УДК 511.1; 519.669 https://doi.org/10.33619/2414-2948/55/04

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА КАК НЕОТЪЕМЛЕМАЯ ЧАСТЬ ВСЕЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

*©**Щербань В. Л.,** ORCID: 0000-0002-5631-9681, Центр дополнительного математического образования, г. Курган, Россия, sherba-q@ya.ru*

ARITHMETIC TABLE AS AN INTEGRAL PART OF ALL COMPUTATIONAL MATHEMATICS

*©**Shcherban V.,** ORCID: 0000-0002-5631-9681, Center for additional mathematical education, Kurgan, Russia, sherba-q@ya.ru*

Аннотация. Работа посвящена к изучению следующего вопроса в виде некого утверждения. Что мы знаем и чего не знаем об арифметических таблицах. Пожалуй, нет ни одной математической проблемы столь естественной и простой, как нахождение метода построения арифметических таблиц. Подтверждаем, что общий метод не найден до сих пор. Настоящее исследование дает не окончательное решение указанной проблемы. Почему? Изложение арифметического материала по существу плюс некоторые сопутствующие идеи только дают возможность получить дальнейшее их развитие в системе. *Материалы и методы.* Система такова: числовая таблица в виде треугольника Паскаля и симметричный многочлен от двух или трех переменных. Некоторые арифметические свойства таких таблиц будут найдены, изучены и доказаны. Все сказанное и вышеперечисленное стало возможным только после успешной расшифровки всего класса числовых таблиц усеченных треугольников в криптографической системе. *Результаты.* Например, обнаружены и представлены арифметические свойства усеченного треугольника Паскаля для отыскивания всех простых чисел, а затем размещены их формулы. Помимо элементарных таблиц сложения и вычитания чисел впервые даны и представлены беспредельные таблицы «сравнения» чисел. *Выводы.* Для компьютерной реализации поставленных задач определены те правила вещественных действий, которые для таблиц должны иметь место. Для этого должны быть задействованы только рекуррентные числовые ряды. Логическая структура материала позволила обойтись без особых предварительных знаний, а представленные формулы несложные и имеют доказательства и (или) невозможность их опровергнуть.

Abstract. The paper is devoted to studying the following issue as a statement. What do we know and what we don’t know about arithmetic tables. Perhaps there is no mathematical problem as naive or as simple as finding a method for creating arithmetic tables. We confirm that the general method has not been found yet. This study provides a nonterminal solution to this problem. Why? The presentation of arithmetic material in essence, plus some accompanying ideas, makes it possible to develop them further in the system. *Materials and methods*. The system looks like this: a numerical table as Pascal's triangle and a symmetric polynomial in two or three variables. Some arithmetic properties of such tables will be found, studied, and proved. All this was made possible only after the successful decryption of the entire class of numeric tables of truncated triangles in the cryptographic system. *Results.* For example, the arithmetic properties of truncated Pascal’s triangle for finding all prime numbers have been found and presented, and then their formulas have been placed. In addition to elementary addition and subtraction tables, unlimited “comparison” tables of numbers are given and presented for the first time. *Conclusions.* For computer implementation of the objectives set, the rules of real actions that should exist for tables have been laid down. Only the recurrent numeric series should be used for this purpose.

Ключевые слова: треугольник Паскаля, числа Фибоначчи, простые числа, возвратные (рекуррентные) числовые последовательности.

Keywords: Pascal triangle, Fibonacci numbers, Prime numbers, recurrent sequences.

Одно из немногих средств решения арифметических задач является таблица. Возникновение и эволюция таблицы и ее место в математике как науке изложено в истории арифметики [1, с. 189]. До первоначального знакомства с арифметическими таблицами необходимо предметно ознакомится с простейшими симметричными многочленами степенных сумм [2, с. 20]. Для этого необходимы следующие обозначенные многочлены:

$$A_q(x) \equiv 0 (\bmod q) \tag{1}$$

$$A_q(x) = a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + a_3 x^{n-3} + ... + a_n;$$

$Dis(A_q)$ — числовой дискриминант многочлена: $A_q(x)$, [3].

$\operatorname{Re} s(A_q; A_{q-1})$ — числовой результант многочленов: $A_q(x); A_{q-1}(x)$, [4].

Решить арифметическое сравнение (1), это значит найти все значения неизвестного числа (x), ему удовлетворяющие. Два сравнения (или более), которым удовлетворяют одни и те же значения (x), называются равносильными или эквивалентными.

1. Натуральный ряд как предмет специального рассмотрения в числовых таблицах

Для специального рассмотрения и раньше всего необходимо установить, что числовые последовательности, в которых каждый член определяется как некоторая функция предыдущих, являются возвратными или рекуррентными [5]. Последовательное нахождение таких чисел определяется при помощи возвратного уравнения. С этого места и далее (если иное, то тогда будет отмечено отдельно), задействован только натуральный ряд чисел [6, с. 52]: $(a_n = 1,2,3,...;)$, имеющий возвратное (рекуррентное) уравнение: $(1 + a_n = a_{n+1})$. Плюс особое число нуль, которое помещено на условную координатную прямую и назначается для кодирования всех действительных чисел в системе десятичного позиционного счета.

Считаем непротиворечивым следующее утверждение. Арифметические действия над числами равносильны размерности (A-мерности) математического пространства как объекта, в котором фиксируются отношения между ними [7].

В существующей действительности существуют только три беспредельных и бесконечных математических действий (операций) над натуральными числами (A = 3). Это «сложение» чисел, которое должно быть еще в точности определено. «Вычитание» чисел, представленное математическим символом как разность числовых операций — не безграничных, например, из меньшего числа нельзя отнять большее число. «Сравнение» чисел, представленное математическим символом как определенная сумма числовых операций сложения и возможным вычитанием.

Только для этих трех математических числовых операций, символы (названия) чисел в которых, возможно заменить количеством натуральных предметов и разместить в пространстве в виде арифметических таблиц. Из этого следует, что арифметические таблицы в отличие от всех других математических таблиц допустимо расположить в трехмерном пространстве, где обозначение цифровых символов можно заменить количеством вещественных предметов. Тогда понятие: таблица безграничная и таблица бесконечная

Т. 6. №6. 2020
https://doi.org/10.33619/2414-2948/55

(беспредельная) будут не эквивалентны. Это возможно проверить и сравнить с таблицами для быстрого счета – умноженных чисел в первоисточнике [8, с. 184]. Далее, в арифметических таблицах, при нахождении простых чисел [9], отсутствует операция «деления» чисел. Поэтому, сравнимость чисел (a) и (b) по числовому модулю (q), означает только возможность представить (a) в виде $(a = b + qt)$, где число (t) целое.

2. Нахождение арифметических таблиц и установление их числовых свойств

Вертикальные возвратные (рекуррентные) числовые ряды, для которых осуществимы посредством правил вычислений (сложения, вычитания и числового сравнения) нахождение простейших свойств целых чисел, являются арифметическими таблицами. Основное числовое свойство таблиц размещается посредством действий (операций) над числами, расположенных на фиксированных горизонталях.

Разберем простейший пример создания арифметической таблицы. Воспользуемся формулой Варинга [10, с. 53] для получения степенной суммы от двух переменных через элементарные многочлены.

$$S_q = x_1{}^q + x_2{}^q; \quad \sigma_1 = x_1 + x_2, \; \sigma_2 = x_1 x_2 \tag{2}$$
$$S_4 - \sigma_1^4 = -4\sigma_1^2\sigma_2 + 2\sigma_2^2,$$
$$S_5 - \sigma_1^5 = -5\sigma_1^3\sigma_2 + 5\sigma_1\sigma_2^2,$$
$$S_6 - \sigma_1^6 = -6\sigma_1^4\sigma_2 + 9\sigma_1^2\sigma_2^2 - 2\sigma_2^3, \ldots; \; (\sigma_1^2 + x\sigma_2) \equiv 0 (\mathrm{mod}\, q).$$

Правая часть всех предпоследних уравнений позволяет сформировать таблицу числовых коэффициентов в абсолютных величинах (Таблица 1). После дешифровки последует установление ее главного арифметического свойства. **Метод расшифровки таблицы универсален для всех последующих таких таблиц*.

Таблица 1.

ИЗВЛЕЧЕННЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ИЗ СТЕПЕННОЙ СУММЫ
ОТ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ

q	– Y –
4 5	4 + 2 5 + 5
6 7	6 + 9 + 2 7 + 14 + 7
8 9	8 + 20 + 16 + 2 9 + 27 + 30 + 9
10 11	10 + 35 + 50 + 25 + 2 11 + 44 + 77 + 55 + 11
12 13	12 + 54 + 112 + 105 + 36 + 2 13 + 65 + 156 + 182 + 91 + 13
14 15	14 + 77 + 210 + 294 + 196 + 49 + 2 15 + 90 + 275 + 450 + 378 + 140 + 15
16	… …

Горизонтальные числа, кроме порядковых номеров *(q)*, следует кодировать, таким способом (Таблица 1):

$$Y_q(x) \equiv 0(\mathrm{mod}\, 2^{q-1} - 1), \; Y_q(x) = y_1 x^{n-1} + y_2 x^{n-2} + y_3 x^{n-3} + \ldots + y_n \tag{3}$$

Т. 6. №6. 2020
https://doi.org/10.33619/2414-2948/55

Число *(q)*, является обозначенным порядковым номером многочлена. Число *(n)*, является количеством чисел *(y)*, размещенных на фиксированных горизонталях. Примеры:

$Y_7(x) = 7x^2 + 14x + 7 \equiv 0(\mathrm{mod}\, 2^6 - 1)$;

$Y_{13}(x) = 13x^5 + 65x^4 + 156x^3 + 182x^2 + 91x + 13$;

$Y_{15}(x) = 15x^6 + 90x^5 + 275x^4 + 450x^3 + 378x^2 + 140x + 15$.

Для всех нечетных чисел *(q)*, многочлен (**3**) имеет только одно не тривиальное решение [11]: $\mathrm{Re}\, s(Y_q; x+4) \equiv 0(\mathrm{mod}\, 2^{q-1} - 1)$. Примеры:

$\mathrm{Re}\, s(Y_{13}; x+4) \equiv 0(\mathrm{mod}\, 2^{12} - 1)$, $\mathrm{Re}\, s(Y_{15}; x+4) \equiv 0(\mathrm{mod}\, 2^{14} - 1)$,

$\mathrm{Re}\, s(Y_{103}; x+4) \equiv 0(\mathrm{mod}\, 2^{102} - 1)$, $\mathrm{Re}\, s(Y_{105}; x+4) \equiv 0(\mathrm{mod}\, 2^{104} - 1)$.

Устанавливаем возвратное уравнение (в общем виде – числовое сравнение) степенной суммы (2), для нечетного числа *(q)*:

$$(\sigma_1^2 + x\sigma_2) \equiv 0(\mathrm{mod}\, 2^{q-1} - 1) \qquad (4)$$

Далее, изложение арифметического материала по существу, который дает возможность получить дальнейшее развитие в системе числовых таблиц.

Для нечетных чисел *(q)* разложим по формуле Варинга степенную сумму от трех переменных такого вида:

$$S_q = x_1^{\,q} + x_2^{\,q} + x_3^{\,q} \equiv 0(\mathrm{mod}\, \sigma_1) \qquad (5)$$

$\sigma_1 = x_1 + x_2 + x_3$, $\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$, $\sigma_3 = x_1x_2x_3$.

$S_9 = \ldots - 9\sigma_2^3\sigma_3 + 3\sigma_3^3$,

$S_{11} = \ldots + 11\sigma_2^4\sigma_3 - 11\sigma_2\sigma_3^3$,

$S_{13} = \ldots - 13\sigma_2^5\sigma_3 + 13\sigma_2^2\sigma_3^3$,

$S_{15} = \ldots + 15\sigma_2^6\sigma_3 - 50\sigma_2^3\sigma_3^3 + 3\sigma_3^5, \ldots;\ \ (\sigma_2^3 + x\sigma_3^2) \equiv 0(\mathrm{mod}\, q)$.

Правая часть всех предпоследних уравнений позволяет создать таблицу числовых коэффициентов в абсолютных величинах (Таблица 2) и производную от нее *(U)*. После расшифровки установим основные их арифметические свойства.

Таблица 2.

ФРАГМЕНТ КОЭФФИЦИЕНТОВ СТЕПЕННОЙ СУММЫ ОТ ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ

q	– *U* –	– *G* –
9	24 + 3	9 + 3
11	35 + 14	11 + 11
13	48 + 40	13 + 26
15	63 + 90 + 3	15 + 50 + 3
17	80 + 175 + 20	17 + 85 + 17
19	99 + 308 + 77	19 + 133 + 57
21	120 + 504 + 224 + 3	21 + 196 + 147 + 3
23	143 + 780 + 546 + 26	23 + 276 + 322 + 23
25	168 + 1155 + 1176 + 126	25 + 375 + 630 + 100
27	195 + 1650 + 2310 + 450 + 3	27 + 495 + 1134 + 324 + 3
29	224 + 2288 + 4224 + 1320 + 32	29 + 638 + 1914 + 870 + 29
31	255 + 3094 + 7293 + 3366 + 187	31 + 806 + 3069 + 2046 + 155
33	…………………	…………………

Горизонтальные числа, исключая порядковые номера *(q)*, надлежит кодировать следующим способом (Таблица 2): $U_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $G_q(x) \equiv 0(\bmod 2^{q-1}-1)$.

Примеры: $U_{15}(x) = 63x^2 + 90x + 3 \equiv 0(\bmod 15)$, $G_{15}(x) = 15x^2 + 50x + 3 \equiv 0(\bmod 2^{14}-1)$.

Отметим только бесспорные (стало быть – невозможно опровергнуть) числовые свойства указанных таблиц. В точности: $\operatorname{Re}s(G_q; 4x-27) \equiv 0(\bmod 2^{q-1}-1)$.

Примеры: $\operatorname{Re}s(G_{15}; 4x-27) \equiv 0(\bmod 2^{14}-1)$, $\operatorname{Re}s(G_{105}; 4x-27) \equiv 0(\bmod 2^{104}-1)$.

Далее, система сравнений: $U_q(x) \equiv 0(\bmod q); U_{2q-1}(x) \equiv 0(\bmod q)$, эквивалентна для всех простых чисел *(q).* И или в точности, система сравнений: $U_q(x) \equiv 0(\bmod q)$; $U_{q-2}(x) \equiv 0(\bmod q)$; $Dis(U_q; U_{q-2}) \equiv 0(\bmod q)$, равносильна только тогда, когда *(q)* — число простое. Например: $U_{17}(x) = 80x^2 + 175x + 20 \equiv 0(\bmod 17 \times 19)$, $Dis(U_{17}) \equiv 0(\bmod 17 \times 19)$, $x \equiv 9(\bmod 17 \times 19)$. Устанавливаем возвратное числовое сравнение степенной суммы (5), для нечетного числа *(q)*:

$$(\sigma_2^3 + x\sigma_3^2) \equiv 0(\bmod 2^{q-1}-1) \qquad (6)$$

3. Методика построения арифметических таблиц

Расположим числа прямоугольного треугольника Паскаля иным образом [12]. Все числа, находящиеся на фиксированных восходящих диагоналях, передвинем на горизонтали. В этом случае, суммы чисел размещенных последовательно на фиксированных горизонталях, окажутся числами Фибоначчи [13].

Теперь повторно выстраивается такой же числовой треугольник, но в котором отсутствуют все вертикальные числовые ряды под четными номерами, а каждая последующая числовая вертикаль поднимается вверх на одну позицию предыдущей порядковой горизонтали. В полученном усеченном треугольнике *(F)* и производном от него треугольника *(E)*, каждая фиксированная горизонталь обозначена порядковыми нечетными номерами *(q)*, (Таблица 3). Из многих числовых свойств указанных таблиц выберем только основные. Предварительно зафиксируем два очевидных уравнения:

$$E_q(x) - E_{q-2}(x) = F_q(x); \; 3E_q(x) - E_{q-2}(x) = G_q(x) \qquad (7)$$

Таблица 3.

УСЕЧЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК ПАСКАЛЯ *(F)*

q	– *E* –	– *F* –
9	4 + 1	1 + 1
11	5 + 4	1 + 3
13	6 + 10	1 + 6
15	7 + 20 + 1	1 + 10 + 1
17	8 + 35 + 6	1 + 15 + 5
19	9 + 56 + 21	1 + 21 + 15
21	10 + 84 + 56 + 1	1 + 28 + 35 + 1
23	11 + 120 + 126 + 8	1 + 36 + 70 + 7
25	12 + 165 + 252 + 36	1 + 45 + 126 + 28
27	13 + 220 + 462 + 120 + 1	1 + 55 + 210 + 84 + 1
29	14 + 286 + 792 + 330 + 10	1 + 66 + 330 + 210 + 9
31	15 + 364 + 1287 + 792 + 55	1 + 78 + 495 + 462 + 45
33	16 + 455 + 2002 + 1716 + 220 + 1	1 + 91 + 715 + 924 + 165 + 1
35	17 + 560 + 3003 + 3432 + 715 + 12	1 + 105 + 1001 + 1716 + 495 + 11
37	18 + 680 + 4368 + 6435 + 2002 + 78	1 + 120 + 1365 + 3003 + 1287 + 66
39	....	....

Горизонтальные числа, исключая порядковые номера *(q)*, кодируются уже известным способом.

Обозначим только несколько свойств таблиц *(E)* и *(F)*, для чисел *(q > 13)* (Таблица 3).

Система сравнений: $E_q(x)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q); F_q(x)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q)$, равносильна для всех простых чисел *(q)*. Примеры:

$E_{19}(x)=9x^2+56x+21\equiv 0(\mathrm{mod}19); x\equiv 8{,}9(\mathrm{mod}19)$;

$F_{19}(x)=1x^2+21x+15\equiv 0(\mathrm{mod}19); x\equiv 8{,}9(\mathrm{mod}19)$.

Система сравнений: $E_q(x)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q); E_{2q-1}(x)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q)$, равносильна для всех простых чисел *(q)*. Примеры:

$E_{17}(x)=8x^2+35x+6\equiv 0(\mathrm{mod}17)$; $x\equiv 94(\mathrm{mod}17^2)$;

$E_{33}(x)=16x^5+455x^4+2002x^3+1716x^2+220x+1\equiv 0(\mathrm{mod}17)$.

Система сравнений: $F_q(x)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q); F_{2q-1}(x)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q)$, равносильна для всех простых чисел *(q)*. Примеры:

$F_{17}(x)=x^2+15x+5\equiv 0(\mathrm{mod}17); x+59\equiv 0(\mathrm{mod}17^2)$;

$F_{33}(x)=x^5+91x^4+715x^3+924x^2+165x+1\equiv 0(\mathrm{mod}17)$.

Для установления последующих свойств арифметических треугольников добавочно принимается многочлен (**1**), таким обозначенным видом:

$A'_q(x)=({}^1/_1)a_1x^{n-1}+({}^1/_2)a_2x^{n-2}+({}^1/_3)a_3x^{n-3}+...+({}^1/_n)a_n$,

$A''_q(x)=({}^1/_1)a_1x^{n-1}+({}^1/_3)a_2x^{n-2}+({}^1/_5)a_3x^{n-3}+...+({}^1/_{2n-1})a_n$;

Например, система сравнений: $E'_q(x)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q); F'_q(x)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q); Dis(E'_q; F'_q)\equiv 0(\mathrm{mod}\, q)$, равносильна только тогда, когда *(q)* – число простое. Примеры:

$E'_{19}(x)=({}^9/_1)x^2+({}^{56}/_2)x+({}^{21}/_3)\equiv 0(\mathrm{mod}19); x_1=x_2\equiv 9(\mathrm{mod}19)$;

$F'_{19}(x)=({}^1/_1)x^2+({}^{21}/_2)x+({}^{15}/_3)\equiv 0(\mathrm{mod}19); x_1=x_2\equiv 9(\mathrm{mod}19)$;

$Dis(E'_{19})\equiv 0(\mathrm{mod}19); Dis(F'_{19})\equiv 0(\mathrm{mod}19)$.

Далее, проведем исследование следующего многочлена:

$$F''_q(x)=({}^1/_1)f_1x^{n-1}+({}^1/_3)f_2x^{n-2}+({}^1/_5)f_3x^{n-3}+...+({}^1/_{2n-1})f_n \quad (8)$$

Этот многочлен имеет все целые числовые коэффициенты только тогда, когда *(q)* – число простое, (Таблица 3). Примеры:

$F_{23}(x)=1x^3+36x^2+70x+7$;

$F''_{23}(x)=({}^1/_1)x^3+({}^{36}/_3)x^2+({}^{70}/_5)x+({}^7/_7)=1x^3+12x^2+14x+1$.

$F_{29}(x)=1x^4+66x^3+330x^2+210x+9$;

$F''_{29}(x)=({}^1/_1)x^4+({}^{66}/_3)x^3+({}^{330}/_5)x^2+({}^{210}/_7)x+({}^9/_9)=1x^4+22x^3+66x^2+30x+1$.

Статус данного арифметического положения – формула, служащая для нахождения всех простых чисел (то есть, не способ для тестирования). Плюс, несложное числовое свойство алгоритма представленной формулы, допускает ее компьютерную реализацию.

Краткое доказательство данного утверждения, возникает из формулы: $qF''_q(x)=G_q(x)$, (5−7) (Таблица 2). Многочлен (8): $F''_q(x)\not\equiv 0(\mathrm{mod}\, q)$, если число *(q)* — простое (12). При

Т. 6. №6. 2020
https://doi.org/10.33619/2414-2948/55

этом подтверждаем, что Таблица 2, является производной от Таблицы 3, согласно уравнениям (7): $G_q(x) = 3E_q(x) - E_{q-2}(x)$.

Заключительная часть доказательной базы проведенного исследования выполнена так. Система сравнений:

$$F_q(x) \equiv 0 (\bmod q); F'_q(x) \equiv 0 (\bmod q); Dis(F'_q) \equiv 0 (\bmod q) \tag{9}$$

равносильна только тогда, когда число *(q)* — простое. Примеры:

$F_{23}(x) = x^3 + 36x^2 + 70x + 7 \equiv 0(\bmod 23); x \equiv 2(\bmod 23)$;

$F'_{23}(x) = ({}^1/_1)x^3 + ({}^{36}/_2)x^2 + ({}^{70}/_3)x + ({}^7/_4) \equiv 0(\bmod 23); Dis(F'_{23}) \equiv 0(\bmod 23)$.

Система сравнений:

$$F_q(x) \equiv 0 (\bmod h); F''_q(x) \equiv 0 (\bmod h); Dis(F''_q) \equiv 0 (\bmod h) \tag{10}$$

равносильна только тогда, когда нечетные числа *(q)* и *(h)* — взаимно простые. Примеры: $F_{19}(x) \equiv 0(\bmod 37); F''_{19}(x) \equiv 0(\bmod 37); Dis(F''_{19}) = 37; x \equiv 15(\bmod 37)$.

Теперь на основе установленных свойств числовых треугольников, элементарно составляется следующая, принципиально важная арифметическая таблица (Таблица 4). В этой Таблице для отыскивания простых чисел присутствуют сразу три возвратные числовые последовательности. Собственный ряд чисел *(q)*, и два поставленных ряда чисел.

Первый ряд: $V_q = 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,...; (V_q = V_{q-1} + V_{q-2})$.

Второй ряд: $W_q = 0,1,2,4,7,12,20,33,54,88,...; (W_q = W_{q-1} + W_{q-2} + 1)$.

Первый ряд Фибоначчи равнозначен второму ряду: $(V_q = W_{q-2} + 1)$.

Таблица 4.

НАХОЖДЕНИЕ ВСЕХ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

V_q	W_q	q		V_q	W_q	q		V_q	W_q	q
0	0	**1**	»	55	143	**11**	»	6765	17710	**21**
1	1	**2**		89	232	**12**		10946	28656	**22**
1	2	**3**		144	376	**13**		17711	46367	**23**
2	4	**4**		233	609	**14**		28657	75024	**24**
3	7	**5**		377	986	**15**		46368	121392	**25**
5	12	**6**		610	1596	**16**		75025	196417	**26**
8	20	**7**		987	2583	**17**		121393	317810	**27**
13	33	**8**		1597	4180	**18**		196418	514228	**28**
21	54	**9**		2584	6764	**19**		317811	832039	**29**
34	88	**10**		4181	10945	**20**		… … …		

Числовое сравнение: $V_q + W_q \equiv 0(\bmod q)$, разрешимо (то есть, имеет решение), для всех простых чисел *(q)*. Примеры (Таблица 4):

$V_7 + W_7 = 8 + 20 \equiv 0(\bmod 7)$,

$V_{17} + W_{17} = 987 + 2583 \equiv 0(\bmod 17)$,

$V_{19} + W_{19} = 2584 + 6764 \equiv 0(\bmod 19)$,

$V_{23} + W_{23} = 17711 + 46367 \equiv 0(\bmod 23)$.

Данный результат доказывается формулой (**3**), в которой сумма числовых коэффициентов многочлена *(Yq)* равна: $y_1 + y_2 + y_3 + ... + y_n = m$. Затем и дальше: $(V_q + W_q = m)$ [14, с. 12].

4. Как доказываются числовые свойства арифметических треугольников

Предлагается степенная сумма (5), которая разлагается по формуле Варинга на элементарные многочлены и образует систему с возвратным уравнением (в общем виде – числовым сравнением):

$$(\sigma_2^3 + x\sigma_3^2) \equiv 0 (\bmod q) \quad (11)$$

С помощью биномиальных коэффициентов Ньютона и многоугольных чисел треугольника Паскаля, устанавливаются очевидные уравнения и сравнения (Таблица 3):

$$E_q(x) - E_{q-2}(x) = F_q(x),. \; 3E_q(x) - E_{q-2}(x) = G_q(x) \leftarrow ... \wedge S_q,$$

$$qF_q''(x) = G_q(x), \; (4\sigma_2{}^3 + 27\sigma_3{}^2) \equiv 0(\bmod 2^{q-1} - 1),$$

Вслед за этим открываем сущность, специально предназначенного метода «*от противного*», при котором «доказывание» некоторого свойства треугольника Паскаля — суждения (тезиса доказательства), осуществляется через опровержение отрицания этого суждения — антитезиса. Этот способ доказательства основывается на истинности закона двойного отрицания в классической логике. Например, подробно исследуем следующее положение.

Предположим, что для какого-то многочлена (8), имеется конкретное числовое сравнение: $F_q''(x) \equiv 0(\bmod q)$, число *(q)* — простое. Вследствие этого системы сравнений (9) и (10), станут эквивалентными. Или в точности (1):

$F_q(x) \equiv 0(\bmod q)$,

$F_q'(x) \equiv 0(\bmod q); Dis(F_q') \equiv 0(\bmod q)$,

$F_q''(x) \equiv 0(\bmod q); Dis(F_q'') \equiv 0(\bmod q)$.

В этом случае, после несложных вычислений, извлекается утверждение: $Dis(F_q) \equiv 0(\bmod q)$, но которое невозможно. В самом деле, тогда будут иметь место последующие арифметические действия:

$E_q(x) - E_{q-2}(x) = F_q(x)$, — $Dis(F_q) \equiv 0(\bmod q)$;

$3E_q(x) - E_{q-2}(x) = ... \wedge S_q(x)$, — $Dis(\wedge S_q) \equiv 0(\bmod q)$;

$Dis(E_q) \equiv 0(\bmod q)$.

Вследствие чего, станут по – тройне равносильны все последующие системы сравнений:

$E_q'(x) \equiv 0(\bmod q)$, $E_q''(x) \equiv 0(\bmod q)$, $Dis(E_q'; E_q'') \equiv 0(\bmod q)$.

$E_q'''(x) \equiv 0(\bmod q)$, $\bar{E}_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, $Dis(E_q'''; \bar{E}_q) \equiv 0(\bmod q)$.

Чего быть не может, так как противоречит всем заявленным условиям, в том числе и установкам (11) и (13). Следовательно, если число *(q)* – простое, тогда многочлен:

$$F_q''(x) \not\equiv 0(\bmod q) \quad (12)$$

Таким образом, основополагающее арифметическое свойство треугольника *(F)* для нахождения всех простых чисел — доказано, (Таблица 3).

$E_q'''(x) = ({}^1/_1)a_1x^{n-1} + ({}^1/_4)a_2x^{n-2} + ({}^1/_7)a_3x^{n-3} + ... + ({}^1/_{3n-2})a_n$;

$\bar{E}_q(x)$ – каждый многочлен выше обозначенного типа:

$\bar{E}_q(x) = ({}^1/_1)a_1x^{n-1} + ({}^1/_k)a_2x^{n-2} + ({}^1/_{k+(k-1)})a_3x^{n-3} + ... + ({}^1/_{(k-1)n-(k-2)})a_n$;

 https://doi.org/10.33619/2414-2948/55

(k) — второй числовой элемент обратной арифметической прогрессии, в которой каждый следующий элемент равен предыдущему, увеличенному на фиксированное для прогрессии число *(k−1)*.

Вновь предположим, что для каких-то многочленов (9) имеется конкретное числовое сравнение: $F'_q(x) \equiv 0(\bmod q)$, число *(q)* является составным. Тогда системы сравнений (9) и (**10**), снова станут равносильными, что опровергнуто выше показанным доказательством. Стало быть, системы сравнений (9) и (10) не эквивалентные.

Осталось отметить, что возвратное арифметическое сравнение степенной суммы от двух переменных (4) и степенной суммы от трех переменных:

$$(\sigma_2^3 + x\sigma_3^2) \equiv 0(\bmod 2^{q-1} - 1) \qquad (13)$$

имеют особый статус. Они взяты в зашифрованном виде из таблиц (Таблица 1) и (Таблица 2), поэтому бесспорны по определению.

Заметим, что уложение (5), легко конвертируется в другое доказанное утверждение — $x^n + y^n - z^n \equiv 0(\bmod 2^{l-1} - 1) \equiv 0(\bmod l^2)$. При этом показатели $(n = l)$ должны удовлетворять неким условиям [15, с. 20].

5. Правила необходимых действий, которые для таблиц должны иметь место

Таблицы числовых сравнений Паскаля служат, в том числе, и для создания заранее определенного алгоритма арифметически-логического устройства {АЛУ}, выполняющего арифметические и логические операции. Например, для нахождения все простых чисел, рассмотрим усеченный треугольник Паскаля (Таблица 3). Эта таблица в полном формате будет выглядеть так:

Таблица 5.

ДОКАЗАТЕЛЬНОЕ НАХОЖДЕНИЕ ВСЕХ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

№*q*	– *F* –
15	1 + 10 + 1
17	1 + 15 + 5
19	1 + 21 + 15
21	1 + 28 + 35 + 1
23	1 + 36 + 70 + 7
25	1 + 45 + 126 + 28
27	1 + 55 + 210 + 84 + 1
29	1 + 66 + 330 + 210 + 9
31	1 + 78 + 495 + 462 + 45
33	1 + 91 + 715 + 924 + 165 + 1
35	1 + 105 + 1001 + 1716 + 495 + 11
37	1 + 120 + 1365 + 3003 + 1287 + 66
39	1 + 136 + 1820 + 5005 + 3003 + 286 + 1
41	1 + 153 + 2380 + 8008 + 6435 + 1001 + 13
43	1 + 171 + 3060 + 12376 + 12870 + 3003 + 91
45	1 + 190 + 3876 + 18564 + 24310 + 8008 + 455 + 1
47	1 + 210 + 4845 + 27132 + 43758 + 19448 + 1820 + 15
49	… … … …

Выбирается первый необязательный порядковый многочлен:

$F_q(x) = f_1 x^{n-1} + f_2 x^{n-2} + f_3 x^{n-3} + \ldots + f_n$;

Число *(q)* — порядковым номером многочлена. Число *(n)* равно количеству чисел $(f_1 + f_2 + f_3 + ... + f_n)$, помещенных на фиксированных горизонталях усеченного треугольника Паскаля *(F)* — (Таблица 5).

Например: $F_{37}(x) = 1x^5 + 120x^4 + 1365x^3 + 3003x^2 + 1287x + 66$;

Создается второй многочлен (8) — дискриминантный:

$F_q''(x) = (^1/_1)\, f_1 x^{n-1} + (^1/_3)\, f_2 x^{n-2} + (^1/_5)\, f_3 x^{n-3} + ... + (^1/_{2n-1})\, f_n$;

Этот многочлен имеет все целые числовые коэффициенты только тогда, когда *(q)* – число простое. Например:

$F_{37}''(x) = (^1/_1)x^5 + (^{120}/_3)x^4 + (^{1365}/_5)x^3 + (^{3003}/_7)x^2 + (^{1287}/_9)x + (^{66}/_{11}) =$

$= 1x^5 + 40x^4 + 273x^3 + 429x^2 + 143x + 6$;

Этот результат является следствием доказанного утверждения: $F_q''(x) \not\equiv 0 (\bmod q)$, если *(q)* — простое число, (12). Количество вертикальных и горизонтальных рядов чисел (Таблица 2, 5) — равны относительно порядковых номеров.

Следует особо отметить, что формула нахождения всех простых чисел в таблице является арифметической, то есть не математической. В ней число *(q)*, является одновременно и символом и порядковым номером! Поэтому, полное и исчерпывающее исходного доказательство Таблицы равнозначны доказательству правильности таблицы сложения чисел. Или в точности, следует заменить числа количеством натуральных предметов и поместить таблицу в трехмерное пространство.

Заключение

Исходный прямоугольный треугольник Паскаля, у которого числа Фибоначчи последовательно находятся на фиксированных горизонталях, был разложен на две части. Подобное разделение возможно и на три, четыре и далее числовых частей. Такой процесс бесконечен, по этому, мы говорим, что таких арифметических таблиц бессчетное число, то есть невозможно подсчитать.

Краткое определение дискриминанта кубического трехчлена известно — два вещественных корня такого многочлена равны (сравнимы). Неизвестно понятие дискриминанта степенной суммы от трех переменных [16]. Отчего, впервые были предоставлены только числовые выкладки их конкретного измерения. Следом за этим повторим, что полученные арифметические треугольники оказались усеченными то и порядковые числа рассматривались, например *(q > 13)*, для нахождения соответствующих числовых дискриминантов.

Список литературы:

1. Депман И. Я. История арифметики: пособие для учителей. М.: Просвещение, 1959. 422 с.

2. Прасолов В. В. Многочлены. М.: МЦНМО, 2001. 336 с.

3. Батхин А. Б. Вычисление обобщенного дискриминанта вещественного многочлена // Препринты Института прикладной математики им. МВ Келдыша РАН. 2017. №088. https://doi.org/10.20948/prepr-2017-88

4. Калинина Е. А. Теория исключения. СПб.: НИИ химии, 2002. 72 с.

5. Маркушевич А. И. Возвратные последовательности. М.: Наука, 1983. 49 с.

6. Выгодский М. Я. Справочник по элементарной математике. М.: Гостехиздат, 1954. 412 с.

7. Горелик Г. Е. Почему пространство трехмерно? М.: Наука, 1982. 167 с.

Т. 6. №6. 2020
https://doi.org/10.33619/2414-2948/55

8. Депман И. Я. История арифметики. М.: Просвещение, 1965. 415 с.
9. Воронин С. М. Простые числа. М.: Знание, 1978. 96 с.
10. Болтянский В. Г., Виленкин Н. Я. Симметрия в алгебре. М.: МЦНМО, 2002. 240 с.
11. Гельфонд А. О. Решение уравнений в целых числах. М.: Наука, 1978. 63 с.
12. Успенский В. А. Треугольник Паскаля. М.: Наука, 1979. 47 с.
13. Воробьев Н. Н. Числа Фибоначчи. М.: Наука, 1992. 190 с.
14. Щербань В. Л. Сверхбыстрое нахождение всех простых чисел: формула // Бюллетень науки и практики. 2017. №9 (22). С. 8-13.
15. Постников М. М. Введение в теорию алгебраических чисел. М.: Наука, 1982. 239 с.
16. Александрова П. С., Маркушевич А. И., Хинчин А. Я. Энциклопедия элементарной математики. М.-Л.: ГТТИ, 1951. 448 с.

References:

1. Depman, I. Ya. (1959). Istoriya arifmetiki: posobie dlya uchitelei. Moscow. (in Russian).
2. Prasolov, V. V. (2001). Mnogochleny. Moscow. (in Russian).
3. Batkhin, A. B. (2017). Vychislenie obobshchënnogo diskriminanta veshchestvennogo mnogochlena. *Preprinty Instituta prikladnoi matematiki im. MV Keldysha RAN,* (088). (in Russian). https://doi.org/10.20948/prepr-2017-88.
4. Kalinina, E. A. (2002). Teoriya isklyucheniya. St. Petersburg, NII khimii, 72. (in Russian).
5. Markushevich, A. I. (1983). Vozvratnye posledovatel’nosti. Moscow. (in Russian).
6. Vygodskii, M. Ya. (1954). Spravochnik po elementarnoi matematike. Moscow. (in Rus.).
7. Gorelik, G. E. (1982). Pochemu prostranstvo trekhmerno? Moscow, Nauka, 167. (in Rus.).
8. Depman, I. Ya. (1965). Istoriya arifmetiki. Moscow, Prosveshchenie, 415. (in Russian).
9. Voronin, S. M. (1978). Prostye chisla. Moscow, Znanie, 96. (in Russian).
10. Boltyanskii, V. G., & Vilenkin, N. Ya. (2002). Simmetriya v algebre. Moscow, MTsNMO, 240. (in Russian).
11. Gelfond, A. O. (1978). Reshenie uravnenii v tselykh chislakh. Moscow, Nauka, 63. (in Russian).
12. Uspenskii, V. A. (1979). Treugol’nik Paskalya. Moscow, Nauka, 47. (in Russian).
13. Vorobev, N. N. (1992). Chisla Fibonachchi. Moscow, Nauka, 190. (in Russian).
14. Shcherban, V. (2017). Ultra fast finding all the prime numbers: formula. *Bulletin of Science and Practice,* (9), 8-13. (in Russian).
15. Postnikov, M. M. (1982). Vvedenie v teoriyu algebraicheskikh chisel. Moscow, Nauka, 239. (in Russian).
16. Aleksandrova, P. S., Markushevich, A. I., & Hinchin, A. Ya. (1951) Entsiklopediya elementarnoi matematiki. Moscow-Leningrad, GTTI, 448. (in Russian).

Работа поступила в редакцию 08.05.2020 г.

Принята к публикации 11.05.2020 г.

Ссылка для цитирования:

Щербань В. Л. Арифметическая таблица как неотъемлемая часть всей вычислительной математики // Бюллетень науки и практики. 2020. Т. 6. №6. С. 31-41. https://doi.org/10.33619/2414-2948/55/04

Cite as (APA):

Shcherban, V. (2020). Arithmetic Table as an Integral Part of all Computational Mathematics. *Bulletin of Science and Practice, 6*(6), 31-41. (in Russian). https://doi.org/10.33619/2414-2948/55/04