

Copyright © 2020 by Academic Publishing House Researcher s.r.o.



Published in the Slovak Republic  
 Vestnik policii  
 Has been issued since 2014.  
 E-ISSN: 2414-0880  
 2020, 7(1): 10-18

DOI: 10.13187/vesp.2020.1.10  
[www.ejournal21.com](http://www.ejournal21.com)



## The Problem of the Solution's Stability of the Mathematical Model of a Pyrotechnic Device

Nicholas W. Mitiukov <sup>a, b, \*</sup>, Darya A. Korepanova <sup>c</sup>, Elena L. Busygina <sup>c, d</sup>

<sup>a</sup> International Network Center for Fundamental and Applied Research, Washington, USA

<sup>b</sup> Udmurt Federal Research Center of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Izhevsk, Russian Federation

<sup>c</sup> Kalashnikov's Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation

<sup>d</sup> Moscow Institute of Psychoanalysis, Moscow, Russian Federation

### Abstract

Pyrotechnic devices are widely used in law enforcement agencies, since the energy released in it makes it indispensable for creating compact and autonomous mechanisms or special-purpose devices. Currently, the development of promising pyrotechnic devices is carried out mainly experimentally, which requires significant material and time costs. The mathematical model of the pyrotechnic device, formulated by us in 2012, demonstrated satisfactory accuracy, using the example of the "Nika" pyrotechnic installation and a stand for impact tests. At the same time, it had problems with the stability of the solution, found in solving a number of problems. They were more or less present when using different methods of numerical integration, both constant and variable step. The addition of three differential equations for volume, pressure and density to the model made it possible to solve this problem. Its software implementation in the Delphi environment has shown that even with the Euler method at a step less than  $10^{-4}$  s, the solution becomes stable, despite the rigidity of the problem.

**Keywords:** pyrotechnic installation, mathematical model, solution stability, integration method.

### 1. Введение

Пиротехнические установки нашли широкое применение в различном оборудовании при проведении специальных операций. Энергия, освобождаемая в пиротехническом устройстве, делает его незаменимым при создании компактных и автономных механизмов или устройств специального назначения.

В основном пиротехнические устройства применяются в качестве газогенераторов для автономных исполнительных механизмов (Арсентьева, 2020). Но имеются также образцы пироструйных резаков, намного более компактных и удобных по сравнению, например, с традиционными гидравлическими или механическими резаками (Павлов, Дудырев, 2018). Есть также пиротехнические ударные приспособления, например, стенобитное устройство или устройство для выламывания дверей при проведении спецопераций, а также пиротехнические метательные установки, например, для метания линя. Перспективным

\* Corresponding author

E-mail addresses: [nico02@mail.ru](mailto:nico02@mail.ru) (N.W. Mitiukov)

видится также применение пиротехнических устройств для обогрева личного состава в зимних условиях (Моногаров и др., 2008), а также в качестве источника тока (Просьянюк и др., 2013).

Первые пиротехнические боеприпасы поступили на вооружение русской армии еще в начале XIX в. В то время они были в основном двух типов: зажигательные (брандскутели) и осветительные. В XX в. боекомплект существенно расширился и в настоящее время он прочно вошел в штат специальных установок (Судариков, 2013). А, кроме того, поскольку «коктейли Молотова» чрезвычайно легки в производстве и употреблении, большое значение имеет подготовка сотрудников правоохранительных органов к противодействию применения этих устройств (Трошин, Засыпкин, 2018).

## 2. Обсуждение и результаты

### Математическая модель пиротехнического устройства

В настоящее время разработка перспективных пиротехнических устройств осуществляется преимущественно экспериментальным путем, что требует значительных материальных и временных затрат (Арсентьева, 2020). В 2012 г. нами была предложена математическая модель пиротехнического устройства (Митюков, Крауфорд, 2012).

В общем случае, она состоит четырех дифференциальных уравнений.

1. Уравнения движения шарика исполнительного механизма, получающегося из закона Ньютона:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(p - p_h)F}{m} - g(\sin \alpha - f \cos \alpha),$$

где  $p$  – давление пороховых газов;  $p_h$  – давление окружающей среды;  $F$  – площадь сечения шарика ( $F = \pi d^2 / 4$ );  $m$  – масса шарика;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\alpha$  – угол возвышения ствола пиротехнического устройства;  $f$  – коэффициент трения.

2. Уравнения неразрывности для пороховых газов в канале пиротехнического устройства:

$$\frac{dM}{dt} = G_1 - G_2,$$

где  $G_1$  – газоприход (получается от горения пороха, в случае прогорания он обнуляется);  $G_2$  – газорасход через серповидный зазор между шариком и каналом пиротехнического устройства, а также вследствие прочих утечек.

3. Уравнение закона горения. Несмотря на то, что для современных твердых топлив скорость горения  $U$  обычно определяется по закону Велли:  $U = A p^\nu$  или закону Мьюраура:  $U = A p + B$  (где  $A, B, \nu$  некоторые константы, отличающие одно топливо от других), чаще всего в пиротехнических устройствах используется обычный дымный порох (ДРП или КЗДП), из-за чего для описания его горения уместней применять закон Шарбонье. А учитывая связь скорости горения и горящего свода  $e$ , получается:

$$\frac{de}{dt} = Ap.$$

4. Уравнения скорости ( $\ell$  – координата шарика при его движении по каналу):

$$\frac{d\ell}{dt} = v.$$

Для замыкания системы, она дополняется несколькими алгебраическими уравнениями.

1. Уравнением состояния:

$$p = \frac{MRT}{V},$$

где  $M$  – текущая масса пороховых газов;  $RT$  – «сила пороха»;  $V$  – объем за шариком.

2. Уравнением для объема:

$$V = V_k + S\ell + V_s,$$

где:  $V_k$  – объем каморы;  $V_s$  – объем сгоревшего пороха;  $S$  – площадь канала ( $S = 0,25 \pi D^2$ ).

3. Уравнением газоприхода:

$$G_1 = \frac{de}{dt} S(e) \rho,$$

где  $S(e)$  – поверхность горения в функции от горящего свода;  $\rho$  – плотность пороха.

4. Уравнением газорасхода. Учитывая быстроту протекания процессов горения, и резкого возрастания давления в камере пиротехнического устройства, газорасход можно описать уравнением для сверхкритического перепада давления:

$$G_2 = p F_k \sqrt{\frac{k}{RT} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}},$$

где  $k$  – показатель адиабаты продуктов сгорания;  $F_k$  – площадь свободного прохода между шариком и каналом:  $F_k = \varphi \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$ ,  $\varphi$  – коэффициент живого сечения.

5. Уравнением для горящего свода. В общем случае форму зерна можно принять близкой к шару, поэтому поверхность горения опишется как:

$$S(e) = N 4\pi (R - e)^2,$$

где:  $N$  – количество зерен, которое можно определить зная общую пороховую навеску  $m_{\text{п}}$ :

$$N = \frac{3 m_{\text{п}}}{4\rho\pi R^3}.$$

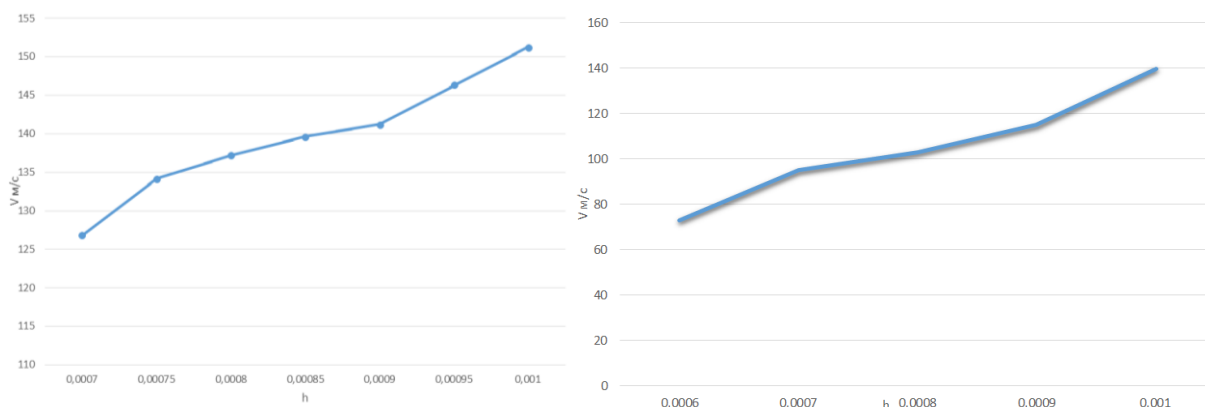
Указанная модель была апробирована на примере пиротехнической установки «Ника» (калибр 35 мм) и стенда для ударных испытаний. В первом случае целевой функцией стала высота подъема пиротехнической бомбы (Solomennikov et al., 2013a), а во втором – достижение требуемого ускорения в контейнере, который с помощью пиротехнической установки стрелялся в мягкий улавливающий мат (Соломенников и др., 2015). В обоих случаях результат, получаемый по модели, с достаточной степенью точности совпадал с результатом натуральных испытаний.

### Проблема устойчивости решения

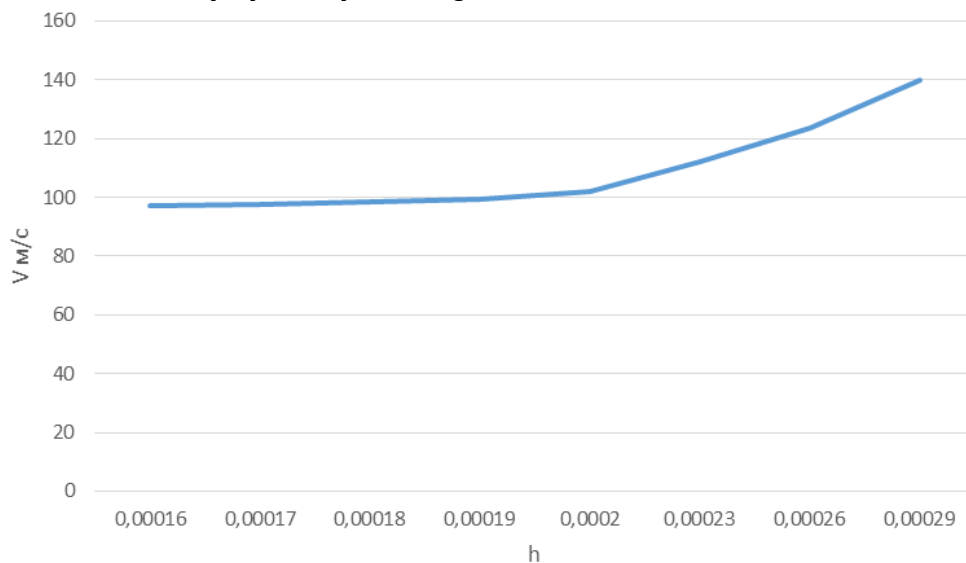
Несмотря на неплохое совпадение с результатами натуральных испытаний, у модели имелся существенный недостаток, ограничивавший круг ее применения. Возникали проблемы с устойчивостью решения.

Так при оптимизации параметров испытательного стенда для ударных испытаний, зависимость получаемой дульной скорости от шага интегрирования для методов Эйлера и Рунге-Кутты имел вид, представленный на Рисунке 1. При применении методов с автоматическим выбором шага эту проблему удалось частично преодолеть (Рисунок 2). Хотя, при анализе устойчивости видно, что для относительной ошибки ниже 0,0002, результат все равно зависит от заданной точности, но не столь радикально, как при более низкой точности. При оптимизации пускового клапана жидкостного ракетного двигателя с пиротехническим управлением обнаружено, что скорость исполнительного механизма также зависела от шага интегрирования. В данном случае интегрирование производилось по методу Эйлера (Рисунок 3).

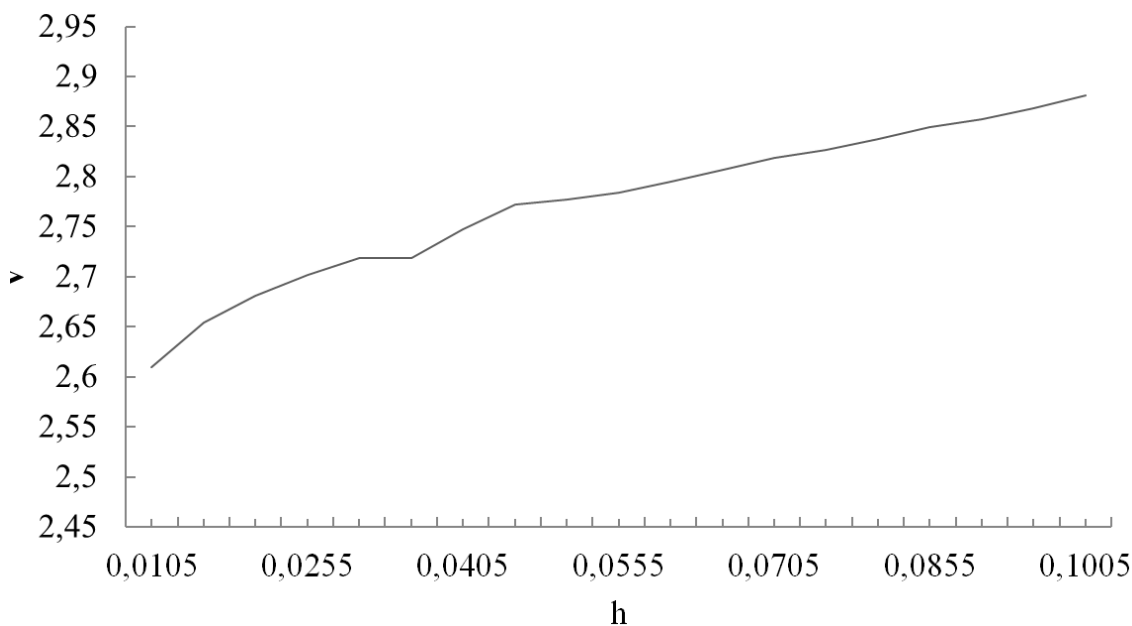
Таким образом, из-за жесткого решения, возникающего в начальный момент воспламенения, конечный результат определялся точностью этого участка.



**Рис. 1.** Зависимость дульной скорости пиротехнического стенда от шага по методу Эйлера (слева) и методу Рунге-Кутты (справа)



**Рис. 2.** Зависимость дульной скорости от точности по методу Рунге-Кутты-Мерсона



**Рис. 3.** Зависимость скорости исполнительного механизма от шага по методу Эйлера

### Доработка математической модели

Указанные проблемы с устойчивостью решения определили необходимость доработки математической модели.

С учетом изменения сгоревшего объема и движения шарика, объем за шариком можно записать как:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{de}{dt}S + \frac{d\ell}{dt}F.$$

Соответственно начальный объем будет совпадать с объемом камеры:  $V_0 = V_k$ .

Поскольку плотность газа  $\rho_r = M/V$ , то:

$$\frac{d\rho_r}{dt} = \frac{1}{V} \frac{dM}{dt} - \frac{M}{V^2} \frac{dV}{dt}.$$

А учитывая, что  $\rho_r = M/V$  и подставляя

$$\frac{dM}{dt} = \rho \frac{de}{dt}S(e) - G_2,$$

получается:

$$\frac{d\rho_r}{dt} = \frac{1}{V} \left( \rho \frac{de}{dt}S(e) - G_2 \right) - \frac{\rho_r}{V} \frac{dV}{dt}.$$

Наконец, из уравнения состояния:

$$\frac{dp}{dt} = RT \left( \frac{1}{V} \frac{dM}{dt} - \frac{M}{V^2} \frac{dV}{dt} \right).$$

Но поскольку  $R = c_v(k-1)$ , а  $p = MRT/V$ , то:

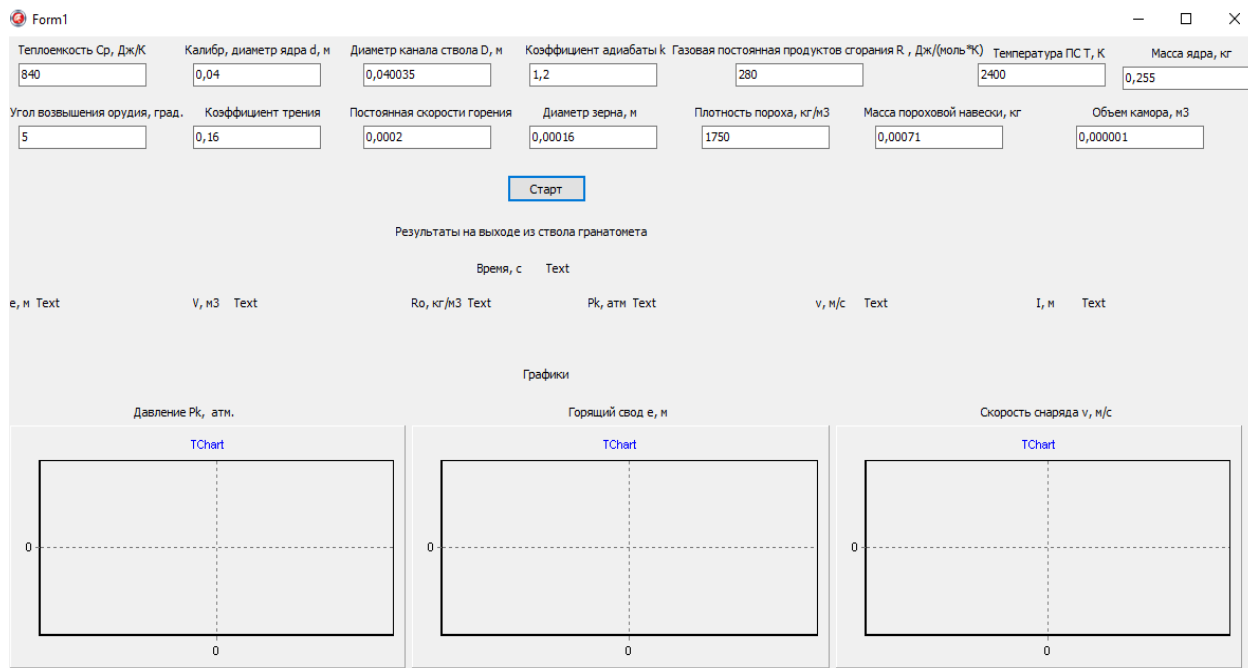
$$\frac{dp}{dt} = \frac{c_v(k-1)T}{V} \frac{dM}{dt} - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt}.$$

Подставляя в уравнение значение для  $dM/dt$  получается:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V} \left( \rho \frac{de}{dt}S(e)c_vT - G_2c_vT \right) - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt}.$$

Три полученных дифференциальных уравнения составили основу доработанной математической модели, программно реализованной в среде Delphi.

Главное окно программы представлено на [Рисунке 4](#).



**Рис. 4.** Программная реализация доработанной математической модели в среде программирования Delphi

Для расчетного случая были выбраны параметры штатного 40-мм подствольного гранатомета для автомата АКМ (Руководство..., 1983). Исходные данные сведены в Таблицу 1. В Таблице 2 приведены данные, как меняется результат в зависимости от выбранного шага (интегрирование проводилось по методу Эйлера).

**Таблица 1.** Исходные данные тестового расчета

Теплоемкость, Дж/К	Калибр, диаметр, м	Диаметр канала ствола, м	Показатель адиабаты	Газовая постоянная, Дж/(моль К)	Температура, К	Масса гранаты, кг
840	0,04	0,040035	1,2	280	2400	0,255
Коэффициент трения	Постоянная скорости горения	Диаметр зерна, м	Плотность пороха, кг/м <sup>3</sup>	Масса пороховой навески, кг	Объем камеры, м <sup>3</sup>	Угол возвышения, град
0,16	0,0002	0,00016	1750	0,00071	0,000001	5

**Таблица 2.** Результаты расчета (конечные данные в момент выхода гранаты из ствола) с разным шагом

Шаг, с	Объем V, м <sup>3</sup>	Плотность газов $\rho_g$ , кг/м <sup>3</sup>	Давление p, атм.	Скорость гранаты v, м/с	Время, с
0,1	4115,3068	5277823915,15	212790087938	52895,3448	0,2
0,01	0,702133	910789054,31	3672161493,50	528,9316	0,02
0,001	0,00126	-82950,089	-334256,8842	86932,4212	0,003
10 <sup>-4</sup>	0,000265	2,04794	8,25909	76,22468	0,0037
10 <sup>-5</sup>	0,000259	2,15360	8,68484	76,08038	0,00364
10 <sup>-6</sup>	0,000259	2,15356	8,68469	76,05980	0,00364
10 <sup>-7</sup>	0,000259	2,15377	8,68555	76,05848	0,0036397
10 <sup>-8</sup>	0,000259	2,15383	8,68578	76,05817	0,0036396
10 <sup>-9</sup>	0,000259	2,15383	8,68579	76,05817	0,0036396

Как видно из Таблицы 2, достоверными можно считать результаты, рассчитанные при шаге меньшем 10<sup>-4</sup>. До этого значения результаты сильно разбросаны на каждом из порядков шага интегрирования. При шаге 10<sup>-7</sup> и более результаты совпадают вплоть до третьего знака после запятой. При шаге 10<sup>-8</sup> и более результаты совпадают уже до пятого знака после запятой, кроме значения давления, которое совпадает лишь до четвертого знака после запятой.

### 3. Заключение

Математическая модель пиротехнического устройства, сформулированная в 2012 г., несмотря на удовлетворительную точность, подтвержденную сравнением с результатами натуральных испытаний, имела проблемы с устойчивостью решения. Они в большей или меньшей степени присутствовали при использовании разных методов численного интегрирования, как постоянного, так и переменного шага. Добавление в модель трех дифференциальных уравнений для объема, давления и плотности дали возможность решить эту проблему. Ее программная реализация на среде Delphi показала, что даже при методе Эйлера при шаге меньшем 10<sup>-4</sup> с решение становится устойчивым, несмотря на жесткость задачи.



## Литература

**Арсентьева, 2020** – Арсентьева М.В. Исследование внутриваллистических процессов в энергетических установках пиротехнических изделий // *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2020. № 3. С. 61-65.

**Митюков, Крауфорд, 2012** – Митюков Н.В., Крауфорд К.Р. и др. Внутренняя баллистика дульнозарядных гладкоствольных орудий // *Химическая физика и мезоскопия*. 2012. Т. 14. № 3. С. 371-375.

**Моногаров и др., 2008** – Моногаров К.А., Иванов Д.А., Мееров Д.Б., Муравьев Н.В., Пивкина А.Н., Фролов Ю.В. Пиротехнические композиции для нагревательных устройств // *Горение и взрыв*. 2008. № 1. С. 56-59.

**Павлов, Дудырев, 2018** – Павлов Б.Д., Дудырев А.С. Разработка перспективных пиротехнических составов для пироструйных резаков // *Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета)*. 2018. № 46(72). С. 11-15.

**Просвянюк и др., 2013** – Просвянюк В.В., Суворов И.С., Гильберт С.В., Коробков А.М. Пиротехнические источники тока в современных средствах пироавтоматики // *Вестник Казанского технологического университета*. 2013. Т. 16. № 4. С. 232-234.

**Руководство..., 1983** – Руководство по 40-мм подствольному гранатомету ГП-25. М.: Воениздат, 1983. 80 с.

**Соломенников и др., 2015** – Соломенников Н.В., Митюков Н.В. Оптимизация параметров мобильной пиротехнической установки для ударных испытаний // *Новый университет. Сер. «Технические науки»*. 2015. № 11–12. С. 11-16. DOI: 10.15350/2221-9552.2015.11-12

**Судариков, 2013** – Судариков А.М. Пиротехнические боеприпасы русской армии 1812 г. / XVI Вишняковские чтения. Проблемы и перспективы развития высшего профессионального образования в регионе на современном этапе. Материалы международной научной конференции (Бокситогорск, 29 марта 2013 г.). СПб., 2013. С. 29-31.

**Титова, 2018** – Титова А.В. Влияние шага интегрирования на решение модели горения пиротехнического устройства / *Молодежная наука в развитии регионов: Мат. VIII Всеросс. научн.-практ. конф. студентов и молодых ученых (г. Березники, 25 апреля 2018 г.)*. Березники: Изд-во ПНИПУ, 2018. – С. 226-228.

**Трошин, Засыпкин, 2018** – Трошин О.Б., Засыпкин И.В. Подготовка сотрудников правоохранительных органов к противодействию-применения против них зажигательных смесей, пиротехнических устройств / *Проблемы назначения и исполнения уголовных наказаний в России и за рубежом. Сборник материалов круглого стола международной научно-практической конференции (Вологда, 3 ноября 2017 г.)*. Вологда, 2018. С. 288-294.

**Solomennikov et al., 2013a** – Solomennikov N.N., Mityukow N.W. et al. Rekonstrukcja historyczna ładowanej kaganiec artylerii: identyfikacja wyników symulacji / *Wschodnie partnerstwo – 2013: Materiały IX Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji (Przemysł, 07-15 września 2013 roku)*. Vol. 33. Przemysł: Nauka i studia, 2013. Pp. 62-63.

**Solomennikov et al., 2013b** – Solomennikov N.N., Ganzii Yu.V., Portseva L.P., Busygina E.L., Mityukov N.V. Problem"t na ustoichivost resheniya na problema s istoricheska rekonstruktsiya na duloto pushki / *Nauchniyat potentsial na sveta: Materiali za 9-a mezhhdunarodna nauchna praktichna konferentsiya (Sofiya, 17–25 septemvri, 2013)*. Т. 20. Sofiya: «Byal GRAD-BG» OOD, 2013. Pp. 41-43.

## References

**Arsent'eva, 2020** – Arsent'eva, M.V. (2020). Issledovanie vnutriballisticheskikh protsessov v energeticheskikh ustanovkakh pirotekhnicheskikh izdelii [Investigation of intra-ballistic processes in power plants of pyrotechnic products]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*. 3: 61-65. [in Russian]

**Mityukov, Krauford, 2012** – Mityukov, N.V., Krauford, K.R. et al. Vnutrennyaya ballistika dul'nozaryadnykh gladkostvol'nykh orudii [Internal ballistics of muzzle-loading smooth-bore guns]. *Khimicheskaya fizika i mezoskopiya*. 14(3): 371-375. [in Russian]

**Monogarov i dr., 2008** – Monogarov, K.A., Ivanov, D.A., Meerov, D.B., Murav'ev, N.V., Pivkina, A.N., Frolov, Yu.V. (2008). Pirotekhnicheskie kompozitsii dlya nagrevatel'nykh ustroystv [Pyrotechnic compositions for heating devices]. *Gorenie i vzryv*. 1: 56-59. [in Russian]

**Pavlov, Dudyrev, 2018** – Pavlov, B.D., Dudyrev, A.S. (2018). Razrabotka perspektivnykh pirotekhnicheskikh sostavov dlya pirostruinykh rezakov [Development of promising pyrotechnic compositions for pyroblasting cutters]. *Izvestiya Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo instituta (tekhnicheskogo universiteta)*. 46(72): 11-15. [in Russian]

**Prosyanyuk et al., 2013** – Prosyanyuk, V.V., Suvorov, I.S., Gil'bert, S.V., Korobkov, A.M. (2013). Pirotekhnicheskie istochniki toka v sovremennykh sredstvakh piroavtomatiki [Pyrotechnic current sources in modern means of pyroautomatics]. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*. 16(4): 232-234. [in Russian]

**Rukovodstvo..., 1983** – Rukovodstvo po 40-mm podstvol'nomu granatometu GP-25 [Manual for the GP-25 40-mm grenade launcher]. Moscow: Voenizdat, 1983. 80 p. [in Russian]

**Solomennikov et al., 2013a** – Solomennikov, N.N., et al. (2013). Rekonstrukcja historyczna ładowanej kaganiec artylerii: identyfikacja wyników symulacji. *Wschodnie partnerstwo – 2013: Materiały IX Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji (Przemyśl, 07-15 września 2013 roku)*. Vol. 33. Przemyśl: Nauka i studia. Pp. 62–63. [in Polish]

**Solomennikov et al., 2013b** – Solomennikov N.N., Ganzii Yu.V., Portseva L.P., Busygina E.L., Mityukov N.V. Problem"t na ustoichivost resheniya na problema s istoricheska rekonstruktsiya na duloto pushki. *Nauchniyat potentsial na sveta: Materiali za 9-a mezhdunarodna nauchna praktichna konferentsiya (Sofiya, 17–25 septemvri, 2013)*. T. 20. Sofiya: «Byal GRAD-BG» OOD, 2013. Pp. 41-43. [in Bulgarian]

**Solomennikov et al., 2015** – Solomennikov, N.V., Mityukov, N.V. (2015). Optimizatsiya parametrov mobil'noi pirotekhnicheskoi ustanovki dlya udarnykh ispytaniy [Optimization of parameters of a mobile pyrotechnic installation for impact tests]. *Novyi universitet. Ser. «Tekhnicheskie nauki»*. 11–12: 11-16. DOI: 10.15350/2221-9552.2015.11-12 [in Russian]

**Sudarikov, 2013** – Sudarikov, A.M. (2013). Pirotekhnicheskie boepripasy russkoi armii 1812 g. [Pyrotechnic ammunition of the Russian army in 1812]. *XVI Vishnyakovskie chteniya. Problemy i perspektivy razvitiya vysshego professional'nogo obrazovaniya v regione na sovremennom etape. Materialy mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii (Boksitogorsk, 29 marta 2013 g.)*. S-Petersburg. Pp. 29-31. [in Russian]

**Titova, 2018** – Titova, A.V. (2018). Vliyanie shaga integrirvaniya na reshenie modeli goreniya pirotekhnicheskogo ustroystva [The influence of the integration step on the solution of the combustion model of a pyrotechnic device]. *Molodezhnaya nauka v razvitiy regionov: Mat. VIII Vseross. nauchn.-prakt. konf. studentov i molodykh uchenykh (g. Berezники, 25 aprelya 2018 g.)*. Pp. 226-228. [in Russian]

**Troshin, Zasyupkin, 2018** – Troshin, O.B., Zasyupkin, I.V. (2018). Podgotovka sotrudnikov pravookhranitel'nykh organov k protivodeistviyu-primeneniya protiv nikh zazhigatel'nykh smesei, pirotekhnicheskikh ustroystv [Training of law enforcement officers to counteract the use of incendiary mixtures, pyrotechnic devices against them]. *Problemy naznacheniya i ispolneniya ugovnykh nakazaniy v Rossii i za rubezhom. Sbornik materialov kruglogo stola mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii (Vologda, 3 noyabrya 2017 g.)*. Pp. 288-294. [in Russian]

## **Проблема устойчивости решения математической модели пиротехнического устройства**

Николай Витальевич Митюков <sup>a, b, \*</sup>, Дарья Алексеевна Корепанова <sup>c</sup>, Елена Леонидовна Бусыгина <sup>c, d</sup>

<sup>a</sup>Международный сетевой центр фундаментальных и прикладных исследований, Вашингтон, США

\* Корреспондирующий автор  
Адреса электронной почты: [nico02@mail.ru](mailto:nico02@mail.ru) (Н.В. Митюков)



<sup>b</sup> Удмуртский федеральный исследовательский центр Уральского отделения РАН, Ижевск, Российская Федерация

<sup>c</sup> Ижевский государственный технический университет им. М.Т. Калашникова, Ижевск, Российская Федерация

<sup>d</sup> Московский институт психоанализа, Москва, Российская Федерация

**Аннотация.** Пиротехнические устройства нашли широкое применение в силовых ведомствах, поскольку высвобождаемая в них энергия делает его незаменимым при создании компактных и автономных механизмов или устройств специального назначения. В настоящее время разработка перспективных пиротехнических устройств осуществляется преимущественно экспериментальным путем, что требует значительных материальных и временных затрат. Математическая модель пиротехнического устройства, сформулированная нами в 2012 г., продемонстрировала удовлетворительную точность, на примере пиротехнической установки «Ника» и стенда для ударных испытаний. Вместе с тем, она имела проблемы с устойчивостью решения, обнаруженные при решении ряда задач. Они в большей или меньшей степени присутствовали при использовании разных методов численного интегрирования, как постоянного, так и переменного шага. Добавление в модель трех дифференциальных уравнений для объема, давления и плотности дали возможность решить эту проблему. Ее программная реализация в среде Delphi показала, что даже при методе Эйлера при шаге меньшем  $10^{-4}$  с решение становится устойчивым, несмотря на жесткость задачи.

**Ключевые слова:** пиротехническая установка, математическая модель, устойчивость решения, метод интегрирования.