DOI | 10.21680/1981-1802.2019v57n54ID19159

Método de solución de problemas para favorecer la formación conceptual en niños escolares

Yolanda Rosas-Rivera
Universidade Iberoamericana de Puebla (México)
Yulia Solovieva
Luis Quintanar-Rojas
Benemérita Universidade Nacional Autónoma de México

Resumen

El objetivo del presente trabajo es mostrar la experiencia de un estudio dedicado al trabajo psicológico y pedagógico sobre solución de problemas en la escuela primaria. Se propone un método que permite reorganizar el contenido de la orientación para que los alumnos resuelvan los problemas aritméticos. La investigación se fundamenta en la teoría de la actividad aplicada al proceso de enseñanza-aprendizaje. Se trabajó con un grupo de segundo grado de primaria de un colegio privado en la ciudad de Puebla (México). Los resultados muestran que, después de participar en el proceso formativo, los alumnos lograron identificar correctamente los datos y sus relaciones para la solución, además se logró el plano de ejecución verbal externa y con uso independiente de los algoritmos. Se concluye que el contenido de la base orientadora garantiza el desarrollo del análisis de los problemas a partir de las relaciones esenciales que existen entre los datos.

Palabras clave: Solución de problemas. Adquisición de matemáticas. Métodos de enseñanza. Edad escolar.

Método de resolver problemas para promover a formação conceitual em crianças escolares

Resumo

O objetivo do presente trabalho é mostrar a experiência de um estudo dedicado ao trabalho psicológico e pedagógico na resolução de problemas na escola primária. Propõe-se um método que permite reorganizar o conteúdo para que os alunos resolvam os problemas aritméticos. A pesquisa baseia-se na teoria da atividade aplicada ao processo de ensino-aprendizagem. Trabalho-se com um grupo de segundo ano da escola particular na cidade de Puebla (México). Os resultados mostram que, participando paulatinamente do processo de formação, os alunos conseguiram identificar corretamente os dados e seus relacionamentos para a solução, além do plano de ação verbal externo ter sido alcançado e com uso independente dos algoritmos. Conclui-se que o conteúdo da base orientadora garante o desenvolvimento da análise dos problemas com base nas relações essenciais existentes entre os dados.

Palavras-chave: Solução de problemas. Método de ensino. Aprendizagem das matemáticas. Idade escolar.

Method of solution of problems for development of concepts in schoolchildren

Abstract

The goal of the present study is to show the experience of psychological and pedagogical approach to the work with solution of mathematic problems in primary school. The study is based on activity theory applied to the process of teaching and learning. The study was fulfilled with the pupils of the second school grade of a private school in the city of Puebla (Mexico). The methodology of formative experiment was used in the study. The results show that, after participation in the process of learning and formation, the school children became able to identify the elements and the data and all relations between them in order to obtain the solution of the problems. We conclude that the usage of orientation is essential for development of analysis of the problems considering essential relations between the elements of the content of the problems.

Keywords: Problems solution. Acquisition of mathematics. Teaching methods. Schoolage.

Introducción

En México, la enseñanza de las matemáticas es una de las principales preocupaciones por los constantes fracasos que se dan en su adquisición a lo largo de la escuela primaria. Los resultados de las evaluaciones nacionales muestran que el 51.2% de los alumnos de tercer grado de primaria presentan un nivel elemental e insuficiente de conocimientos de matemáticas (ENLACE, 2013). Resultados similares se observaron en el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE, 2009), en el que se evaluó el área de matemáticas en estudiantes de México y de otros países de América Latina, los resultados muestran que los alumnos de segundo grado tienen un bajo desempeño, ya que el mayor porcentaje de esa población (30%) no reconoce la organización decimal y no logra la ejecución de las cuatro operaciones básicas. Sin embargo, esta problemática también se presenta en otros países. Por ejemplo en España, los autores Vicente, Dooren, Verschaffel (2008) analizan los resultados de PISA y observan que los alumnos españoles logran un menor rendimiento de la media de la OCDE en tareas de solución de problemas. Estos resultados muestran que los alumnos necesitan adquirir los conocimientos y desarrollar las habilidades matemáticas y/o fortalecer la mayoría de esos conocimientos. Entre estos conocimientos se encuentra el concepto de número, la ejecución de operaciones aritméticas y la solución de problemas.

Lo anterior demanda la construcción de métodos de enseñanza que garanticen el desarrollo de las habilidades matemáticas de los alumnos. Actualmente se pueden considerar dos tipos de enseñanza: la tradicional y la dirigida (TALIZINA, 2009; SOLOVIEVA, QUINTANAR, 2010). Analizaremos esta propuesta desde los métodos actuales de las matemáticas. En relación a la primera forma (tradicional), se percibe que esta no tiene objetivos específicos; el aprendizaje se da por vía espontanea y como resultado tiene la formación de hábitos. El objetivo específicamente en matemáticas es la enseñanza del sistema de operaciones matemáticas, a través del dominio de los símbolos y algoritmos de solución desde el punto de vista formal y repetitivo (ÁVILA, 2006; BERMEJO, 2008). La segunda propuesta ha sido impulsada por la teoría de la actividad, de acuerdo a la cual el aprendizaje de cualquier contenido académico se obtiene a través de la enseñanza dirigida y orientada, logrando que el niño escolar sea consciente de las relaciones que existen entre los conceptos científicos. Específicamente para la enseñanza de las matemáticas se propone la metodología precisa para la formación del concepto de número, sistema numérico decimal y el desarrollo de las acciones matemáticas (medición, comparación, conversión).

Para lograr que los alumnos asimilen los conceptos y acciones matemáticas se requiere que el maestro tenga conocimiento del contenido, la estructura y las características necesarias de las acciones que se pretende desarrollar en los alumnos, así como organizar el contenido académico por etapas: material, perceptiva, lenguaje externo y lenguaje interno (GALPERIN, 2009; TALIZINA, 2009; NIKOLA, TALIZINA, 2001; SOLOVIEVA, ORTIZ, QUINTANAR, 2010; SOLOVIEVA, QUINTANAR, 2010; DEL RÍO, ÁLVAREZ, 2013).

De acuerdo con Talizina (2009), durante la enseñanza en ocasiones es indispensable formar habilidades específicas de la actividad cognitiva que rebasan los límites de la materia académica, pero al mismo tiempo, determinan el éxito de su dominio. Tal es el caso de la solución de problemas en las sesiones escolares a nivel primaria. Esta actividad cognitiva requiere no sólo del conocimiento de la aritmética, sino también de la comprensión de la esencia de los elementos básicos de la situación planteada y las relaciones entre ellos (VICENTE; DOOREN; VERSCHAFFEL, 2008).

En la enseñanza tradicional el proceso de solución normalmente no se descubre ante el alumno, por lo cual la conciencia y la reflexión no surge. Los alumnos actúan de manera caótica, empírica y poco reflexiva; en ocasiones, justo por reconocer el fracaso de esta dificultad, la solución de problemas ni siquiera se considera como una actividad en las sesiones escolares. Desde el punto de vista de la organización reflexiva de la actividad (NIKOLA; TALIZINA, 2001), en la solución de problemas el alumno debe iniciar por determinar qué acciones va a realizar. Para hacer esto, se requiere de identificación reflexiva de la pregunta del problemas y de las condiciones, ante las cuales dicha pregunta se establece. Las condiciones del problema siempre describen una u otra situación, detrás de las cuales el alumno debe descubrir las relaciones aritméticas determinadas, es decir, debe describir la situación que se menciona en el idioma de las matemáticas. El maestro no simplemente debe presentar y anunciar el problema, sino mostrar qué hay que hacer para qué el alumno logre solucionar un problema. Para ello, se debe conocer de qué tipo de acciones intelectuales consiste el proceso de solución de cualquier problema de un grado escolar determinado y en qué orden se deben realizar (TALIZINA, 2009).

Cualquier problema aritmético incluye una pregunta fundamental, cuya respuesta constituye el objetivo de la solución del problema. Para poder responder a pregunta final (o preguntas intermedias) del problema, se tiene que analizar determinados datos, es decir, obtener la información necesaria y suficiente de los nexos matemáticos y lógicos formulados por el problema. Esto se obtiene mediante la actividad orientativo-investigativa, que constituye uno de los componentes de la actividad intelectual (GALPERIN, 2002). Sólo sobre la base de los datos, obtenidos a partir de la actividad orientativo-investigativa, el alumno puede elaborar el esquema general para el contenido del problema estableciendo los datos, las relaciones esenciales entre ellos y las posibilidades para responder a la pregunta final. Sólo después de esto, es factible encontrar las operaciones aritméticas que correspondan con el plan creado (LURIA, 1980; TSVETKOVA, 1999).

En resumen los componentes de la estructura general de la solución de problemas son los siguientes: base orientadora de la acción, que planifica las actividades, las fases de la aplicación del sistema de operaciones concretas y finalmente del control de las acciones (TSVETKOVA, 1999).

Establecer el contenido y la estructura de la base orientadora de la acción implica identificar todos los elementos que se incluyen en ella, analizar sus relaciones, y construir sobre esta base el modelo del método general. Los problemas de acuerdo a su complejidad han sido clasificados por Luria y

Tsvetkova (1981) en ocho tipos de acuerdo al grado de dificultad y la cantidad de operaciones que participan en ellos. En la escuela primaria se propone trabajar los problemas simples del tipo: a + b = x; a - b = x; a * b = x; a / b= x. Estos problemas conforman el grupo más elemental y se resuelven a través de una sola operación aritmética. Sin embargo, los problemas simples pueden aumentar su grado de complejidad invirtiendo los datos (del tipo: a-x=b; x-a=b).

Los problemas compuestos (del tipo: a + (a + b) = x; a (a - b) = x; a + ab = x) son de mayor complejidad que los anteriores porque es imposible resolverlos mediante el uso de una sola operación; para solucionarlos correctamente es necesario encontrar primero las relaciones entre los componentes, establecer el orden de operaciones y después calcular el resultado final aplicando operaciones por pasos.

La elaboración del esquema general depende de los siguientes factores: del grado de complejidad de la solución del problema, del grado de automatización del proceso, del grado de desarrollo del pensamiento y del nivel en el cual se resuelven tales tareas (acciones externas, acciones mentales) (TSVETKOVA, 1999; ROSALES, ORRANTIA, VICENTE, CHAMOSO, 2008). Considerando los elementos anteriores es posible que los alumnos resuelvan de forma más rápida los problemas aritméticos, elijan correctamente la o las operaciones aritméticas necesarias, expliquen el procedimiento que utilizan para resolver los problemas y puedan proponer sus propios problemas aritméticos (TSVETKOVA, 1999; SALMINA, 2001; TALIZINA, 2001).

El objetivo de nuestro artículo es mostrar la posibilidad de uso de la metodología que considere las posiciones descritas anteriormente y oriente a los alumnos del segundo grado de la escuela primaria favoreciendo esencialmente a la adquisición de las habilidades matemáticas.

Metodología

Participantes

En el estudio se incluyó un grupo de alumnos de segundo grado de primaria de un colegio privado, ubicado en el Estado de Puebla, México. Se trata de un colegio nuevo y pequeño que pertenece al sector social medio y medio bajo, en el salón de segundo grado había 4 alumnos, con los cuales se realizó el experimento formativo. La edad promedio de los alumnos fue de 7.25 años. Se establecieron los siguientes criterios de inclusión: ser alumnos regulares, no reprobar ningún grado escolar y no presentar antecedentes neurológicos, ni psiquiátricos, asistir a la mayoría de las sesiones formativas ofrecidas en el colegio. Todos los alumnos adquirieron las habilidades de la lectura y la escritura previamente de manera exitosa y tuvieron un adecuado éxito escolar. Además, se constató que los alumnos tuvieran el concepto de número y sistema numérico decimal, previamente formados. Como criterio de exclusión se manejaron los siguientes: cursar asesorías o clases extracurriculares de matemáticas y faltar más de 3 sesiones consecutivas durante el programa de enseñanza.

Diseño

Se utilizó un diseño experimental formativo, el cual es una continuación del método genético causal, propuesto por Vygotsky y desarrollado por sus seguidores (LEONTIEV, 2003). El experimento formativo consiste en organización cualitativa de una interacción activa entre el experimentado y experimentado, planteada bajo parámetros establecidos por los objetivos del experimento y basados en las necesidades de la práctica educativa real (LEONTIEV, 2003). Para ello se requiere que el experimentado conozca el contenido, la estructura y las características necesarias de las acciones que se pretenden desarrollar en el experimentado (TALIZINA, 2000; NIKOLA, TALIZINA, 2001; SOLOVIEVA, 2013).

En la presente investigación se realizó el análisis cualitativo de los datos de procedimiento pedagógico, así como análisis cualitativo de los resultados obtenidos a partir de esta experiencia antes y después de aplicación del programa pedagógico formativo.

Instrumentos

Para la valoración de los resultados en el experimento formativo dentro del mismo grupo de niños se elaboraron tareas específicas que permiten determinar el nivel de manejo conceptual y procesual de los conocimientos matemáticos. Dichos procedimientos se basaron en el Protocolo para la Verificación del Éxito Escolar en la Escuela Primaria (QUINTANAR; SOLOVIEVA,

2003) que incluye la valoración del área de escritura, de lectura y de cálculo. A continuación, se describen algunos problemas utilizados:

a) Se fueron 2 pájaros y se quedaron 3. ¿Cuántos había al principio?

b) Si en la juguetería un carrito cuesta 7 pesos y Gerardo quiere comparase 4 carritos, ¿cuántos pesos necesita tener Gerardo para poder comprarlos?

c) Gaby asistió a un curso de verano. Ella ganó en total 12 estrellas por realizar las actividades correctamente. Si Gaby participó en 6 actividades, ¿cuántas estrellas ganó por cada actividad?

d) La maestra Lupita cocinó 38 pastelitos de chocolate para regárselos a los 2 grupos de la primaria Kepler. Si la maestra Lupita quiere repartirles la misma cantidad de pastelitos a cada grupo, ¿cuántos pastelitos de chocolate les repartirá a cada grupo?

Programa formativo

El objetivo del programa formativo fue establecer el contenido y estructura de la base orientadora de la acción para que los alumnos lograran con éxito la solución de problemas aritméticos con ayuda y ante colaboración con el adulto. Las acciones del programa fueron realizadas en los niveles perceptivo y verbal externo, de manera individual y grupal, considerando la concepción de la formación de las acciones mentales por etapas (GALPERIN, 1998). En total se trabajó durante 30 sesiones de una hora aproximadamente cada una, en las condiciones de sesiones escolares regulares en el horario establecido por el colegio. En las sesiones participaron el maestro del grupo y estudiante del posgrado como responsable por aplicación del programa.

Contenido del programa formativo

A continuación se presenta la descripción de las tareas, etapas, materiales y ejemplos de ejecuciones de los alumnos.

Antes de iniciar la solución de problemas, se diseñó algunos problemas aritméticos con contenido significativo y accesible para los alumnos. Además, los problemas se organizaron de acuerdo a su nivel de complejidad

(LURIA; TSVETKOVA, 1981): de simples (implican una operación) y a complejos (implican más de dos operaciones) (Figura 1).

Figura 1
Ejemplos de problemas aritméticos utilizados

Problema simple	Problema complejo
"Nuestra biblioteca "El Principito" tiene 40 libros repartidos en 5 estantes. Si la maestra Lupita coloca la misma cantidad de libros es cada estante, ¿cuántos libros hay en cada estante?"	"Renata y Daniel fueron al mercado y compraron lo siguiente: 2 kilos de manzanas, 300 gramos de azúcar y 1 kilo de pasta, ¿cuántos gramos compraron en total?"

Posteriormente, se les explicó a los alumnos que un problema aritmético siempre menciona una situación cotidiana que se debe reducir a reconocimiento de los conceptos matemáticos básicos que alumnos ya conocían (número y sistema numérico decimal). Se les explicó a los alumnos que en el problema siempre se desconoce uno (algunos) datos y que el problema requiere conocer su valor como objetivo. Este objetivo se expresa en la pregunta (s) del problema. También se les comentó a los alumnos que para lograr dicho objetivo con éxito es necesario seguir una serie de pasos, los cuales se escribirían en una "tarjeta de orientación" (Figura 2). La tarjeta se elaboraba de manera conjunta y se utilizaba para la solución de cada problema aritmético. Todos los procedimientos fueron planteados para todo el grupo y realizados de manera colaborativa y dialogante bajo orientación de adultos.

La tarjeta de orientación incluyó las siguientes acciones como pasos a realizar:

1. Elaboración del esquema de la situación del problema. Consiste en las acciones de identificación de la pregunta final y de los elementos del problema (M, m, v). (M= magnitud, objeto que se mide; m= medida, con lo que se mide; v= cantidad de veces, cantidad de veces que se utiliza la medida).

2. Elaboración del esquema para el plan de solución. Este incluye acciones de identificación y comparación entre las relaciones de los datos (M=¿?, m=¿?, v= ¿?).

3. Elección de operaciones aritméticas que se requieren para la solución. Se utilizaron acciones de identificación de la fórmula adecuada

(identificación de la medida utilizada) y ejecución de las operaciones. Para elegir correctamente la operación se diseñó la tarjeta de "Operaciones matemáticas para resolver problemas" (Figura 2), organizando los datos conocidos y desconocidos era posible saber la relación que existía entre los datos.

Figura 2

Tarjeta de orientación para elegir la operación matemática

Operaciones matemáticas para resolver problemas	
El problema implica una SUMA si: a) Nos piden añadir b) Conocemos la Magnitud c) Conocemos la medida Formula: MA + MB = MC	El problema implica una MULTIPLICACIÓN si: a) Nos piden encontrar el número de la Magnitud b) Tenemos la medida c) Tenemos la cantidad de veces Formula: M= m × v
El problema implica una RESTA si: a) Nos piden disminuir b) Conocemos la Magnitud c) Conocemos la medida Formula: MA - MB = MC	El problema implica una DIVISIÓN si: a) Nos piden encontrar la cantidad de veces que se utilizó la medida (v) b) Tenemos la medida c) Tenemos el número de la Magnitud Formula: v= M ÷ medida

4. Solución del problema. Se contestaba la pregunta y verificaba las operaciones realizadas (Figura 3)

Figura 3

Tarjeta de orientación para la solución de problemas aritméticos

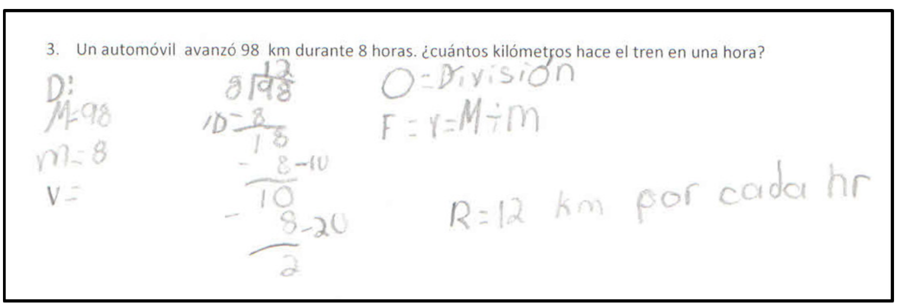
Tarjeta de Solución de problemas:

a. Lee el problema
b. Con tus palabras menciona ¿Qué es lo que se pregunta en el problema?
c. Subraya y escribe qué datos conoces (Magnitud, medida, cantidad de veces)
d. Responde ¿con los datos que tienes puedes contestar la pregunta?
e. Elige la operación matemática necesaria y escribe la formula
f. Realiza los pasos necesario para resolver la operación
g. Verifica el resultado

Después de que los alumnos elaboraron la tarjeta de orientación, se les presentaba un problema aritmético, y cada alumno leía un inciso del contenido de la tarjeta para realizar las acciones en forma colaborativa. En la Figura 4 se muestra un ejemplo de un problema simple. Los incisos "a" y "b" se realizaban verbalmente; para el inciso "c" los alumnos subrayaban los datos conocidos y los datos desconocidos. Además, los alumnos escribían el elemento al que pertenecen los elementos del problema (M= magnitud, objeto que se mide; m= medida, con lo que se mide; v= cantidad de veces, cantidad de veces que se utiliza la medida). De manera verbal se comentaba si era posible con esos datos responder la pregunta del problema o si faltaba algo. Se enfatizaba cuál era el dato que se buscaba y si era lógico buscarlo desde el punto de vista de la situación que se planteaba. Posteriormente, con apoyo de la tarjeta "Operaciones matemáticas para resolver problemas", se elegía la operación necesaria (inciso "e"), por ejemplo, la división. Esto se escribía junto con la formula. Posteriormente los alumnos sustituían los valores dela fórmula por los datos concretos del problema y realizaban el procedimiento (inciso "f"). En la figura 4 se trata de disminución de la magnitud (98) de acuerdo a la medida indicada (6), siendo la cantidad de veces de disminución el resultado (12). Así el inciso "g" consistía en escribir el resultado con la verificación posterior de todo el procedimiento, para lo cual se le pedía a uno de los alumnos mencionar los pasos en voz alta para que los demás compañeros puedan verificando sus ejecuciones y corregirlas en caso necesario.

Figura 4

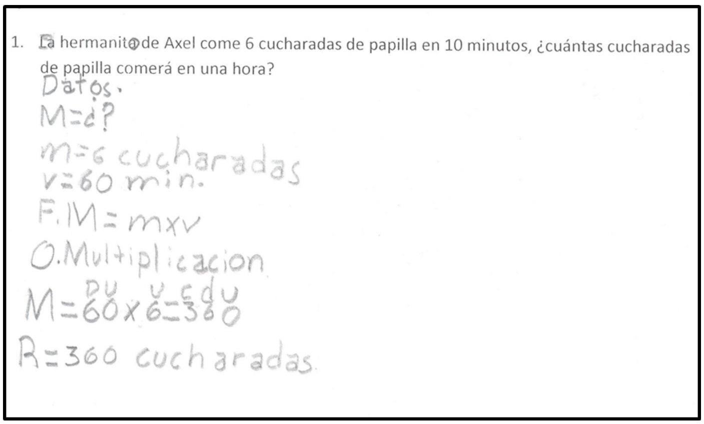
Ejemplo de solución de problemas sencillo



En el siguiente ejemplo (Figura 5) se muestra un problema que implica la operación de multiplicación. Los alumnos identifican los datos que se conocen en el problema, en este caso se trata de la medida (6 cucharadas) y de la cantidad de veces que aumenta (6 minutos). Los alumnos escriben un signo de interrogación en el dato desconocido (Magnitud), posteriormente eligen la operación (multiplicación) y la realizan de forma horizontal, por último, resuelven y contestan la pregunta.

Figura 5

Problema de multiplicación

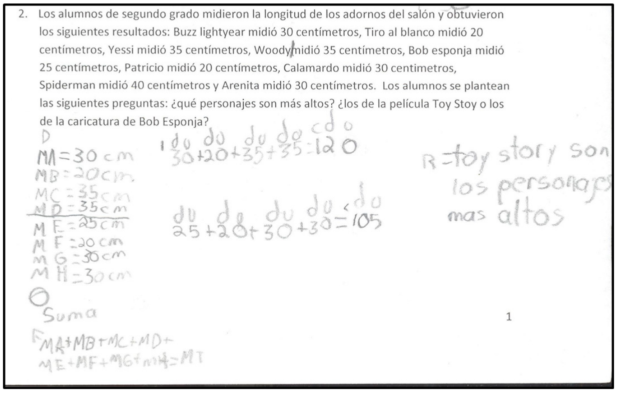

1. La hermanito de Axel come 6 cucharadas de papilla en 10 minutos, ¿cuántas cucharadas de papilla comerá en una hora?

Datos.
M=¿?
m=6 cucharadas
v=60 min.
F.M= mxv
O.Multiplicacion
du u cdu
M=60x6=360
R=360 cucharadas.

Para garantizar el análisis correcto y reflexivo de los datos, se proporcionaban problemas que tenían datos sobrantes o problemas con datos faltantes en relación a la pregunta final. Se hacía énfasis de que datos pueden faltar o sobrar en el problema. Si datos sobran, el problema se soluciona sin tomar en cuenta datos sobrados; si datos faltan, el problema no tiene solución (TALIZINA, 2009). En el siguiente ejemplo (Figura 6), los alumnos identifican los datos necesarios (personajes de caricaturas Toy Story y Bob Esponja) y dejaban fuera el dato sobrado (Spiderman). A partir de aquí los alumnos escribían la formula y resolvían el problema por pasos.

Figura 6

Problema con identificación de datos esenciales y necesarios


2. Los alumnos de segundo grado midieron la longitud de los adornos del salón y obtuvieron los siguientes resultados: Buzz lightyear midió 30 centímetros, Tiro al blanco midió 20 centímetros, Yessi midió 35 centímetros, Woody midió 35 centímetros, Bob esponja midió 25 centímetros, Patricio midió 20 centímetros, Calamardo midió 30 centimetros, Spiderman midió 40 centímetros y Arenita midió 30 centímetros. Los alumnos se plantean las siguientes preguntas: ¿qué personajes son más altos? ¿los de la película Toy Stoy o los de la caricatura de Bob Esponja?

D
MA=30 cm
MB=20cm
MC=35cm
MD=35cm
ME=25cm
MF=20cm
MG=30cm
MH=30cm
O
Suma
F MA+MB+MC+MD+ME+MF+MG+MH=MT

30+20+35+35=120

25+20+30+30=105

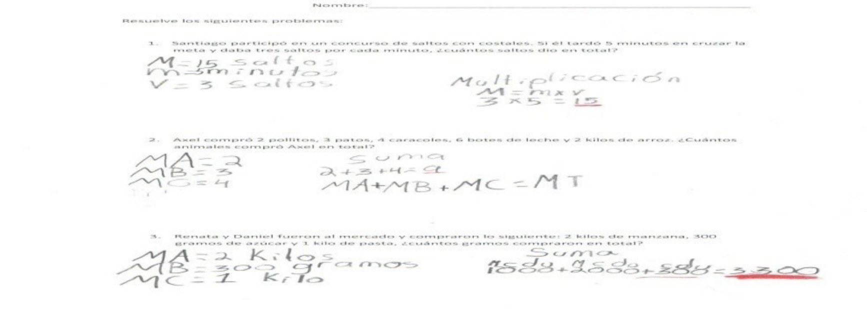
R=toy story son los personajes mas altos

1

Conforme los alumnos iban resolviendo con éxito los problemas, realizar todos los pasos ya no era necesario. A partir del quinto problema los alumnos ya no subrayaban los datos ni la pregunta final; esta identificación la realizaban verbalmente. Lo anterior implicada la posibilidad de automatizar y reducir el proceso intelectual previamente desplegado (GALPERIN, 2009b). En la siguiente Figura (7) se muestra otro ejemplo de solución de problemas simple

Figura 7

Problema simple


Nombre:

Resuelve los siguientes problemas:

1. Santiago participó en un concurso de saltos con costales. Si él tardó 5 minutos en cruzar la meta y daba tres saltos por cada minuto, ¿cuántos saltos dio en total?

M=15 saltos
m=5minutos
V=3 saltos
Multiplicación
M=mxv
3x5=15

2. Axel compró 2 pollitos, 3 patos, 4 caracoles, 6 botes de leche y 2 kilos de arroz. ¿Cuántos animales compró Axel en total?

MA=2
MB=3
MC=4
Suma
2+3+4=9
MA+MB+MC=MT

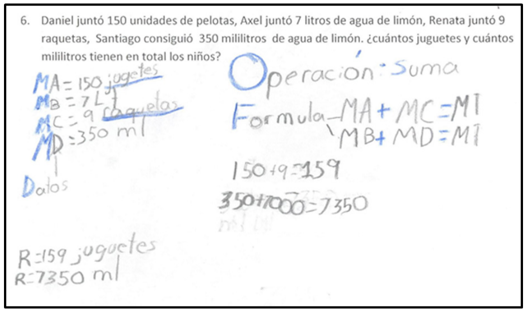
3. Renata y Daniel fueron al mercado y compraron lo siguiente: 2 kilos de manzana, 300 gramos de azúcar y 1 kilo de pasta, ¿cuántos gramos compraron en total?

MA=2 Kilos
MB=300 gramos
MC=1 kilo
Suma
1000+2000+300=3300

En el trabajo también se incluyeron problemas complejos (con más de una operación aritmética o con algún dato que no es dado directamente). En el siguiente problema (Figura 8) se proporcionan los datos con dos tipos de medidas (sistema numérico decimal de volumen). Los alumnos debían organizar los datos y convertir las medidas de volumen (litros a mililitros) en relación a la pregunta final, aplicar las formulas y responder a la pregunta final.

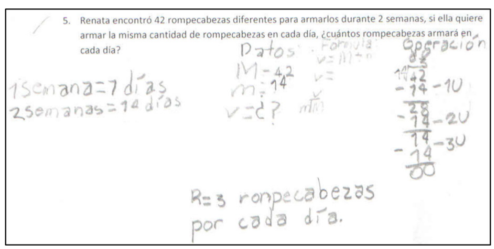
Figura 8

Problema con conversión de medida de volumen



El problema siguiente (Figura 9) muestra el trabajo de conversión de medidas de tiempo (semanas a días).

Figura 9
Problema con datos indirectos

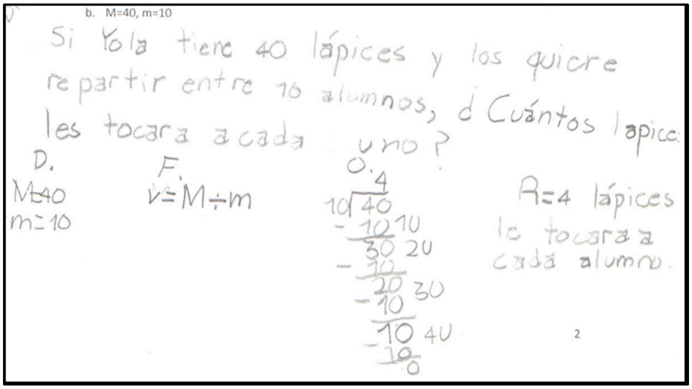


Por último se trabajó con problemas elaborados por parte de los alumnos. Para esto, se les daban datos numéricos, mientras que los alumnos tenían que redactar la situación problemática que los incluya. Posteriormente, los alumnos elaboraban problemas para sus compañeros de manera independiente. En el siguiente ejemplo (Figura 10), se muestra un problema elaborado por un alumno y contestado correctamente por el otro. Se dan los datos de la Magnitud (40) y medida (10), el alumno reconoce la relación que existe entre estos datos y elige la operación de división, a partir de lo cual elabora la situación de reparto.

13

Figura 10

Elaboración de problema de división a partir de datos numéricos


b. M=40, m=10

Si Yola tiene 40 lápices y los quiere repartir entre 10 alumnos, ¿Cuántos lapice les tocara a cada uno?

D.
M=40
m=10

F.
v=M÷m

O.
10 | 40 = 4

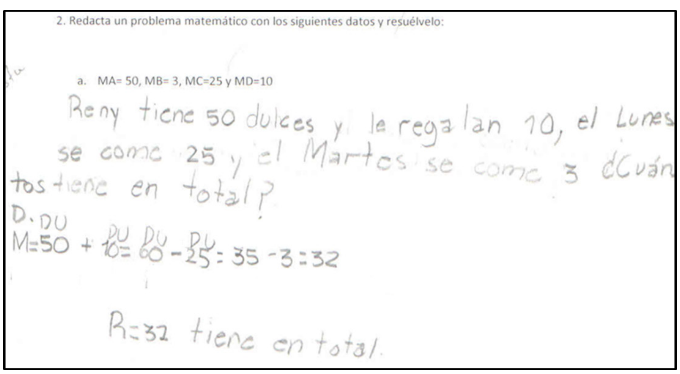
R=4 lápices le tocara a cada alumno.

2

En la siguiente Figura (11) se muestra un ejemplo de elaboración de problema a partir de Magnitudes dadas. Los alumnos asimilaron que con esos datos solo podían sumar o restar. La alumna eligió ambas para elaborar un problema y lo redactó de manera independiente.

Figura 11

Elaboración de problema de suma y resta a partir de datos numéricos


2. Redacta un problema matemático con los siguientes datos y resuélvelo:

a. MA= 50, MB= 3, MC=25 y MD=10

Reny tiene 50 dulces y le regalan 10, el Lunes se come 25 y el Martes se come 3 ¿Cuántos tiene en total?

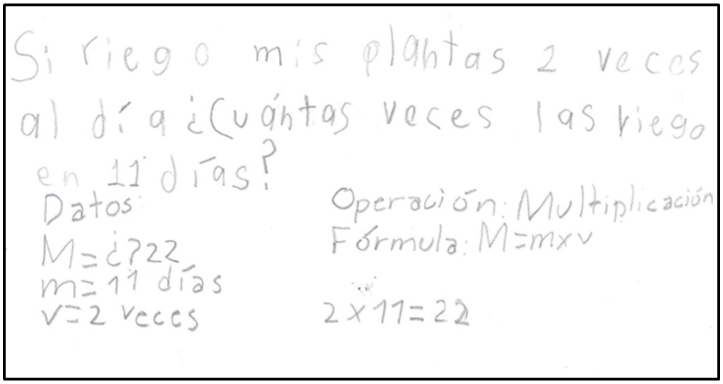
D. DU
M=50 + 10= 60 - 25= 35 - 3 = 32

R=32 tiene en total.

Finalmente, se trabajó con la elaboración independiente de problemas por los alumnos a partir de una situación problemática propuesta. Los alumnos elegían los datos y establecían relaciones entre ellos. Posteriormente los alumnos intercambiaban los problemas elaborados dentro del grupo. Los alumnos resolvían, revisaban y corregían las soluciones de sus compañeros. El siguiente problema (Figura 12) es un ejemplo de esta dinámica.

Figura 12

Elaboración independiente de problemas por los alumnos



Resultados

A partir de los resultados se realizó un análisis cualitativo del proceso de solución de problemas aritméticos, considerando los elementos de la estructura de la actividad intelectual. En la Tabla 1 se muestran los resultados de la evaluación inicial, antes de participación en el experimento formativo. 15

Tabla1. Tipos de errores que se observaron en la evaluación inicial.

Tabla 1

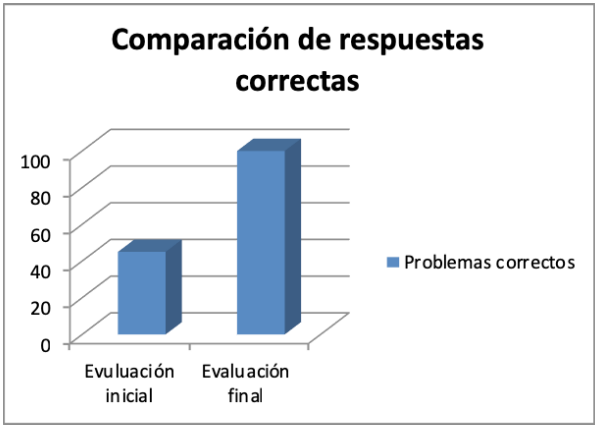
Eslabón	Tipos de errores
Identificación de la pregunta final	Impulsividad, anticipación de la respuesta sin reflexión. Dificuldad para explicar su proceso de solución.
Identificación de los datos	Paso del contenido concreto a símbolos de manera mecánica. Dificultades para identificar la medida de los datos.

A partir de la tabla anterior, se puede observar que los menores aun no desarrollaban las habilidades necesarias para comprender y realizar correctamente las operaciones matemáticas ni solucionar problemas. Las habilidades con las contaban los alumnos eran el conteo directo hasta decenas y el conteo indirecto en unidades, realización de sumas y restas con unidades y solución de problemas por medio de ensayo y error. También se observó que los alumnos ejecutaban las tareas en el plano materializado y preceptivo.

En la siguiente gráfica (Figura 13) se muestra el porcentaje de las respuestas correctas de la evaluación inicial y final. Los resultados de la evaluación final mostraron que los alumnos desarrollaron y asimilaron el contenido de la orientación para la solución de problemas y la ejecución de las operaciones matemáticas, solucionando los problemas compuestos de forma rápida y correcta. Se constató que los errores de la evaluación inicial desaparecieron en todos los alumnos. Se observó que todos realizaron las tareas en el plano verbal externo y utilizaron apropiadamente los algoritmos matemáticos. A diferencia de lo anterior, en la evaluación inicial la solución de problemas se dio en el plano materializado y perceptivo, además se explicaron todos los pasos que seguían y las relaciones lógicas que existían entre dichos pasos. En la evaluación final la solución de problemas fue independiente.

Figura 13

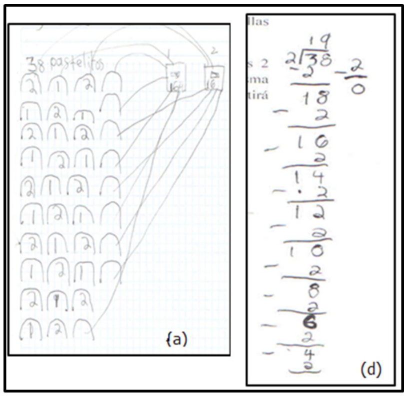
Comparación de respuestas correctas entre la evaluación inicial y final



En la siguiente Figura (14) se muestra la comparación de ejecución de problema siguiente: "La maestra Lupita tiene 38 pasteles y va a repartirlos entre los dos grupo de segundo de primaria. Si la maestra Lupita quiere darle la misma cantidad de pasteles a cada grupo, ¿cuántos pasteles les dará a cada grupo?"

Figura 14

Comparación de solución de problemas antes (a) y después (d) del método de enseñanza



A continuación se muestran los resultados de solución de los problemas utilizados durante la aplicación del método de enseñanza. En la Tabla 2 se muestra la cantidad de problemas trabajados durante la enseñanza formativa. Se observó en las últimas sesiones un aumento de cantidad de problemas solucionados en cada sesión, así como una participación activa.

Tabla 2

Datos de los problemas trabajados

Total de problemas	Correctos	Incorrectos	Simples	Complejos
344	324	20	294	50

El análisis cualitativo de las sesiones pedagógicas evidenció que algunos alumnos tuvieron dificultades, sin embargo estas se presentaron en el inicio y consistieron en respuestas impulsivas, establecimiento de relaciones entre los datos sin considerar la medida, identificación de la operación y escritura del resultado de forma incompleta. La corrección de los errores fue procesual mediante el recordatorio de que se tenía que utilizar la tarjeta de orientación siempre para solución de problemas. A pesar de que el maestro dirigía a los alumnos paso por paso, algunos alumnos interrumpían o contestaban rápido para ser los primeros. Los problemas que produjeron menores dificultades fueron los de suma y resta (debido a que ya sabían realizar las operaciones), mientras que los de multiplicación y la división eran nuevos y se trabajaban en el mismo grado escolar. Los errores iniciales estaban relacionados con la impulsividad y dificultad en la identificación de la pregunta del problema.

En relación al error de identificación de la operación se describe el siguiente ejemplo. En el problema "Sofía y su mamá cocinaron 6 pastelitos con nueces durante 1 semana. ¿ Cuántos pastelitos cocinaran en 8 semanas?", un alumno utilizó la operación de suma en lugar de multiplicación. No obstante, ante la verificación de la solución y la explicación del adulto sobre el uso de la operación de multiplicación, el menor comprendió el uso de la multiplicación.

Discusión

Los resultados obtenidos a partir de trabajo en el experimento formativo mostraron desarrollo de habilidades y acciones matemáticas necesarias para logro de la solución de problemas. Las ejecuciones inicialmente desplegadas, en ocasiones impulsivas (inconscientes) y mecánicas se sustituyeron por las rápidas, conscientes (reflexivas) y correctas. En la evaluación final los alumnos pudieron argumentar y explicar todo el procedimiento mencionando todos los pasos realizados. A lo largo de nuestra experiencia de la enseñanza se ha observado que el trabajo con los componentes matemáticos aportados por la teoría de la actividad garantiza la comprensión y asimilación de las tareas matemáticas, como lo muestran otras diferentes investigaciones (ROSAS, ROSAS, 2011; ZÁRRAGA, 2011; SOLOVIEVA, ORTIZ, QUINTANAR, 2010; SALMINA, 2001; NIKOLA, TALIZINA, 2001). La consideración de estos componentes permite la continuidad de los contenidos matemáticos. Por ejemplo, en la relación a las operaciones aritméticas, los alumnos identifican las medidas y valor posicional de cada cifra. Este hecho marca una diferencia esencial de otros métodos que ofrecen estrategias divididas y conductuales directas en los menores enfatizando descomposición de número sin considerar la reflexión sobre el uso de medida particular en cada grado numérico. Así, se refuerza la lectura de número 329 dividida en sus elementos 300-20-9 como único método de trabajo, lo que implica un alto grado de confusión y enredo mental por parte de los alumnos (BERMEJO, 2008; CASTAÑO, 2008).

El trabajo con el método de formación de las acciones mentales (GALPERIN, 2009a; TALIZINA, 2001, 2009; SOLOVIEVA; PELAYO; QUINTANAR, 2011; ORTIZ, 2011) permite desplegar el contenido académico, organizar la orientación adecuada tanto para la tarea como para los alumnos y consolidar el aprendizaje. Desde esta perspectiva el mayor trabajo lo realiza en un inicio el maestro o el maestro junto con el alumno para crear la independencia en el alumno como resultado necesario del proceso de la enseñanza-aprendizaje guiado. En este caso, el maestro y la metodología utilizada en el salón son los responsables por los éxitos (fracasos) de sus alumnos y no algunos "otros factores" ajenos al proceso de la enseñanza-aprendizaje. A diferencia de nuestro enfoque existen propuestas que se basan en la observación de las estrategias espontáneas que utilizan los alumnos y luego, entonces, se propone organizar algunos métodos (BUTTO; GÓMEZ, 2011). Otra alternativa es personalizar la enseñanza, es decir, partir de lo que el niño ya sabe y de su contexto cultural, enfatizando en el aprendizaje pragmático, lo que se ha denominado uso de "estilo cognitivo" (PADILLA; LÓPEZ, 2006; TOLEDO; PÉREZ; RIQUELME; HERNÁNDEZ, BITTNER, 2011). Respecto a lo anterior, se vale recordar la crítica de Leontiev (2003) a un uso "vacío" del enfoque histórico-cultural sin la actividad. De acuerdo a su punto de vista, el desarrollo sicológico no puede solo aparecer desde la cultura, sino solo en forma de una actividad cultural específica que corresponde al objeto que se desarrolla.

Finalmente, la integración del conocimiento teórico-metodológico de las premisas histórico-cultural y de la teoría de la actividad aplicada a la enseñanza permiten proponer métodos de enseñanza y desarrollo de la psique en general, dando significado cognitivo y vivencial real a los alumnos (DEL RÍO, ÁLVAREZ, 2011). El método presentado es un ejemplo de dicha integración. Reconociendo limitaciones de estudios psicológicos y pedagógicos cualitativos (muestra, diseño experimental y análisis estadístico), señalaremos que las ventajas de estos estudios son precisamente las posibilidades de descubrir el contenido verdadero de la actividad compartida de enseñanza-aprendizaje, además de lograr la disminución de errores de los alumnos y un aprendizaje reflexivo.

Otro de los logros que consideramos fundamentales es que nuestros alumnos desarrollaron una actitud positiva hacia el aprendizaje de las matemáticas, mostrando entusiasmo y un interés por resolver problemas, pidiendo más problemas para resolver, creando sus propios problemas de manera creativa y perseverando hasta llegar a la solución correcta, sea esta colectiva o individual. Lo anterior confirma la tesis de Leontiev (2003) de que los motivos nacen dentro de la misma actividad que los incluye como objetos de esta actividad. Por ejemplo, un alumno, en una ocasión, no podía resolver un problema compuesto y comentó: "no me voy porque yo puedo resolver este problema, solo necesito leerlo nuevamente y concentrarme". Después de volverlo a leer y verificar su plan de orientación, el alumno resolvió el problema. Nosotros consideramos que el verdadero sentido de trabajos de experimentación en psicología se relaciona necesariamente con este tipo de resultados que no pueden ser medidos ni cuantificados.

Conclusiones

1. La orientación específica de la solución de problemas garantiza la construcción del método de solución para dichos problemas: situación del problema (pregunta final), plan general, elección de operación, ejecución y verificación del resultado.

2. El método de formación de las acciones mentales permite a los alumnos tener consciencia de los significados que se encuentran detrás de los números, formulas y problemas matemáticos. Como resultado se adquiere la rapidez y eficacia de las acciones intelectuales específicas para matemáticas.

3. Las premisas histórico-cultural y de la teoría de la actividad también garantizan el desarrollo de la motivación para el aprendizaje, es decir, los alumnos muestran una actitud positiva hacia el aprendizaje independiente, crean sus problemas de acuerdo a sus vivencias y se muestran participativos durante todas las sesiones.

Referencias

ÁVILA, Alicia. **Transformaciones y costumbres en la matemática escolar**. México: Paidos, 2006.

BERMEJO, Vicente. Un modelo de intervención psicoeducativa en matemáticas (PEIM). **Revista Cultura y Educación**, España, v. 20, n. 4, p. 407-421, 2008.

BUTTO, Cristiane; GÓMEZ, Mónica. Las representaciones del sistema numérico decimal indo-arábigo en niños de primer grado de primaria. In: CONGRESO MEXICANO DE PSICOLOGÍA, 19., 2011. Cancún. **Anais** [...]. Cancún: Cancún Center, 2011.

CASTAÑO, Jorge. Una aproximación al proceso de comprensión de los numerales por parte de los niños: relaciones entre representaciones mentales y semióticas. **Revista Universitas Psychologica**, Colombia, v. 7, n. 3, p. 895-907, 2008.

DEL RÍO, Pablo; ÁLVAREZ, Amelia. La actividad como problema de desarrollo. Algunos potenciales educativos del eco-funcionalismo y la psicología histórico-cultural, **Revista Cultura y educación**, España, v. 23, n. 4, p. 601-619, 2011.

ENLACE. **Evaluación Nacional de Logro Académico de Centros Escolares**. México: SEP, 2013. Disponible en: <http://www.enlace.sep.gob.mx/content/gr/docs/2013/historico/00_EB_2013.pdf>. Acceso en: 20 sept. 2013.

GALPERIN, Piotr. **Actividad psicológica como ciencia objetiva**. Moscú: Instituto de Ciencias Pedagógicas y Sociales, 1998.

GALPERIN, Piotr. Tipos de orientación y tipos de formación de las acciones y de los conceptos. In QUINTANAR, Luis; SOLOVIEVA, Yulia (Org.) **Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño**. México: Trillas, 2009a.

GALPERIN, Piotr. Sobre la formación de las imágenes sensoriales y de los conceptos. In QUINTANAR, Luis; SOLOVIEVA, Yulia (Org.). **Las funciones psicológicas en el desarrollo del niño**. México: Trillas, 2009b.

GALPERIN, Piotr. **Sesiones de psicología**. Moscú: Escuela Superior, 2002.

LEONTIEV, Aleksei. **Selección de lecturas de psicología del desarrollo**. La habana: S/E, 2003.

LURIA, Alexander. **Pensamiento y lenguaje**. Barcelona: Martínez-Roca, 1980.

LURIA, Alexander; TSVETKOVA, Semionovna. **La resolución de problemas y sus trastornos**. Barcelona: Editorial Fontanella, 1981.

NIKOLA, Grigory; TALIZINA, Nina. La formación de habilidades generales para la solución de problemas aritméticos. In: TALIZINA, Nina. **La formación de las habilidades del pensamiento matemático**. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2001.

ORTÍZ, Gerardo. La fábula desde un método de formación por etapas. **Revista Entre maestros**, México, v. 11, n. 38, p. 20-23, 2011.

PADILLA, Víctor; LÓPEZ, Ernesto. Implementación de una red neural para estilos cognitivos y de aprendizaje: implicaciones educativas. **Revista Enseñanza e Investigación en Psicología**, México, v. 11, n. 2, p. 239-254, 2006.

QUINTANAR, Luis; SOLOVIEVA, Y. **Pruebas de evaluación infantil**. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 2003.

ROSAS, Yolanda; ROSAS, Daniel. Formando conceptos y transformando vivencias. **Revista Entre maestros**, México, v. 11, n. 38, p. 10-19, 2011.

ROSALES, Javier; ORRANTIA, Josetxu; VICENTE, Santiago; CHAMOSO, José. La resolución de problemas aritméticos en el aula. ¿Qué hacen los profesores cuando trabajan conjuntamente con sus alumnos? **Revista Cultura y educación**, España, v. 20, n. 4, 2008.

SALMINA, Nina. La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. In TALIZINA, Nina. **La formación de las habilidades del pensamiento matemático**. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2001.

SERCE. **Aportes para la enseñanza matemática**. Chile: LLECE, 2009.

SOLOVIEVA, Yulia; ORTÍZ, Gerardo; QUINTANAR, Luis Formación de conceptos numéricos iniciales en una población de niños mexicanos. **Revista Cultura y Educación**, España, v. 22, n. 2, p. 329-344, 2010.

SOLOVIEVA, Yulia; QUINTANAR, Luis. El desarrollo del niño y los métodos de enseñanza, **Revista Elementos**: **Ciencia y Cultura**, México, v. 17, n 77, p. 9-13, 2010.

SOLOVIEVA, Yulia; PELAYO, Héctor; QUINTANAR, Luis. Método para la formación de la lectura diseñado desde las propuestas de Vygotsky. **Revista Entre Maestros**, México, v. 11, n. 38, p. 58-67, 2011.

SOLOVIEVA, Yulia. El desarrollo desde el enfoque histórico-cultural: investigaciones educativas en España y México. **Revista Cultura y Educación**, España, v. 25, n. 2, p. 131-135, 2013.

TALIZINA, Nina. **Manual de psicología pedagógica**. México: Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2000.

TALIZINA, Nina. **La teoría de la actividad aplicada a la enseñanza**. México: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 2009.

TOLEDO, Héctor PÉREZ, Enrique; RIQUELME, Verónica; HERNÁNDEZ, Zunilda; BITTNER, Verónica. Evaluación de los intereses y estilos cognitivos de aprendizaje en ciencia en alumnos de 7° y 8° año de enseñanza básica y 1° y 2° de educación media de la provincia Llanquihue. **Journal for Educator**, **Teachers and Trainers**, v. 2, p. 39-48, 2011.

TSVETKOVA, Semionovna. **Neuropsicología del intelecto**. La Habana: UAEM, 1999.

VICENTE, Santiago; DOOREN, Wim; VERSCHAFFEL, Lieven. Utilizar las matemáticas para resolver problemas reales, **Revista Cultura y Educación**, España, v. 20, n. 4, p. 391-406, 2008.

ZÁRRAGA, Samara. **Formación de las habilidades matemáticas básicas en prescolares mayores de una comunidad suburbana**. Maestría en Diagnóstico y Rehabilitación Neuropsicológica (Tesis de Maestría) – Programa de Posgrado, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México, 2011.

Maestría Yulia Solovieva
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)
Facultad de Psicología
E-mail: yulia.solovieva@correo.buap.mx

Yolanda Rosas Rivera
Universidad Iberoamericana de Puebla (México)
E-mail: npyolandarosas@gmail.com

Maestría LuisQuintanar-Rojas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (México)
Facultad de Psicología
E-mail: luis.quintanar@correo.buap.mx

Recebido 20 jun. 2019
Aceito 20 set. 2019