

## ***EPISTEMOLOGY, CONSTRUCTIVISM, AND DISCOVERY LEARNING IN MATHEMATICS***

**I Ketut Sukarma**

Dosen Program Studi Pendidikan Matematika FPMIPA IKIP Mataram

**Abstrak:** Artikel ini menjelaskan epistemologi keilmuan matematika, pandangan konstruktivisme terhadap matematika dan bagaimana pembelajaran matematika bisa mencapai tujuan yang salah satunya adalah dengan belajar penemuan dengan pendekatan filsafat yang menekankan implikasinya pada pembelajaran matematika. Dunia penelitian pendidikan khususnya matematika telah menunjukkan pergeseran, yaitu lebih menekankan proses belajar mengajar dan metode penelitian yang menerapkan konsep bahwa, dalam belajar seseorang mengkonstruksi pengetahuannya. Manusia mengkonstruksi pengetahuan mereka melalui interaksi dengan obyek, fenomena, pengalaman, dan lingkungan. Suatu pengetahuan dianggap benar bila pengetahuan itu dapat berguna untuk menghadapi dan memecahkan persoalan atau fenomena yang sesuai. Bagi konstruktivisme, pengetahuan tidak dapat ditransfer begitu saja dari seseorang kepada yang lain, tetapi harus diinterpretasikan sendiri oleh masing-masing orang. Pengetahuan bukan sesuatu yang sudah jadi, melainkan suatu proses yang berkembang terus menerus. Dalam proses itu keaktifan seseorang yang ingin tahu, sangat berperan dalam perkembangan pengetahuannya. Beberapa faktor seperti keterbatasan pengalaman konstruksi yang terdahulu, dan struktur kognitif seseorang dapat membatasi pembentukan pengetahuan orang tersebut. Sebaliknya, situasi konflik atau anomali yang membuat orang dipaksa untuk berpikir lebih mendalam serta situasi yang menuntut orang untuk membela diri dan menjelaskan lebih rinci, akan mengembangkan pengetahuan seseorang. Konstruktivisme dibedakan dalam tiga taraf yaitu radikal, realisme hipotetis, dan yang biasa. Perbedaan ini didasarkan hubungan antara pengetahuan dengan realitas yang ada.

**Kata kunci:** *Epistemology, Constructivism, and Discovery Learning*

### **1. PENDAHULUAN**

Artikel ini ditulis sebagai hasil interpretasi atas paper “Epistemology, Constructivism, and Discovery Learning in Mathematics” yang ditulis Gerald A. Goldin pada *Journal of Educational Psychology*, 85, 406-11, 1990, sehingga yang dimaksud dengan penulis pada paper ini adalah Gerald A. Goldin.

Penulis paper ini berusaha menjelaskan epistemologi keilmuan matematika, pandangan konstruktivisme terhadap matematika dan bagaimana pembelajaran matematika bisa mencapai tujuan yang salah satunya adalah dengan belajar penemuan. Struktur paper ini ditulis dengan pendekatan filsafat yang menekankan implikasinya pada pembelajaran

matematika. Mengkritisi pembelajaran matematika, penulis paper ini terutama menyoroti kebermaknaan sebuah pembelajaran matematika dan bagaimana posisi guru di dalam pembelajaran matematika itu sendiri.

Penulis mencoba membuat pertanyaan-pertanyaan awal yang mengarahkan pembaca kepada masalah-masalah nyata di dalam pembelajaran matematika dan menuliskan beberapa pandangannya atas persoalan tersebut. Tabel 1.1 berikut ini memuat daftar pertanyaan-pertanyaan tersebut dan tema yang diangkat penulis untuk membahas pertanyaan tersebut di dalam paper ini.

**Tabel 1.1 Persoalan nyata pembelajaran matematika dan tema bahasan**

No	Persoalan nyata pembelajaran matematika	Tema yang diangkat penulis
1.	Apa cara terbaik untuk mengkarakterisasi pengetahuan yang disebut matematika?	Pandangan matematika sebagai sesuatu yang diciptakan atau dibangun oleh manusia, bukan sebagai "kebenaran" yang independen atau sesuatu yang abstrak dan sekumpulan peraturan-peraturan penting.
2.	Bagaimana anak-anak dan orang dewasa belajar matematika yang paling efektif?	Interpretasi makna matematika sebagai sesuatu yang dibangun oleh pembelajar bukan diberikan oleh guru
3.	Bagaimana cara terbaik mempelajari proses belajar mereka dan menilai hasil belajar?	Pandangan pembelajaran matematika yang paling efektif terjadi apabila dilaksanakan dengan cara penemuan terbimbing, aplikasi bermakna dan pemecahan masalah, sebagai kontra dari pembelajaran yang penuh simbol, rumus bahkan hafalan dan manipulasi formula
4.	Dapatkah belajar bermakna secara konsisten dibedakan dari belajar tanpa makna atau sekedar hafalan?	Studi dan penilaian pembelajaran melalui wawancara individual dan studi kasus kelompok kecil yang lebih baik daripada cara tradisional yakni tes kemampuan menggunakan kertas dan pensil.
5.	Bagaimana cara pengajaran matematika yang efektif?	Pendekatan mengajar yang efektif melalui penciptaan lingkungan kelas belajar, mendorong keragaman dan kreatifitas melalui proses pemecahan masalah, dan mengurangi penekanan untuk memberi tanggapan proses matematis yang benar
6.	Bagaimana guru sekolah dasar dan menengah akan memungkinkan untuk memberikan pengajaran yang efektif?	Tujuan untuk persiapan guru dan pengembangan yang meliputi refleksi atas pertimbangan epistemologi dari asal-mula pengetahuan matematika, menyelidiki dan memahami matematika sebagai yang dibangun dan pembelajaran matematika sebagai proses konstruktif, dan abstraksi dari pengalaman guru dan siswa dalam pemecahan masalah matematika

Keenam ide di atas berguna untuk pengembangan bidang pendidikan matematika. Diharapkan ada kebijakan yang mengarah pada pengembangan pembelajaran matematika sehingga dapat memajukan pembelajaran matematika itu sendiri.

Perhatian besar oleh komunitas penelitian pendidikan matematika khusus untuk pertanyaan epistemologi karena mereka berhubungan dengan psikologi pembelajaran matematika terutama untuk perspektif filsafat yang dikenal sebagai konstruktivisme radikal. Banyak dari mereka yang telah mengadopsi

pendekatan konstruktivis untuk belajar dan mengajar berdasarkan teori-teori mereka tentang epistemologi konstruktivisme radikal, yang muncul dengan menawarkan pembenaran yang kuat seperti pandangan di atas.

Oleh penulis, Ide ini dimaksudkan untuk mengangkat beberapa isu melalui kritik atas diadopsinya konstruktivisme radikal sebagai dasar pendekatan terhadap pendidikan matematika, bahkan ketika penulis berdebat mendukung apa yang disebut pandangan "moderat konstruktivis". Diharapkan dengan mendalami enam tema di atas akan muncul sebuah epistemologi empiris yang konsisten dengan penyelidikan metode ilmiah sebagaimana biasanya dipahami dan diterapkan dengan menghindari beberapa hal yang berpotensi merusak konsekuensi dari konstruktivisme radikal.

Dalam menawarkan argumen berikut, sebelumnya penulis memberi apresiasi dan kekaguman atas pemikiran para peneliti dan pendidik matematika sekolah konstruktivis radikal, yang menuliskannya dalam bentuk paper ataupun sebagai hasil sebuah diskusi. Kontribusi mereka, menurut pendapat penulis, sangat berharga sebagai suatu tantangan untuk kesimpulan awal yang kadang-kadang diambil dari empiris, kuantitatif, dan tampaknya penelitian "ilmiah" dalam pendidikan matematika. Seperti sebuah tantangan sangat penting ketika terdapat kebiasaan memilih variabel utama untuk studi empiris di mana variabel dipilih karena relatif mudah untuk menjadikannya kuantitatif, sedangkan variabel kognitif diabaikan karena lebih sulit. Konstruktivisme radikal juga mencari alternatif yang diperlukan untuk model-model yang terlalu mekanis dan deterministik yang kadang-kadang ditawarkan oleh kecerdasan buatan/sekolah ilmu kognitif.

## 2. PEMBAHASAN

### • Mempertanyakan tentang Cara Berpikir

Epistemologi adalah cabang dari filsafat yang setuju dengan pernyataan bahwa

landasan dari bagaimana 'kita tahu apa yang kita tahu', dan terutama tentang dasar logis (dan kadang-kadang psikologi) untuk penopangkeabsahan atau "kebenaran" untuk "apa yang kita tahu". Epistemologi adalah asumsi tentang landasan ilmu pengetahuan—tentang bagaimana seseorang memulai memahami dunia dan mengkomunikasikannya sebagai pengetahuan kepada orang lain. Bentuk pengetahuan apa yang bisa diperoleh? Bagaimana seseorang dapat membedakan apa yang disebut "benar" dan apa yang disebut "salah"? Apakah sifat ilmu pengetahuan? Pertanyaan dasar tentang epistemologi menekankan pada apakah mungkin untuk mengidentifikasi dan mengkomunikasikan pengetahuan sebagai sesuatu yang keras, nyata dan berwujud (sehingga pengetahuan dapat dicapai) atau apakah pengetahuan itu lebih lunak, lebih subjektif, berdasarkan pengalaman dan wawasan dari sifat seseorang yang unik dan penting (sehingga pengetahuan adalah sesuatu yang harus dialami secara pribadi). Menempatkan konstruktivis radikal pada konteksnya, dibahas beberapa perbandingan perspektif epistemologi pada level yang sederhana.

Hampir semua pemikiran epistemologi bermula dengan sebuah analisis terhadap sumber-sumber dari apakah yang "saya" tahu. Sebuah sumber pengetahuan utama, oleh penulis, adalah melalui sense-nyayang maksudnya adalah dunia kita adalah pengalaman yang diterima melalui indera. Artinya, pengalaman-pengalaman "yang mendalam" dapat diperoleh termasuk "perasaan" sebaik "sensasi" (pengalaman pribadi: kesenangan sebaik kehangatan). Kemungkinan sumber pengetahuan lain adalah pemikiran (reasoning) logis dan introspeksi (mawas diri) – hipotesis dan/atau kesimpulan yang mana dapat dicapai penulis melalui proses mental. Beberapa di antara sekian banyak pertanyaan epistemologi berkisar pada :

- Dapatkah saya secara sah berpendapat bahwa keberadaan dari sebuah

kenyataan di luar sana adalah bagian dari pengalaman pribadi saya? Jika iya, bagaimana? Apa yang dapat saya ketahui tentang itu, jika itu ada, dan bagaimana dapat saya tiba pada sebuah pengetahuan?

- Dapatkah saya secara sah berpendapat tentang keberadaan pengalaman pribadi orang lain? Jika iya, bagaimana? Apa perbandingan antara pengalaman pribadi mereka dengan pengalamam saya?
- Dapatkah saya secara konsisten memverifikasi (memeriksa/menguji) keabsahan proses pemikiran logis saya sendiri? Apakah pemikiran logis dan pemikiran matematika dalam beberapa sense intrinsically sah, apakah mereka melulu adaptasi dari konvensi social oleh sekelompok perkumpulan, atauapakah mereka secara esensi tersendiri dan tidak-terbandingi antara individu?
- Apakah arti mengatakan sebuah pernyataan matematika adalah “benar”? Apakah itu berarti menegaskan bahwa sebuah pernyataan empirik di dalam sains adalah “benar”, bahwa kelihatan menyinggung “kenyataan eksternal”? Apakah terdapat sense yang mana salah satunya: kebenaran adalah obyektif? Apakah sains yang kita sebut psikologi berbeda dengan fisika dan biologi karena ranahnya menyangkut “pikiran”?

Seiring berjalannya waktu, perbedaan pandangan yang radikal telah dikemukakan oleh orang-orang dari berbagai cara berpikir epistemologi, memberi jawaban sangat berbeda atas berbagai pertanyaan epistemologi. Berikut ini adlaah beberapa paham yang dimaksud.

#### 1. Idealisme

Paham idealis menyatakan bahwa semua realita pada kenyataannya adalah

mental. Semua pengalaman adalah mental dan bukan dari luar, material “dunia nyata” dapat dibenarkan langsung dari pengalaman. Hal itu lebih ekstrim daripada pandangan paham empiris. Namun paham idealis secara lebih luas ditafsirkan dapat memungkinkan adanya akal/pikiran lain atau bahkan pikiran universal dengan mana individu berbagi pikiran. Adalah mungkin menjadi seorang idealis dalam metafisikanya tapi secara epistemologi seorang realism. Dunia dan pikiran adalah dua hal yang terbedakan. Dunia ditafsirkan dengan cara mempelajari hukum-hukum pikiran dan kesadaran dan tidak secara eksklusif melalui ilmu pengetahuan objektif.

#### 2. Solipsisme

Solipsisme adalah pandangan yang mengatakan bahwa pengalaman pribadi seseoranglah merupakan satu-satunya fakta yang dapat dipercaya. Dengan kata lain, seseorang tidak memiliki landasan untuk percaya akan apa saja kecuali dirinya sendiri.

#### 3. Realisme kausal

Realisme kausal adalah pandangan bahwa ada dunia luar dan pada kenyataannya adalah apa yang menyebabkan saya untuk memiliki pengalaman merasakan yang saya miliki, meskipun berbeda dari pengalaman-pengalaman. Penyebab (causal) adalah sesuatu yang terjadi dalam realitas eksternal. Adanya hubungan sebab akibat tidak tergantung pada kehadiran pikiran, pembicara, pengamat atau sejenisnya.

#### 4. Rationalisme

Pengetahuan tentang dunia/fisik ditentukan berdasarkan pemikiran dan kesimpulan logis, bukan atas interaksinya dengan indera. Pandangan realism kausal ada pada kerangka yang lebih umum dari rasionalisme, seperti menegaskan bahwa seseorang dapat memperoleh pengetahuan tentang dunia fisik melalui akal dan kesimpulan logis. Pengalaman indrawi dalam pandangan ini tidak terlalu dapat

dipercaya. Mereka memainkan peran, tetapi mereka mungkin menyesatkan atau ilusi. Mereka tidak realitas, yang paling mendasar utama, dan satu harus alasan salah satu cara melalui mereka untuk sampai pada pengetahuan tentang dunia luar.

#### 5. Empirisme

Empirisme adalah suatu aliran dalam filsafat yang menyatakan bahwa semua pengetahuan berasal dari pengalaman manusia. Empirisme menolak anggapan bahwa manusia telah membawa fitrah pengetahuan dalam dirinya ketika dilahirkan. Empirisme jauh lebih banyak mengandalkan pada sense-data sebagai awal "kodrat" epistemologi. Data adalah unsur-unsur dari dunia melalui pengalaman. Pengamatan dan pengukuran menjadi proses dasar untuk merekam dan mengorganisir akal-data, dan kesimpulan yang diambil dari pola-pola dalam sense-data untuk validitas pengetahuan. Misalnya, pandangan bahwa pernyataan dunia nyata tentang fungsi benda-benda fisik sebagai ringkasan yang berguna dalam pengalaman sensoris pola diamati dan prediksi perspektif empiris.

#### 6. Positivisme logis

Positivisme logis adalah salah satu bentuk variasi dari radikal empirisme, yang mengadopsi "kriteria verifikasi/pemeriksaan" arti di mana hanya konten yang bermakna dari sebuah pernyataan sintetik konsisten terhadap metode-metode untuk pada prinsipnya terobservasi dapat dikonfirmasi atau tidak. Positivisme logis berpendapat bahwa filsafat harus mengikuti rigoritas yang sama dengan sains. Filsafat harus dapat memberikan kriteria yang ketat untuk menetapkan apakah sebuah pernyataan adalah benar, salah atau tidak memiliki arti sama sekali.

#### 7. Konstruktivisme radikal

Konstruktivisme radikal adalah bagian dari epistemologi yang memandang pada hubungan tertentu antara pikiran dan dunia.

Individu tidak dapat mengakses dunia nyata, hanya dunia yang dibangunnya sendiri berdasarkan pengalamannya. Semua pengetahuan apakah itu matematika atau bukan, penting untuk dibangun. Tanpa bukti-bukti untuk beberapa persepsi intuisi/membaca pikiran, tidak ada individu yang langsung memperoleh pengetahuan dari pengalaman orang lain; individu hanya membangun model sendiri atas pengetahuan dan pengalaman orang lain. Jadi, orang tidak dapat menyimpulkan bahwa pengetahuannya sendiri sama dengan yang dipunyai orang lain. Individu hanya dapat membangun model dari kenyataan dan tidak dapat menyimpulkan bahwa pengetahuannya sendiri adalah pengetahuan tentang dunia nyata. Dari sudut pandang konstruktivisme radikal, pengetahuan tentang matematika, sains, psikologi atau lainnya tidaklah terhubung/terkomunikasi tetapi epistemologi kebutuhan mendorong dibangunnya (dan disusun kembali) oleh keunikan individu-individu. Ini dibangun dalam konteks individu terhadap pengalaman yang berasal dari perkataan dan tindakan tiap orang lainnya. Jadi, konteks pertemuan dan interaksi sosial melebihi beberapa kriteria "mutlak" tentang "kebenaran" atau "objektivitas" di manaberfungsi sebagai penentu paling penting dari pengetahuan individual sebagai keabsahan, atau apakah sebuah konsep matematis/sains diajarkan telah dengan benar dipelajari. Di sini konstruktivisme, menjadi pembeda dari sebuah pemakaian lebih awal dari sebuah ketentuan untuk mendeskripsikan pandangan penganut paham intuisi bahwa keberadaan pernyataan dalam matematika (seperti keberadaan sebuah himpunan dengan anggota tertentu) memperoleh makna hanya dengan arti dari sebuah tafsiran/konstruksi yang efektif.

*Perbedaan antara analitik dan sintentik*



Keberanan analitik dan keberanan sintetik berbeda meskipun tidak semuanya setuju dengan definisi yang dibuat. Keberanan analitik dikatakan benar oleh manfaat dari artinya atau definisi ada tidaknya kontradiksi empiris. Keberanan sintetik bergantung pada keberanan (komunitas) atas kondisi/situasi empiris. Pernyataan sintetik masih membutuhkan alasan untuk diverifikasi. Dari sudut pandang ini, matematika terdiri atas wujud pengetahuan analitik di mana pandangan lain (abad 20) bahwa adalah murni berisi system symbol yang formal dengan logika internal tapi tanpa makna bawaan di dalamnya. Pernyataan matematika sendiri (dan sains) adalah awal keberanan sintetik karena pernyataannya diperlukan benar tapi pengetahuan tentang itu semua perlu dicapai melalui penalaran. Contoh pernyataan analitik: “Semua laki-laki adalah saudara kandung” dan contoh pernyataan sintetik: “George Polya adalah seorang ahli matematika”. Pemilahan atas keberanan analitis dan keberanan sintetik mendasari pembahasan positivisme radikal dan konstruktivisme radikal.

#### • Dua Aliran Epistemologi yang Mempengaruhi Pendidikan Matematika

Pada masing-masing titik waktu, epistemologi cara berpikirmempunyai pengaruh atas psikologi dari pendidikan matematika sebagaimana kebiasaan di ruang kelas. Di sini diberikan dua pengaruh penting yakni positivisme logis dan konstruktivisme radikal. Pertama kita pertimbangkan pengaruh yang kuat dari pandangan positivisme logis yang mana secara khusus ikut mempengaruhi perilaku psikologi radikal dan memberikan kontribusi kepada pendekatan “behavioral objectives” pada pendidikan matematika. Selanjutnya yang kedua adalah menggali beberapa aspek dari pengaruh konstruktivisme radikal.

##### (1) Positivisme logis

Gagasan dalam psikologi adalah keberadaan keadaan mental mulai dari

pengetahuan sampai yang teramati langsung, cukup kompatibel dengan epistemologi idealis: karena dalam pandangan idealis semua realitas adalah mental, tidak ada dasar untuk membedakan antara perilaku (atau dalam karakterisasi idealis lebih tepat, jiwa mereka pengalaman yang diklasifikasikan sebagai perilaku), dan pikiran (atau, set lengkap pengalaman mental yang saya atau manusia lain). Ini adalah hal yang sama dengan alur epistemologi. Demikian juga dengan realitas kausal yang mengarah pada realitas dari pikiran – pikiran saya maupun pikiran lainnya – melihat mereka karena pada prinsipnya dapat diketahui melalui penalaran dari efeknya (pada saya, atau pengamat lainnya); pernyataan mental lain dan diri saya hanya bagian dari eksternal kenyataannya, milik “dunia di luar sana” yang menyebabkan saya mengalami hal-hal tertentu (yaitu keadaan mental knowable pada prinsipnya dengan penalaran dari efek mereka). Jadi, penjelasan mentalitas perilaku dalam psikologi dan karakterisasi hasil pembelajaran dalam pendidikan yang didasarkan pada keberadaan pernyataan mental dan kemampuan mental siswa sedikitnya bisa dibuat kompatibel dengan epistemologi pandangan idealis atau realitas kausal.

Dengan positivisme logis, menolak penjelasan mentalitas sebagai tak bermakna dalam kriteria pemastian, yang melibatkan prinsip-pernyataan tidak teramati. Fokus khusus dari behaviorisme radikal pada rangsangan, pada respon, dan pada hukum empiris yang dapat diverifikasi mengatur hubungan secara eksplisit dari kenyataan bahwa situasi stimulus dan respon perilaku secara langsung teramati dan terukur, seperti proses kognitif (atau mental lainnya proses) atau tidak. Jadi positivisme logis berpendapat, yang belakangan tadi seharusnya berupa apriori dari psikologi atas dasar epistemologi.

Demikian pula, pendekatan perilaku tujuan terhadap pendidikan (termasuk pendidikan matematika) dianggap mengikuti dari yang diperlukan, epistemologi prinsip-

prinsip "ilmiah". Prinsip-prinsip ini membutuhkan hasil pembelajaran teramati dan terukur lebih lanjut, dalam rangka pernyataan tujuan dari instruksi memenuhi kriteria yang dapat diverifikasi kebermaknaannya.

Tapi ketergantungan pada tujuan perilaku tidak menguntungkan pendidikan matematika juga tidak psikologi stimulus-respon membuktikan kemampuan gambaran belajar matematika secara efektif. Seringkali, karakteristik eksklusif perilaku hasil pembelajaran yang diinginkan mengarahkan pendidik untuk bergantung pada pengajaran diskrit, keterampilan terputus dalam matematika, bukan pada pengembangan pola bermakna, prinsip dan wawasan. Seluruh departemen matematika sekolah umum telah mengabdikan musim panas mereka untuk menulis ulang tujuan buku teks mereka dalam bentuk perilaku, menggantikan kata-kata yang tak terukur secara operasional seperti "memahami" dengan kata-kata operasional diverifikasi seperti "menyelesaikan dengan benar". Juga pada pelaksanaan di kelas, efisiensi sering dikaitkan dengan keberhasilan siswa menghafal bukannya pemahaman atas proses yang berlangsung. Kecepatan menghitung dan keakuratannya menjadi tujuan akhir, juga dengan tes tertulis yang mendominasi proses instruksional dan pernyataan guru atas keterbatasan waktu untuk menyelenggarakan eksplorasi matematika, pembelajaran penemuan ataupun pemecahan masalah.

Selanjutnya, ada sekelompok orang yang mengusulkan kembali kepada dasarnya, matematika bukan untuk alasan epistemologi tetapi secara esensi untuk alasan kenyamanan dan kecocokan dengan nilai-nilai mereka.

Jika kita menolak paham perilaku radikal sebagai dasar epistemologi untuk pendidikan, penulis percaya bahwa adalah penting untuk menemukan titik lemah pada analisis positivisme daripada membahas kelemahan efek-efek paham perilaku. Adalah tidak penting untuk mengadopsi konstruktivisme

radikal, orang lain dapat mendebat secara efektif dari pandangan penganut empirisme moderat.

Sejauh ini kita setuju bahwa keberartian pernyataan sintetik seharusnya mempunyai implikasi diperiksa dan diverifikasi tanpa membutuhkan pernyataan lebih lanjut dan verifikasi secara langsung. Empirisme moderat tidak seharusnya hanya mengakui makna dari pernyataan yang konsisten dalam memverifikasinya secara langsung. Jadi, sebuah model untuk kognisi membuat kegunaan dari sesuatu yang terkandung dalam sesuatu yang tak terobservasi seperti representasi internal dari kognisi, dapat sukses dalam meringkas sesuatu yang dapat digunakan dan mensintesa kejadian yang teramati seperti tingkah laku dan beberapa model menyarankan dilanjutkannya dengan observasi tambahan yang tidak spesifik. Tidak ada model yang keseluruhan tidak saintifik khususnya jika modelnya dideskripsi lebih sederhana melalui fenomena-fenomena teramati daripada model-model yang berdasarkan pada observasi langsung.

Secara terbuka kita seharusnya mencatat bahwa penganut paham perilaku pada awalnya bereaksi melawan teori psikologi mentalistik secara luas diturunkan dari memeriksa sedikit hubungan terhadap observasi empiris yang sistimatis. Jadi para penganut paham perilaku memeriksa lebih jauh ketiadaan nilai saintifik secara relatif. Meskipun demikian penganut paham perilaku radikal berprasangka awal secara epistemologi adalah salah, dan setuju dengan sikap bahwa hal itu merusak praktek pada pendidikan matematika.

## (2) Konstruktivisme radikal

Berbeda dengan positivisme logis, posisi konstruktivisme radikal tidak hanya mengijinkan tetapi juga penting untuk mengkonstruksi secara psikologi model untuk kognisi atau proses mental. Tapi konstruktivisme radikal mempunyai konsekuensi lebih jauh pada psikologi dan

pendidikan matematika. Implikasi secara epistemologi kedua pandangan itu perlu dipertimbangkan secara hati-hati. Contohnya, terdapat kesimpulan secara epistemologi bahwa semua pengetahuan dapat dikonstruksi karena pada semua pembelajaran (termasuk pembelajaran matematika) terkandung proses konstruktif.

Mengacu pada konstruktivisme radikal, tidak ada kesimpulan yang diperoleh dari studi empiris pembelajar yang dapat kita bayangkan apakah itu pembelajaran konstruktif atau non-konstruktif dan mencoba untuk memastikan alasan-alasan berdasarkan tanggapan atas kejadian-kejadian atau derajat keefektifannya.

Ditambahkan pula, konstruktivisme radikal mempertahankan bahwa setiap pengalaman setiap orang adalah bergantung konteks dan unik anta satu dengan lain orang dan secara alamiah tidak dapat diakses oleh orang lain. Jadi setiap individu membangun pengetahuannya sendiri secara unik berdasarkan kepentingannya dan konteksnya sendiri.

Konseptualisasi dari sebuah struktur matematika atau sebuah kategori dengan kepemilikan terstruktur adalah alami untuk para matematikawan dan telah menjadi pusat untuk tujuan struktural pada pembelajaran matematikaseperti beberapa model untuk pengembangan guru matematika. Demikian juga struktur masalah atau representasi sebuah masalah terlihat sebagai sesuatu yang eksternal untuk pembelajarnya. Ini penting sebagai variable riset. Tapi perspektif ini secara langsung menantang konstruktivisme radikal yang mengabaikan deskripsi struktur matematika atau struktur masalah sebagai bagian alat bantu analisis dari pengetahuan yang terbangun pada pembelajar. Dalam pandangan para penganut konstruktivisme radikal terdapat prasangka tidak ada sesuatu pun struktur matematika yang eksis sebagai bagian dari pengetahuan individu yang terbangun maupun kebermaknaan sebuah

struktur masalah sebagai bagian dari pemahaman pembelajar.

Akhirnya, penganut konstruktivisme radikal bisa menyanggah bahwa pandangan matematika, makna matematis, dan pendidikan matematika efektif yang telah disebutkan dalam pendahuluan di atas, mengikuti dari aplikasi prinsip epistemologis konstruktivis untuk pertimbangan sifat dasar pengetahuan matematika.

Sangat menarik untuk dicatat bahwa dalam pengembangan dan penyanggahan ide-ide di atas, para penganut konstruktivisme radikal tidak secara khusus setuju dengan Piaget, dari orang-orang yang mereka ikuti garis hidupnya. Piaget tidak hanya mengingat “kebutuhan logis,” tetapi juga merekam sebuah peranan penting terhadap “struktur” terpisah dari konstruksi keistimewaan oleh individu (Piaget, 1970d). Tentu saja, Piaget juga menjadi suatu pengaruh utama dalam membendung arus para penganut behaviorisme radikal.

Terdapat dua bahaya yang kita hadapi harus itu ternyata bahwa alasan dari konstruktivis radikal fundamental tidak benar. Pertama, mereka yang menganjurkan pembelajaran matematika bermakna melalui konstruktif, proses penemuan mungkin dapat menemukan beberapa kesimpulan valid atau tidak membantu. Hal ini konsekuensi bahwa untuk alasan epistemologis telah terkait dengan perspektif yang sebaliknya berlaku.

Kedua, hal itu mungkin terjadi bahwa bagian-bagian yang penting tentang apa itu pembelajaran matematika dapat dan seharusnya - ide yang non-perilaku dan non-mekanistik - mungkin diberikan secara tidak valid di mata mereka yang (dengan justifikasi) mencari dasar, empiris ilmiah untuk penelitian pendidikan matematika. Memang, dalam perdebatan ilmiah terakhir, perbedaan pendapat tentang isu-isu penting dan kontroversial mempengaruhi kebijakan (seperti identifikasi variabel yang terkait dengan praktek kelas yang efektif) telah dibingkai



sebagai perbedaan antara kuantitatif empiris dan analisis epistemologi konstruktivis. Kilpatrick mencatat, "*dalam beberapa (konstruktivis) tulisan-tulisan implikasi tampaknya bahwa praktek pengajaran tertentu dan pandangan tentang instruksi mengandaikan pandangan konstruktivis pengetahuan. Implikasi itu adalah palsu*". Hal ini penting untuk disadari bahwa seseorang tidak perlu menerima epistemologi konstruktivisme radikal dalam rangka untuk mengadopsi model pembelajaran sebagai suatu proses yang konstruktif, atau untuk mendukung penekanan meningkat pada penemuan kelas dipandu dalam matematika. Kita akan melihat bahwa, epistemologi ilmiah cukup empiris sama kompatibel dengan pandangan seperti itu.

#### • **Pembelajaran Konstruktivisme dan Non-konstruktivisme**

Sebelum lebih lanjut tentang radikal konstruktivisme pada epistemology, di sini kita pertimbangkan antara model konstruktivisme dan model non-konstruktivisme untuk pembelajaran dalam situasi yang wajar. "Learning" secara luas didefinisikan sebagai suatu gabungan dari sebuah kesatuan atau sistem dari sekelompok prinsip mendasar, kompetensi yang terobservasi, atau kemampuan. Di sini akan dibandingkan dua situasi di mana model-model empirik cocok pada dua kasus yang menyangkut tidak hanya pikiran manusia. Kita tidak perlu terburu-buru terlibat dalam pertanyaan epistemologi yang sensitif.

Contohnya, pertimbangkan proses di mana terdapat sebuah computer diprogram dengan bahasa BASIC yang memiliki sederetan operasi. Komputer diprogram untuk menghasilkan sesuatu sebagai kompetensinya. Pemakai computer diasumsikan adalah orang yang tidak paham secara detail dan mendalam tentang apa yang ada di dalam computer secara fisik dan bagaimana komponen-komponen komputer bekerja, juga bukan seorang ahli memrogram komputer. Yang ada adalah sebuah model yang memperlihatkan

konsekuensi dari input yang diberikan. Komputer "belajar" dengan cara merepresentasikan instruksi-instruksi prosedural dan menunjukkannya, memperbaharainya mengikuti kemampuannya mengeksekusi.

Sebuah transkrip yang apa adanya tanpa ada imajinasi sama sekali. Output merupakan representasi dari sebuah model yang bekerja dalam sebuah system dan terbatas pada prosedur yang diberikan. Hal-hal baru akan muncul terbatas pada apa yang dimasukkan sebagai input.

Contoh berikut ini diberikan untuk dibandingkan dengan contoh sebelumnya. Sebuah model konvensional dikembangkan untuk tujuan menambah kekebalan atas penyakit tertentu melalui suntikan. Tubuh manusia belajar untuk memproteksi diri dari serangan virus. Di dalam mengembangkan vaksin untuk kekebalan tubuh, paramedis tidak tahu secara detail bagaimana tubuh manusia akan menolak virus. Jadi mereka tidak dapat menyediakan prosedur biokimia untuk diikuti. Proses pembelajaran biologi sebagai konsekuensi dari imunisasi tidak cukup dimodelkan dengan menyediakan sejumlah instruksi. Malahan lebih bermanfaat untuk menduga bahwa interaksi tubuh dengan virus yang membunuh, system kekebalan membangun kemampuan untuk mengenali bahaya virus secara biokimia dan menghasilkan lebih banyak antibodi daripada dikalahkan virus. Ini menunjukkan bahwa pengetahuan tidak dibangun dengan adanya prosedur. Kita tidak dalam kapasitas menggambarkan secara jelas tentang pengetahuan prosedural dan pengetahuan konseptual namun lebih pada membicarakan proses pembelajaran konstruktif dan non-konstruktif. Di sini, pembelajaran termodelkan secara konstruktivisme.

Kemampuan mengkonstruksi adalah kompleks dan tidak dapat dimengerti sepenuhnya meskipun terdapat bukti untuk

memodelkannya melalui pengontrolan, empiris, riset ilmiah.

Pada contoh di atas, tak satupun berupa argumen yang berlandaskan epistemologi konstruktivisme radikal. Membuat kekebalan tubuh adalah contoh model yang aplikasinya bergantung pada situasi dibandingkan dengan computer yang bekerja berdasarkan prosedur yang diprogramkan, tidak semuanya bergantung pada epistemologi konstruktivisme radikal.

Pada akhirnya, seseorang tidak menjadi seorang penganut paham konstruktivisme radikal untuk menyarankan penggunaan pembelajaran penemuan, berpikir beda, dan pemecahan masalah open-ended pada pembelajaran matematika. Penganut paham empiris moderat yang menolak paham perilaku radikal mendapat pengaruh kontekstual dalam pembelajaran, dan mengenal keberadaan dan pentingnya perbedaan individual pada kerangka kognisi siswa, pada matematika, sains atau dalam bidang lainnya dalam pendidikan.

#### • **Pandangan Penganut Paham Konstruktivisme dan Non-konstruktivisme**

Adalah penting untuk menunjuk sesuatu dengan tepat dan membuat eksplisit sumber pertentangan filsafat antara posisi penganut empirisme moderat di mana penulis salah satunya, dan alasan epistemologi dari konstruktivisme radikal. Misalkan kita menerima keabsahan pernyataan konstruktivisme radikal bahwa saya langsung dapat mengakses hanya dunia pengalaman saya. Pernyataan ini berbeda dengan pernyataan kita dapat mengakses hanya dunia pengalaman saya. Pernyataan terakhir kurang sah karena menempatkan “saya” sebagai akar yang sama dengan akar epistemologi perasaan orang lain tetapi berbeda kasusnya dengan contoh sebelumnya tentang komputer dan sistem biologi.

Dari dunia pengalaman penulis yakni sense-data pribadi, adalah valid dan masuk akal untuk menegaskan bahwa penulis mengkonstruksi (dalam epistemologi pikiran) pengetahuannya. Mengkonstruksi di sini mengacu pada dunia nyata yang dari dalam diri yang menunjukkan kebiasaan. Penulis juga beralasan kata dan symbol digambarkan dari pengalaman termasuk simbol matematika dan penulis mengkonstruksi dirinya berdasarkan relasinya dengan dunia nyata.

Sebagai seorang penganut empirisme, penulis mempunyai alasan untuk semuanya itu bahwa penulis sekarang mempertimbangkan pernyataan “penulis menjadikan dunia nyata lebih dekat dengan latihan yang sangat bermanfaat dari pola yang ada dari pengalaman baik kontingensi maupun aktual.

Kaitannya dengan pembelajaran, apa yang kita anggap sebagai seperangkat alat untuk pembelajaran memprediksi dan mempengaruhi dapat diuji secara empiris, dikembangkan dan dipertukarkan dan semuanya dapat menjadi guru matematika yang lebih baik. Bukanlah hal yang menarik untuk mengetahui teori yang berdasarkan empirisme benar-benar berhasil dalam mendeskripsikan pengkonstruksian pengetahuan dari dalam diri individu (diasumsikan ada).

#### • **Sifat alamiah matematika, psikologi pembelajaran dan pengembangan guru**

Jika kita tidak sepaham dengan konstruktivisme radikal maka wajar untuk bertanya apakah yang kita pahami dari perkembangan guru ditinjau dari aspek epistemologi empiris moderat, yang merupakan hal-hal utama dalam buku ini. Perkenankan penulis menutup buku ini dengan beberapa saran dengan terlebih dahulu mengemukakan pertanyaan-pertanyaan kritis seperti:

- Apakah yang dipikirkan guru tentang matematika akan sangat mempengaruhi cara/pendekatan mengajarnya dalam kelas?

- Apakah ini yang disebut dengan kebenaran absolut atau sekumpulan sembarang perjanjian?
- Apakah matematika itu ditemukan atau diciptakan?
- Apakah ini adalah sekumpulan aturan dan struktur yang ada terpisah dengan individu?
- Atau apakah tiap orang memiliki aturannya sendiri?
- Apa hubungan antara matematika dan pengalaman dengan sesuatu yang sungguh-sungguh ada pada non-matematika seperti objek fisis?

Pada abad 19 dan abad 20 terdapat dua perkembangan besar dalam matematika itu sendiri yang menantang matematika tradisional yakni menyangkut kebenaran tentang dunia nyata. Pertama, terdapat pemisahan antara matematika sebagai sistem formal dan apa yang digambarkan oleh matematika itu sendiri. Jadi, geometri Euclidian dan non-Euclidian dapat saja absah secara matematika meskipun dalam interpretasinya masing-masing keduanya tidak menggambarkan sesuatu keadaan yang sama (kealaman yang sama). Perkembangan seperti ini menuju pada suatu pandangan matematika yang baru – bukan lagi sebuah sistem yang absolut benar tetapi sebagai sistem simbol yang formal: sebuah kumpulan sembarang aksioma yang penting dan kaidah-kaidah di dalam menarik kesimpulan, bersama-sama dengan teorema-teorema yang dapat diturunkan dari aksioma-aksioma menggunakan pesedur-prosedur pengambilan. Perkembangan kedua adalah hasil Godel untuk sistem matematika yang cukup rumit (seperti sistem bilangan natural), tidak pernah lengkap dan juga tidak pernah secara konsisten bukti bisa diperoleh. Hasil seperti ini diperoleh dengan membiarkan sistem simbol dari model matematika itu sendiri sehingga bilangan-bilangannya dapat ditandai di dalam aksioma dan teorema (tapi bukan angka). Secara keseluruhan kedua perkembangan ini mengepistemologikan

keberhasilan dan keterbatasan logis dari sebuah aturan (Kline, 1980).

Jadi matematika dapat dilihat secara logika sebagai sekumpulan kesepakatan asumsi yang dipakai untuk memanipulasi simbol-simbol. Sekali kesepakatan dan aturan pengambilan kesimpulan itu terbangun maka terbentuklah sebuah rasa – yang berlawanan dengan semangat konstruktivisme radikal – dimana sebuah sistem ada, padamana kesepakatan dan kaidah itu ‘memiliki’ struktur, terpisah dari tiap-tiap matematikawan atau mahasiswa.

Oleh karena itu, kita dapat mengatakan bahwa aturan-aturan dan prosedur mengambil kesimpulan adalah (secara historis) diciptakan, dan kita bisa katakan bahwa aturan atau kaidah atau kesepakatan itu semua adalah (secara psikologis) direkonstruksi dan diciptakan kembali oleh tiap-tiap individu; tapi kemudian sekali hal kaidah dan asumsi itu terbangun menjadi suatu batasan dan tetap sebarang. Lebih dari itu menghasilkan struktur (dalam pemikiran logis) yang tetap saja tidak lengkap.

Apa yang kadang-kadang terlupakan di dalam keyakinan yang sangat eksklusif tentang formalisme, dan apa yang ditekankan oleh para penganut empiris adalah bahwa kaidah-kaidah matematika termotivasi oleh pengalaman (empiris). Sebagai contoh sifat-sifat komutatif penjumlahan adalah suatu asumsi dalam suatu pendekatan formal tertentu dari teori bilangan, tapi ini sebetulnya dapat ditemukan oleh anak-anak yang telah didorong untuk menduga sebuah penjumlahan dengan cara tertentu – contoh, sebagai sebuah prosedur fisis yang melibatkan gabungan elemen dari 2 set benda dan menghitung jumlah elemen-elemen set yang dihasilkan.

Namun demikian masih sulit untuk mengatakan bahwa penemuan seperti pola atau struktur, jika kita tidak berkeinginan untuk mengatakan bahwa materi-materi tersebut sebetulnya telah ada di luar masing-masing individu. Jadi, inti dari konstruktivisme radikal adalah manfaatnya terbatas. Kadang-kadang

kita melihat ekspresi nyata dalam konteks konstruktivis bahwa ide tentang konsep matematika dapat anak-anak temukan kembali. Kita dapat dengan mudah membimbing anak-anak untuk “menemukan” jumlah dari benda-benda dan operasi penjumlahannya berdasarkan pengabungan 2 set benda dan menghitung jumlahnya. Tapi dengan menyelesaikan ini yakni menemukan operasi penjumlahan, sekarang terdapat arti/makna penting yang mana sifat-sifat komutatif penjumlahan bukanlah sesuatu yang harus “ditemukan”. Sifat-sifat komutatif itu sudah ada dan oleh sebab itu bukan sesuatu yang dapat diciptakan. Ini sudah ada (di dalam suatu situasi) dan karena sudah ada maka ini sesuatu yang dapat ditemukan (bukan diciptakan), bukan merupakan bagian dari kognisi individual anak (yang dapat/tidak dapat menemukannya). Jika anak itu dibimbing sehingga dapat menemukan maka jelaslah penting bagi guru tidak hanya memperhatikan keberadaan sifat-sifat itu tapi juga dapat mempresentasikan keadaan di mana sifat-sifat itu muncul sebagai sebuah keberaturan atau pola yang dapat dideteksi dan diinterpretasikan.

Di dalam mendorong kebermaknaan ketimbang menghafal matematika, penting untuk mengembangkan guru yang dapat membedakan secara empiris antara dua hal tadi. Salah satu komponen dari perbedaan empiris seperti itu adalah berpusat pada strategi belajar-mengajar. Guru seharusnya dapat mengkarakterisasi, mengimplemetasi, dan secara kritis mengevaluasi sejumlah pendekatan, di mana guru dapat menyatakan dan menyederhanakan kaidah-kaidah tersebut sehingga siswa dapat mendeteksi pola-pola dalam berbagai situasi dan memformulasi serta memverisifikasikan keterkaitannya. Terlalu mempercayai pernyataan dan menyederhanakan aturan-aturan oleh guru merupakan salah satu ciri proses belajar menghafal. Teknik-teknik yang melibatkan siswa mendeteksi sendiri pola

dan memeriksa keterkaitan antara satu dengan lain pola merupakan ciri dari proses bermakna.

Komponen yang lain adalah eksplorasi empiris dari beberapa kemampuan yang mungkin (teramati) pada siswa yang “belajar” kaidah seperti sifat-sifat komutatif penjumlahan. Pertanyaan-pertanyaan seperti berikut ini lebih menonjolkan kompetensi berhitung formal siswa:

Dapatkah siswa :

- ....menyatakan/menyebutkan aturannya?
- ....menerapkan kaidah pada contoh-contoh numerik ketika diminta untuk melakukan itu?
- ....menerapkan kaidah-kaidah secara spontan pada contoh-contoh numerik?
- ....mengidentifikasi contoh-contoh kaidah ketika kaidah-kaidah tersebut ketika kaidah atau contoh tersebut diberikan/ditunjukkan?
- .... menyediakan contoh dan bukan contoh ketika diminta?

Semua ini tentu saja merupakan kompetensi-kompetensi penting untuk mempertahankan perhitungan yang formal – namun ada juga beberapa kompetensi di mana siswa di dalam kelas mengetahuinya melalui cara menghafal, prosedur-prosedur yang relatif tidak bermakna (dan tidak konstruktif).

Kemampuan-kemampuan yang lain menyarankan pembelajaran yang lebih bermakna. Pertanyaan-pertanyaan yang mendukungnya antara lain:

Dapatkah siswa:

- menggambarkan aturan dengan benda-benda fisis?,
- berikan satu atau dua alasan mengapa kaidah itu benar?,
- bangunlah sebuah pola (menggunakan benda atau bilangan) melalui satu cara di mana kaidah tersebut dapat ditemukan.?

Kemampuan yang terakhir itu melampaui hal yang hanya sekedar menghitung: mereka melibatkan hubungan antara simbol bilangan dan domain non-bilangan, dan mereka membuat acuan eksplisit

terhadap proses di dalam menjelaskan dan hasil yang mereka peroleh.

Mengapa banya guru mulai dari SD sampai universitas menggunakan instruksi matematis dengan cara menyebutkan dan menyederhanakan melalui contoh, kaidah dan prosedur ketimbang membimbing agar menemukan? Terdapat banyak alasan. Beberapa guru sering (tapi tidak selalu) mengajar matematika dengan persiapan yang kurang, melihat matematika hanya sebagai kumpulan kaidah-kaidah atau prosedur. Beberapa diantaranya sebetulnya tidak yakin tentang kemampuan matematikanya dan menemukan perlu untuk memperbaiki prosedur-prosedur dan logaritma yang lebih baik yang dianggap dapat diterapkan secara mekanik saja tapi paling sedikit caranya dapat dipercaya. Pada ekstrim yang lain, ada profesor-profesor yang biasanya memiliki kemampuan matematika yang tinggi yang mungkin karena terlalu mampu menyebabkan mengajarnya terlalu cepat dan sulit. Jadi mereka sendiri bisa saja menjadi tidak yakin terhadap kerumitan dari pengenalan pola, visualisasi dan pemecahaan masalah yang melelahkan, sehingga mendeskripsikan keberalansannya di dalam hal hasil yang diperoleh – prosedur yang efektif dan efisien. Banyak guru pada berbagai jenjang terlalu memperhatikan/mempermasalahkan efisiensi (cepat/lambatnya) siswa dalam menyelesaikan persoalan. Diperlukan lebih sedikit waktu untuk menyatakan metode yang sudah terbangun dengan baik ketimbang membimbing siswa untuk menemukan. Metode yang sudah terbangun tadi pada akhirnya hanya memperhatikan persoalan itu sendiri. (memperhatikan bagaimana soal itu selesai bukan pada bagaimana siswa mengerti). Dan tentu saja penekanannya hanya pada menguji kemampuan sehingga guru mengajar untuk mencapai tujuan jangka pendek dan menghasilkan prosedur-prosedur menghafal.

Menurut pendapat penulis, fakta atau kenyataan empiris, bukan sebuah epistemologi

yang perlu bahwa sebagian besar siswa pada berbagai level metode pendidikan matematika-nya melibatkan pernyataan dan aplikasi dari kaidah-kaidah (yaitu metode berdasarkan sebuah model transkriptif ) adalah kurang berhasil ketimbang metode yang melibatkan penemuan matematik (metode berdasarkan pada model pembelajarn konstruktif).

Penolakan terhadap bentuk konstruktivisme radikal seharusnya jangan dipandang sebagai sebuah dukungan terhadap bentuk pembelajaran behaviorisme dalam matematika. Namun, penolakan ini merupakan sebuah dorongan untuk mengembangkan model-model empiris yang baru untuk kompetensi-kompetensi matematika yang menghendaki kemampuan yang lebih kompleks, berdasarkan pada kognisi yang dapat dikarakterisasi (secara empiris) sebagai sebuah konstruksi oleh pembelajar melalui proses penemuan terbimbing (Goldyn, 1987).

### 3. KESIMPULAN

Dunia penelitian pendidikan khususnya matematika telah menunjukkan pergeseran, yaitu lebih menekankan proses belajar mengajar dan metode penelitian yang menerapkan konsep bahwa, dalam belajar seseorang mengkonstruksi pengetahuannya. Dalam praktik pendidikan matematika juga telah lama diupayakan agar partisipasi siswa dalam membangun pengetahuannya sangat ditekankan. Belajar adalah kegiatan aktif siswa untuk membentuk pengetahuan. Kedua jenis ini menunjuk suatu pandangan baru dalam pendidikan matematika, yaitu konstruktivisme.

Konstruktivisme beranggapan bahwa pengetahuan adalah hasil konstruksi manusia. Manusia mengkonstruksi pengetahuan mereka melalui interaksi dengan obyek, fenomena, pengalaman, dan lingkungan. Suatu pengetahuan dianggap benar bila pengetahuan itu dapat berguna untuk menghadapi dan memecahkan persoalan atau fenomena yang sesuai. Bagi konstruktivisme, pengetahuan



tidak dapat ditransfer begitu saja dari seseorang kepada yang lain, tetapi harus diinterpretasikan sendiri oleh masing-masing orang. Pengetahuan bukan sesuatu yang sudah jadi, melainkan suatu proses yang berkembang terus menerus. Dalam proses itu keaktifan seseorang yang ingin tahu, sangat berperan dalam perkembangan pengetahuannya.

Beberapa faktor seperti keterbatasan pengalaman konstruksi yang terdahulu, dan struktur kognitif seseorang dapat membatasi pembentukan pengetahuan orang tersebut. Sebaliknya, situasi konflik atau anomali yang membuat orang dipaksa untuk berpikir lebih mendalam serta situasi yang menuntut orang untuk membela diri dan menjelaskan lebih rinci, akan mengembangkan pengetahuan seseorang. Konstruktivisme dibedakan dalam tiga taraf yaitu radikal, realisme hipotetis, dan yang biasa. Perbedaan ini didasarkan hubungan antara pengetahuan dengan realitas yang ada.

#### DAFTAR RUJUKAN

Ernes, Paul, 1991. *The Philosophy of Mathematics Education*. Basingstoke, Hampshire: The Falmer Press.

Glaserfeld, von ernst. 1990. *An Exposition in Mathematics Education: Why some like it Radical*. Dalam *Constructivism Views on Teaching and Learning Mathematics*. (Davis, R.B dkk. Eds) *Journal for Research in mathematics Education*. Veston, Virginia: The NCTM Inc.

Glaserfeld, von ernst. 1993. *Question and Answers about Radical Constructivism*. Dalam *The Practice of Constructivism in Science Education*. (Tobin, K. Ed): Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Glaserfeld, G.v. 1996. *Aspects of Radical Constructivism and its Educational*

*Recommendations*. Dalam *Theory of Mathematical Learning*. (Steffe, dkk. Eds.). Mahwah, New Jersey; Lawrence Erlbaum Associates Publisher.

Goldin, G.A. 1990. *Epistemology, Constructivism and Discovery Learning Mathematics*. (Davis, R.B. dkk. Eds). *Journal for Research in Mathematics Education*. Veston, Virginia. The NCTM Inc.

Noding, N 1990. *Constructivism in mathematics Education*. Dalam *Constructivism Views on Teaching and Learning mathematics*. (davis, R.B. dkk. Eds). *Journal for research in Mathematics Education*. Veston, Virginia; The NCTM Inc.