

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHII (Russia) = 0.156
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2019 Issue: 05 Volume: 73

Published: 16.05.2019 <http://T-Science.org>

SECTION 7. Mechanics and machine construction

QR – Issue



QR – Article



Ismoil Ibragimovich Safarov

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor to department of Advanced Mathematics, Tashkent Institute of Chemistry and Technology, Uzbekistan,

Safarov54@mail.ru

Nurillo Raximovich Kulmurotov

Senior Lecturer to Department of Technology Engineering, Navoi State Mining Institute, Uzbekistan,

nurillo.Kulmurotov.64@mail.ru

INFLUENCE OF NON-STATIONARY WAVES ON CYLINDRICAL BODY

Abstract: In this paper, we study the case of the interaction of a plane compression pulse with a layered cylindrical body in an infinite homogeneous and isotropic elastic medium. The problem is solved by the method of integral Fourier transform. The inverse transformation is carried out numerically by the Romberg method. With a time of toast and a decrease in momentum, the accuracy is at least 2%. Numerical results are obtained taking into account the diffracted waves.

Key words: compression pulse, Fourier transforms Romberg method, Heaviside function, reflection, cylinder, diffraction.

Language: Russian

Citation: Safarov, I. I., & Kulmurotov, N. R. (2019). Influence of non-stationary waves on cylindrical body. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 05 (73), 77-85.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-05-73-15> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2019.05.73.15>

ВЛИЯНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЛН НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЕ ТЕЛО

Аннотация: В работе исследуется случай взаимодействия плоского импульса сжатия со слоистым цилиндрическим телом в бесконечной однородной и изотропной упругой среде. Поставленная задача решается методом интегрального преобразования Фурье. Обратное преобразование осуществляется численно, методом Ромберга. При времени тоста и уменьшении импульса, точность не менее 2-%. Численные результаты получены с учетом дифрагированных волн.

Ключевые слова: импульс сжатия, преобразования Фурье, метод Ромберга, функция Хэвисайда, отражения, цилиндр, дифракция.

Введение.

Развитие системы подземных коммуникаций в сейсмически активных районах потребовало проведения широких исследований [1-4] в этой области. К основным подземным сооружениям относятся системы водоснабжения и канализации, тоннели, подземные переходы, подземные выемки и подводные тоннели. В настоящее время хорошо разработанными являются методики статического и динамического расчета одиночно уложенной трубы, которая без всякого изменения применяются проектными организациями и для расчета труб. В нормативных документах для наземных сооружений рекомендуется применить

линейно-спектральную теорию, точнее квазистатическую теорию сейсмостойкости сооружений. Наряду с линейно-спектральной теорией развивается и другая разновидность динамического метода расчета по аналоговым акселерограммам, учитывающих особенности площадки строительства. Применительно к подземным сооружениям исследования, связанные с расчетом по акселерограммам, развивались по двум основным направлениям, в основу которых положены разные схематизации как самих сооружений, так и взаимодействий их с окружающей средой [1,2]. Поведение подземных сооружений при воздействии сейсмозрывных

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.156
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

волн в натуральных условиях исследовано в работах [3,4]. Проведен ряд сложнейших, дорогостоящих экспериментов в натуральных условиях, достоверность результатов которых в настоящее время проверить (повторяемость, идентичность эксперимента) почти невозможно. Экспериментальными исследованиями установлено, что для подземных сооружений основным видом сейсмической нагрузки являются не инерционные силы от веса обделки и горного давления, а динамические изменения сейсмически напряженного состояния массива при прохождении волн напряжений. При этом имеют место сложные дифракционные волны напряжений - явления, которые в принципе не могут быть учтены изложенными выше теориями сейсмостойкости подземных сооружений. Волновые эффекты, отражения, дифракции и интерференции оказывают существенное влияние на сложное напряженное состояние массива, возникающее в случае нескольких близко расположенных между собой подземных

сооружений и расположенных вблизи свободной поверхности. Это и другие волновые эффекты могут быть учтены лишь методами волновой динамики [5,6].

Постановка и методы решения задачи взаимодействия сейсмических волн цилиндрической телом с жидкостью. Ниже решаются задачи взаимодействия нестационарных волн в цилиндрических телах, находящихся в упругой среде.

Пусть в безграничной упругой среде расположен упругий N -слоеный цилиндр, содержащий наполнитель [7] (рис.1). На цилиндр падают нестационарные волны напряжения $\sigma_{xx}^{(i)}$ и $\sigma_{xy}^{(i)}$, фронт которых параллелен продольной оси цилиндра. Требуется определить динамическое напряженно-деформированное состояние цилиндра и окружающей его среды, вызванное падающим импульсом напряжения.

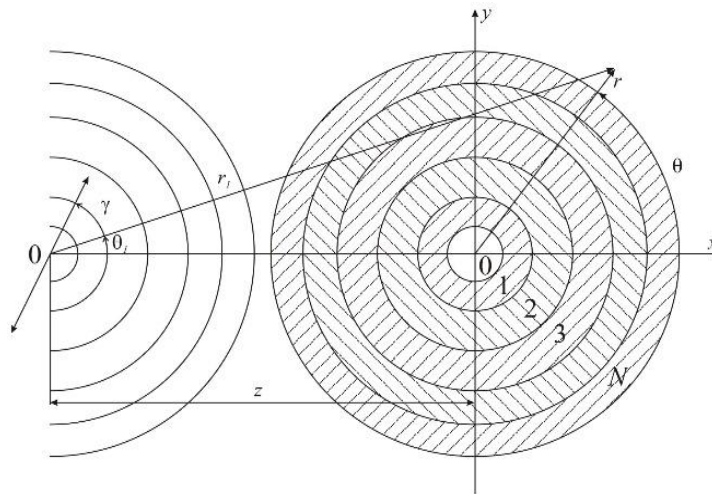


Рис. 1. Действие нестационарных волн на слоистое тело.

Основные уравнения теории упругости для этой задачи о плоской деформации в потенциалах перемещений сводятся к следующим:

$$\nabla^2 \varphi_j = \frac{1}{c_{pj}^2} \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial t^2}; \quad (j=1,2,\dots,N)$$

$$\nabla^2 \psi_j = \frac{1}{c_{\beta j}^2} \frac{\partial^2 \psi_j}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где φ_j и ψ_j являются потенциалами перемещения j -го слоя, c_{pj} и $c_{\beta j}$ - фазовые скорости распространения волн растяжения и сдвига j -го слоя.

Предположим, что время t отсчитывается с момента, когда падающий импульс коснется поверхности внешнего (N -1)-го цилиндра в точке

$r = r_N, \theta = 0$. До этого момента сохраняется покой. В соответствии с изложенным, задача отыскания поля дифрагированных волн и напряженно-деформированного состояния, вызванного падающим импульсом [8]

$$\sigma_{xx}^{(i)} = \sigma_0 H(\hat{t}),$$

$$\sigma_{xy}^{(i)} = \sigma_0 \frac{v_N}{1-v_N} H(\hat{t}), \quad \hat{t} = t - (x + r_N)/C_{PN}, \quad (2)$$

σ_0 - амплитуда падающих волн; $H(\hat{t})$ - единичная функция Хэвисайда, сводится к решению дифференциальных уравнений (1). Граничные условия на контакте двух цилиндрических поверхностей

отверстием свободного от напряжения ($\sigma_{rr}|_{r=a} = \sigma_{r\theta}|_{r=a} = 0$).

Единственным напряжением, которое не обращается в нуль при $r = r_0$, является кольцевое напряжение $\sigma_{\theta\theta} / \sigma_0$.

Применив преобразование Фурье к уравнению движения и граничным условиям [5], получим выражение для кольцевых напряжений при

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 H(t) \cos nt, \quad \sigma_{r\theta} = \tau_0 H(t) \sin \theta;$$

$$\sigma_{\theta\theta}^* = \frac{\sigma_{\theta\theta n}(r_0, t)}{\sigma} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_1(r_0, \Omega) e^{i\Omega t}}{[\Delta_2 \Delta_3 + \Delta_4 \Delta_5]} d\Omega, \quad (10)$$

$$\Delta_1(r_0, \Omega) = (\Delta_3 + \tau_0 E) [2\Omega H_{n-1}^{(1)}(\Omega) - ((2n^2 + 2n) + \Omega^2) H_n^{(1)}(\Omega)] + [\tau_0 \Delta_2 - \Delta_4] \times$$

$$\times \left[2n(n+1) H_n^{(1)} \left(\left(\frac{C_{P1}}{C_{S1}} \right) \Omega \right) + \frac{2C_P n \Omega}{C_{S1}} H_{n-1}^{(1)} \left(\frac{C_P}{C_S} \Omega \right) \right].$$

Выражение Δ_k ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) приведено в работе [9]. Несобственный интеграл (10) решается численно по разработанным алгоритмам [14]. Практические вычисления (10) на ЭВМ можно провести следующим образом. Поскольку численное интегрирование в бесконечных пределах невыполнимо, то интеграл (10) заменяется на

$$\sigma_{\theta\theta n}^* = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_a}^{\omega_b} \frac{\Delta_1(r_0, \Omega)}{[\Delta_2 \Delta_3 + \Delta_4 \Delta_5]} e^{-i\Omega t} d\Omega. \quad (11)$$

Значения пределов интегрирования ω_a, ω_b подбираются в зависимости от вида падающего импульса. Численные значения спектральной плотности $\sigma_{rr}^{(i)F}(\Omega)$ из (9) конечного падающего импульса лишь в небольшом диапазоне частоты Ω существенно отличается от нуля. Пределы интегрирования ω_a, ω_b следует подбирать в соответствии с этим диапазоном и с учетом требуемой точности. При этом остается открытым вопрос о том, какую погрешность внесет пренебрежение вкладом интегралов типа (10) в пределах интегрирования от $-\infty$ до ω_a и от ω_b до ∞ .

Численное суммирование бесконечной суммы (10), разумеется, также невозможно. Однако в [10] показано, что при достаточно больших n (n -порядок функций Бесселя и Ханкеля) можно построить асимптотическое представление общего члена этой суммы. В результате получим либо оценку погрешности перехода от бесконечной суммы к конечной, либо приближенное суммирование бесконечной суммы. Ввиду сказанного сохраним в (10) бесконечную сумму. Расчет по рассматриваемому методу сводится к построению двух алгоритмов

вычисления: коэффициентов $Z_{ke}(\Omega)$ ($k, e = 1, 2$) (11) и интеграла (10). Первый и второй алгоритмы не зависят от вида математической модели объекта.

Алгоритм вычисления. Величина $\sigma_{\theta\theta n}^F / \sigma_0$ из (11) вычисляется на ЭВМ следующим образом. Задаются все числовые параметры, необходимые для вычислений. Вводятся следующие обозначения: $x_1 = \Omega, x_2 = n_1 \Omega$, где

$$n_1 = \frac{C_{P1}}{C_{S1}}; \quad \Omega = \frac{\omega \alpha}{C_{P1}}, \quad x_2 = n_1 \Omega.$$

Для двух значений x_k ($k = 1, 2$) определяется функция Бесселя $I_n(\xi)$ и $N_n(\xi)$, ($n = 1, 2, \dots, 10$). Указанные массивы рассчитываются по формуле

$$u_n(\xi) = \frac{2(n-1)}{\xi} u_{n-1}(\xi) - u_{n-2}(\xi), \quad u_n(\xi) = I_n(\xi), N_n(\xi) \quad (12)$$

Как показано в [11], абсолютное значение функции Бесселя быстро уменьшается с ростом индекса n , начиная с момента, когда индекс превышает аргумент. В этом случае, непосредственное использование формулы (12) не приводит к цели. Тем не менее, расчет по (12) возможен, если по рекуррентной формуле

$$\bar{I}_n(\xi) = \frac{2(n-1)}{\xi} \bar{I}_{n+1}(\xi) - \bar{I}_{n+2}(\xi) \quad (13)$$

в направлении убывания индекса (от $n=N$ до $n=0$) рассчитывается вспомогательная функция $\bar{I}_n(\xi)$. Для расчета (13) задаются некоторые начальные значения

$$\bar{I}_{N+1}(\xi) = 0, \quad \bar{I}_{N_0} = \varepsilon_* \quad (14)$$

и начальный индекс $n = N_*$, определяемый из уравнения

$$\frac{(2\xi)^{N_*} N_*!}{(2N_* + 1)} = \varepsilon_*. \quad (15)$$

Здесь ε - погрешность расчета, соответствующая требуемой точности. Далее определяется значение функции Бесселя:

$$I_n(\xi) = \bar{I}_n(\xi) I_0(\xi) / \bar{I}_0(\xi), \quad (16)$$

причем для нахождения $I_0(\xi)$ можно использовать зависимость

$$I_0(\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\xi \cos x) dx \quad (17)$$

С помощью функций Бесселя и Неймана решается уравнение (16).

Функцию

$$\chi_1(r_0, \Omega) = (\Delta_1(r_0, \Omega) / \Omega_1 (\Delta_2 \Delta_3 + \Delta_4 \Delta_5)) e^{i\Omega t} \quad (18)$$

можно численно интегрировать, записав ее в виде

$$\chi_1(r_0, \Omega) = x_1(r_0, \Omega) - i x_2(r_0, \Omega). \quad (19)$$

Падающий импульс $\sigma_{xx}^{(i)F}(\Omega)$ [23] описывается выражением

$$\sigma_{xx}^{(i)F}(\Omega) = f_1(\Omega) - i f_2(\Omega),$$

где $f_1(\Omega), f_2(\Omega)$ - вещественные функции. Используя формулу Эйлера для $\exp(i\Omega t)$, разделив (18) на вещественную и мнимую (19) части, после некоторых преобразований получим в виде:

$$\sigma_{\theta\theta n}^F = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1(\Omega) - i x_2(\Omega)] d\Omega \quad (20)$$

Разделив интеграл (20) на два слагаемых

$$\sigma_{\theta\theta n}^F = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 [x_1(\Omega) - i x_2(\Omega)] d\Omega + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} [x_1(\Omega) - i x_2(\Omega)] d\Omega \quad (21)$$

и заменив в первом интеграле переменную Ω на $-\Omega$, будем иметь

$$\sigma_{\theta\theta n}^F = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} [x_1(\Omega_1) - x_1(-\Omega_1)] - i [x_2(\Omega_1) - x_2(-\Omega_1)] d\Omega_1 \quad (22)$$

Поскольку (22) представляет собой обратное преобразование Фурье и в левой части содержит вещественную величину [11], то справедливо соотношение

$$x_1(\Omega_1) = -x_1(-\Omega_1); x_2(\Omega_1) = -x_2(-\Omega_1) \quad (23)$$

Учитывая его, из (23) окончательно получаем

$$\sigma_{\theta\theta n}^F = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} x_1(\Omega) d\Omega, \quad (24)$$

$$\sigma_{\theta\theta n}^F = \frac{1}{\pi} \int_{\omega_a}^{\omega_b} x_1(\Omega) d\Omega. \quad (25)$$

Величину интеграла (24) найдем численно с помощью метода Ромберга [3,4]. Основной алгоритм этого метода приведен в первой главе. При вычислении интеграла по методу Ромберга приходится многократно вычислять подынтегральную функцию. Обратное преобразование Фурье для некоторого изображения, оригинал которого заранее известен, показало, что при длине шага интегрирования 0,01 погрешность процедуры не превышает 0,3-0,5%.

Представлены численные результаты для кольцевого напряжения при $r = r_0$, вызванного набегающей плоской ударной волной со ступенчатым распределением напряжения во времени. Получены численные результаты при $\nu = 0,25; C_{S1}/C_{P1} = 0,5; \theta = 0^0$ и 90^0 . Для определения интеграла (25) границы интеграла ω_a и ω_b выбрали $[10^{-4} - N] N = 1,2...5$, а шаг $h = 0,1; 0,01; 0,001$. При $N = 5$ и $N = 6$ значение

кольцевого напряжения отличается от предыдущего пятым знаком после запятой (рис.2).

Изменение $\sigma_{\theta\theta}^*$ в зависимости от τ при различных $n = 0,1,2,3,4,5$ показано на рис.3-4. Результаты наших численных расчетов сравнивали с известными результатами [9]. Полученные значения отличаются приблизительно на 30% при $n=0,1$: максимальное кольцевое напряжение при $h = 0,01$ и $\theta = 90$ составляет 2,962/3,0; а по работе [11,12] - 3,28/3,0 ($\tau \approx 4,71$).

Дифракция нестационарных волн на цилиндрическом теле. Пусть внутренняя граница ($r = r_0$) свободна от напряжения, а на контакте с окружающей средой выполняется условие равенства перемещений и напряжений (7) [11]. После преобразования Фурье получим цилиндрические уравнения Бесселя (13) и (16), решение которых имеет вид (7) и (8). В нашей задаче будет шесть произвольных постоянных, которые определяются из граничных условий (8). Вот некоторые из них:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{r r_2} &= 2\mu_2 r^{-2} \sum_{k=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [C_{nk} \varepsilon_{1n}^{(k)} + D_{nk} \varepsilon_{2n}^{(k)}] e^{i\Omega r} d\Omega, \\ \sigma_{\theta\theta_2} &= 2\mu_2 r^{-2} \sum_{k=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [C_{nk} \varepsilon_{3n}^{(k)} + D_{nk} \varepsilon_{4n}^{(k)}] e^{i\Omega r} d\Omega, \\ \sigma_{r\theta_2} &= 2\mu_2 r^{-2} \sum_{k=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [C_{nk} \varepsilon_{5n}^{(k)} + D_{nk} \varepsilon_{6n}^{(k)}] e^{i\Omega r} d\Omega, \\ \sigma_{r r_1} &= 2\mu_1 r^{-2} \sum_{k=1}^2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [A_n \delta_n^{(1)} + B_n \delta_n^{(2)}] e^{i\Omega r} d\Omega, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где C_{nk}, D_{nk}, A_n, B_n - произвольные постоянные: $C_{nk} = \delta_{kn}^{(c)}/\Delta_n, D_{nk} = \delta_{kn}^{(D)}/\Delta_n, A_n = \delta_n^{(A)}/\Delta_n, B_n = \delta_n^{(B)}/\Delta_n; \delta_{kn}^{(k)}$ и Δ_n - квадратные комплексные матрицы (6x6). Остальные элементы тензора напряжений записываются аналогично (26).

$$\begin{aligned} C_{nk} &= \text{Re } C_{nk} + i \text{Im } C_{nk}, D_{nk} = \text{Re } D_{nk} + i \text{Im } D_{nk}, \\ A_n &= \text{Re } A_n + i \text{Im } A_n, B_n = \text{Re } B_n + i \text{Im } B_n, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\delta_n^{(e)} = \text{Re } \delta_n^{(e)} + i \text{Im } \delta_n^{(e)}, e = 1, 2,$$

$$\varepsilon_{mn}^{(k)} = \text{Re } \varepsilon_{mn}^{(k)} + i \text{Im } \varepsilon_{mn}^{(k)},$$

$$e^{i\Omega t} = \cos \Omega t + i \sin \Omega t, m = 1, 2, \dots, 5,$$

Подставив (27) в (26), после некоторых преобразований получим тензор напряжений

$$\sigma_{ji} = \sum_{k=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\omega_a}^{\omega_b} R e \sigma'_{ij} d\Omega. \quad (28)$$

Все указанные процедуры заложены в памяти машины. Разработан универсальный алгоритм

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
 ISI (Dubai, UAE) = 0.829
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИНЦ (Russia) = 0.156
 ESJI (KZ) = 8.716
 SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

вычисления интегралов типа (28). Результаты расчетов приведены на рис.5 при $\theta = 90^\circ$ ($\nu_1 = 0,2; \nu_2 = 0,25; r_0/r_1 = 0,5; E_1/E_2 = 0,1; \eta = 0,1$) Полученные данные сопоставлены с известными результатами [25,26]. При интегрировании предела $\omega_a = 10^{-4}, \omega_b = 4, h = 10^{-2}$ результаты моего расчета отличаются от данных на $\approx 20\%$. Аналогичные результаты получены для цилиндрических оболочек, находящихся в упругой среде. Уравнение движения цилиндрических оболочек имеет вид [12], а окружного напряжения $\sigma_{\theta\theta}^*$ в оболочке, но здесь $C_{n2} = D_{n2} = 0$. Изменение окружного напряжения $\sigma_{\theta\theta}^*(\theta = 90^\circ, r = r_0)$ в зависимости от τ , как показано на рис.6, где 1-результаты [12], 2-

результаты авторов при данных ($h/r = 0,04; h = (r_1 - r_0)/2$). Аналогичные результаты получены в работе [12], однако авторы считают, что $\epsilon_1 = h^2/12R^2 = 0$, т.е. они учитывают изгибающий момент. В случае упругих цилиндрических тел определение напряженно-деформированного состояния объекта и окружающей его среды при действии нестационарных волн основано на построении последовательности падающих импульсов из стационарных компонентов, где каждый импульс представляет собой изменение во времени неустановившегося напряжения в падающей волне. На рис.7 показано изменение окружного напряжения $\sigma_{\theta\theta}^*(\theta = 90^\circ, r = r_0, r = r_0 + (r_1 - r_0)/2, r = r_1)$ в зависимости от τ .

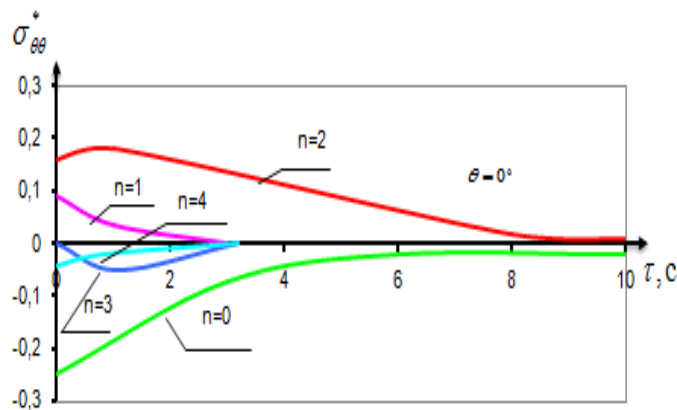


Рис.2. Зависимость кольцевых напряжений от времени, при различных n

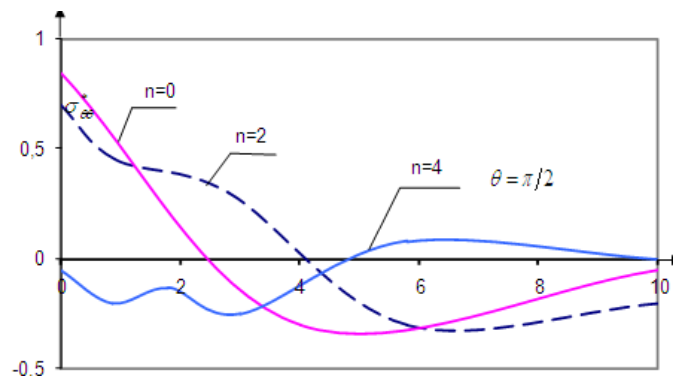


Рис.3. Зависимость кольцевых напряжений от времени, при различных n

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
ISI (Dubai, UAE) = 0.829	ПИИЦ (Russia) = 0.156	PIF (India) = 1.940
GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 8.716	IBI (India) = 4.260
JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 5.667	OAJI (USA) = 0.350

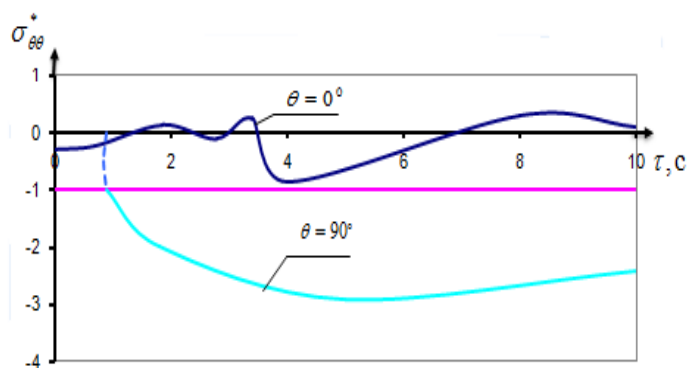


Рис.4. Зависимость кольцевого напряжения от времени

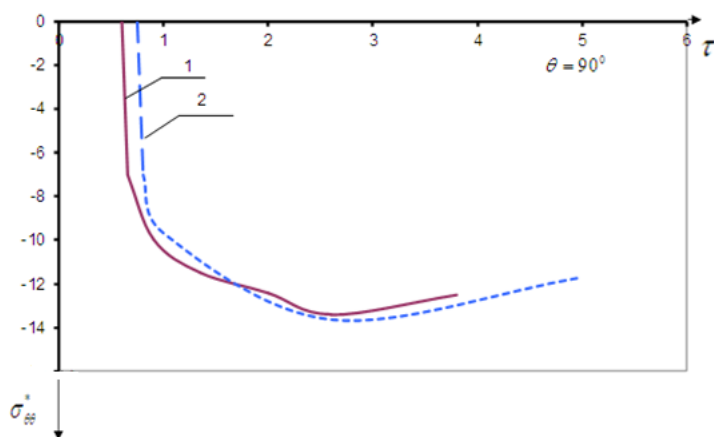


Рис.5. Зависимость кольцевого напряжения поверхности слоя от времени

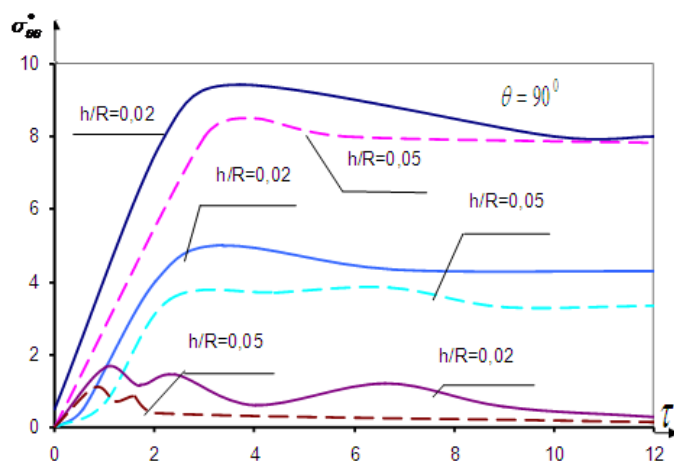


Рис.6. Зависимость безразмерного кольцевого напряжения от при различные h/R

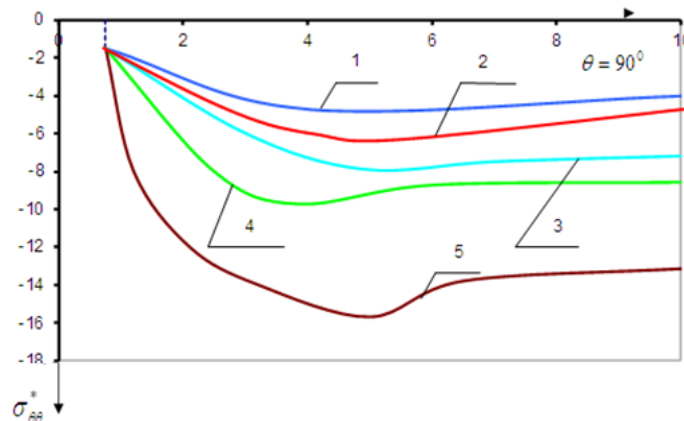


Рис.7. Зависимость кольцевого напряжения внутренней поверхности цилиндрического слоя от времени: 1-гранит-бетон; 2-песчаник-бетон; 3-мягкий грунт-бетон; 4-гранит-сталь; 5-песчаник-сталь.

Различие между напряжениями на внешней и внутренней поверхностях достигают, $\approx 15 - 20\%$, а различие между напряжениями на средней и внутренней поверхностях $\approx 10\%$ ($r_0/r_1 = 0,5$).

Расчеты показывают, что $\tau = 12a/C_p$ результаты данного исследования приближаются к точному статическому значению $\sigma_{\theta\theta}^* = 8,13$. Зависимость окружного напряжения от τ представлена на рис.7. Видно, что максимальное напряжение и перемещения существенно зависят от η и \bar{E} .

Дифракция упругих нестационарных волн в двухслойном цилиндрическом теле. Пусть на упругое двухслойное цилиндрическое тело при $t > 0$ падает нестационарная ступенчатая нагрузка (1). На границах контакта ставится условие жесткого контакта. Тензор напряжения в каждом слое записывается в виде

$$\sigma_{ij}^{(k)}(r_1, \theta, t) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{\omega_n}^{\omega_h} \text{Re} \sigma_{nij}^{(k)}(r_1, \theta, \Omega) d\Omega, \quad k = 1, 2, 3. \quad (29)$$

Тензор напряжения $\sigma_{ij}^{(k)}$ представляет собой функции Бесселя и Ханкеля первого и второго

рода n-го порядка. Интеграл (29) вычисляется по разработанному алгоритму первой главы. При решении ограничивались пятью членами ряда (29), так как удержание следующих членов ряда практически не влияет на результаты. Например, удержание десяти членов (29) изменяет значение напряжения менее, чем на 2-3%. В расчетах были использованы следующие параметры: $r_0/r_2 = 0,2$; $r_1/r_2 = 0,6$; $\nu_1 = 0,2$; $\nu_2 = 0,25$; $\nu_3 = 0,2$; $E_1/E_2 = 0,3$; $E_3/E_2 = 0,1$; $\rho_1/\rho_2 = 0,3$; $\rho_3/\rho_2 = 0,1$.

Выводы.

В работе предложена методика и алгоритм решения задачи дифракции упругих волн на многослойном цилиндрическом теле. В случае упругих цилиндрических тел определение напряженно-деформированного состояния объекта и окружающей его среды при действии нестационарных волн основано на построении падающих импульсов из стационарных компонентов, где каждый импульс представляет собой изменение во времени неустановившегося напряжения в падающей волне.

References:

1. Safarov, I. I., Teshae, M. X., Akhmedov, M. S., & Boltaev, Z. I. (2017). Distribution Free Waves in Viscoelastic Wedge with and Arbitrary Angle Tops. *Applied Mathematics*, 8, pp.736-745.
2. Safarov, I. I., Teshae, M. K., Boltaev, Z. I., & Nuriddinov, B. Z. (2017). Of Own and Forced Vibrations of Dissipative Inhomogeneous Mechanical Systems. *Applied Mathematics*, 8, pp.1001-1015.
3. Safarov, I. I. (1992). *Kolebaniya i volni v dissipativno nedorodnix sredax i konstruksiyax*. (p.250). Tashkent: Fan.
4. Safarov, I. I., Akhmedov, M., & Umarov, A. (2017). *Own vibrations of toroidal shell with*

Impact Factor:

ISRA (India) = 3.117
ISI (Dubai, UAE) = 0.829
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
PIHHI (Russia) = 0.156
ESJI (KZ) = 8.716
SJIF (Morocco) = 5.667

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

- flowing liquid*. (p.177). Lambert Academic Publishing (Germany).
5. Safarov, I. I., Teshae, M. K., & Boltaev, Z. I. (2017). *Distribution of harmonic waves in expansion plastic and cylindrical viscoelastic bodies*. (p.218). Open Science Publishing Raleigh, North Carolina, USA.
 6. Rashidov, T. R. (1973). *Dinamicheskaya teoriya seysmostoykosti slojnix sistem podzemnix sooruzheniy*. (p.182). Tashkent: Fan.
 7. Mau, M. (1963). Dinamicheskiye napryajeniya i smesheniye vblizi silindricheskoy poverxnosti razriva ot ploskoy garmonicheskoy volni sdviga. *Prikladnaya mexanika, perevod s angliyskogo, t.30, ser Ye, № 3*, pp.117-126.
 8. Safarov, I. I., Boltaev, Z. I., Axmedov, M. S., & Rajabov, O. (2017). Numerical solution of the problem on the impact plane non-stationary elastic waves by a cylindrical body. *Discover 2017, 53, (256)*. April. pp.255-265.
 9. Safarov, I. I. (2018). On the Vibration of Parallel Cylindrical Shells Under the Action of Harmonic Waves. *International Journal of Emerging Engineering Research and Technology Volume 6, Issue 6*, pp.1-8.
 10. Safarov, I. I., & Teshae, M. K. (2018). Damping of Vibrations of Dissipative-Inhomogeneous Multiayer Plates and Shells Interacting with the Medium. *International Journal of Emerging Engineering Research and Technology Volume 6, Issue 6*, pp.33-44. ISSN 2349-4395.
 11. Safarov, I. I., Teshae, M. K., & Boltaev, Z. I. (2018). Own Vibrations of Bodies Interacting with Unlimited Deformable Environment. *Open Access Library Journal. 2018, Volume 5, e4432*. pp.1-22.
 12. Safarov, I. I., Teshae, M. K., Akhmedov, M. S. (2018). Free Oscillations of a Toroidal Viscoelastic Shell with a Flowing Liquid. *American Journal of Mechanics and Applications, 6(2)*: 37-49.
 13. Safarov, I. I., Teshae, M. K., & Akhmedov, M. S. (2018). Free Oscillations of a Toroidal Viscoelastic Shell with a Flowing Liquid. *American Journal of Mechanics and Applications, 6(2)*: 37-49.
 14. Safarov, I. I., Teshae, M. K., Boltaev, Z. I., & Akhmedov, M. S. (2018). Of Own Vibrations of Cylindrical Bodies in the Deformable Medium-Specific Vibrations of Cylindrical Bodies in the Deformed Environment. *World Wide Journal of Multidisciplinary Research and Development (WWJMRD) 4(2)*: 42-53.
 15. Safarov, I. I., Teshayev, M. K., Boltayev, Z. I., & Nuriddinov, B. Z. (2018). Own Waves in a Cylindrical Shell in Contact with a Viscous Liquid. *World Wide Journal of Multidisciplinary Research and Development (WWJMRD) 4(1)*: 140-151.
 16. Safarov, I. I., & Teshae, M. K. (2018). Vibration Protection of Mechanical Systems Consisting of Solid and Deformable Bodies. *EJERS, European Journal of Engineering Research and Science. Vol. 3, No. 9, September*, pp.18-28.