J. (2006). Current validity of the Delphi method in social sciences. *Technological Forecasting and Social Change*, 73 (5), 467–482. https://doi.org/10.1016/j.techfore.2005.09.002.
14. Litterman R.B. (1986). Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions: Five Years of Experience. *Journal of Business & Economic Statistics*, 4 (1), 25–38. https://doi.org/10.1080/07350015.1986.10509491.
15. Litterman R. (1980). A Bayesian Procedure for Forecasting with Vector Auto-Regression. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology.
16. Miranda-Agrippino S., Rey H. (2020). U.S. Monetary Policy and the Global Financial Cycle. *The Review of Economic Studies*, 87 (6), 2754–2776. https://doi.org/10.1093/restud/rdaa019.
17. Molapo M.A. (2017). Employing Bayesian Vector Auto-Regression (BVAR) method as an alternative technique for forecasting tax revenue in South Africa: diss. University of South Africa.
18. Nelson B., Pinter G., Theodoridis K. (2018). Do contractionary monetary policy shocks expand shadow banking? *Journal of Applied Econometrics*, 33 (2), 198–211. https://doi.org/10.1002/jae.2594.
19. Sabaj E., Kahveci M. (2018). Forecasting tax revenues in an emerging economy: The case of Albania. Munich Personal RePEc Archive. https://mpra.ub.uni-muenchen.de/84404/.
20. Sax C., Eddelbuettel D. (2018). Seasonal Adjustment by X-13ARIMA-SEATS in R. *Journal of Statistical Software*, 87 (11), 1–17. https://www.jstatsoft.org/article/view/v087i11.

Информация об авторах

Гарик Арменакович Петросян, *кандидат экономических наук, начальник департамента макроэкономической политики Министерства финансов Республики Армения, г. Ереван*
Нарек Наириевич Карапетян, *кандидат экономических наук, начальник отдела координации фискальной и денежно-кредитной политики департамента макроэкономической политики Министерства финансов Республики Армения, г. Ереван*
Андраник Атомович Маргарян, *аспирант, старший специалист отдела координации фискальной и денежно-кредитной политики департамента макроэкономической политики Министерства финансов Республики Армения, г. Ереван*
Алексей Николаевич Соколов, *кандидат технических наук, старший научный сотрудник Центра макроэкономических исследований НИФИ Минфина России, г. Москва*
Ирина Игоревна Яковлева, *младший научный сотрудник Центра макроэкономических исследований НИФИ Минфина России, г. Москва*
Антон Игоревич Вотинов, *научный сотрудник Центра макроэкономических исследований НИФИ Минфина России, г. Москва*

Information about the authors

Garik A. Petrosyan, *PhD (Economics), Head of Macroeconomic Policy Department of Ministry of Finance of Republic of Armenia, Yerevan*
Narek N. Karapetyan, *PhD (Economics), Head of Fiscal and Monetary Policy Coordination Division at Macroeconomic Policy Department of Ministry of Finance of Republic of Armenia, Yerevan*
Andranik A. Margaryan, *PhD student, Senior specialist of Fiscal and Monetary Policy Coordination Division at Macroeconomic Policy Department of Ministry of Finance of Republic of Armenia*
Aleksei N. Sokolov, *Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Macroeconomic Research Center, Financial Research Institute, Moscow*
Irina I. Yakovleva, *Junior Researcher, Macroeconomic Research Center, Financial Research Institute, Moscow*
Anton I. Votinov, *Researcher, Macroeconomic Research Center, Financial Research Institute, Moscow*

Статья поступила в редакцию 28.03.2024
Одобрена после рецензирования 15.05.2024
Принята к публикации 03.06.2024

The article submitted March 28, 2024
Approved after reviewing May 15, 2024
Accepted for publication June 3, 2024