SOI: 1.1/TAS DOI: 10.15863/TAS
International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) **e-ISSN:** 2409-0085 (online)

Year: 2018 **Issue:** 05 **Volume:** 61

Published: 30.05.2018 http://T-Science.org

S. U. Zhanatauov
candidate of physics and mathematical sciences,
Department «Information technologies, mathematics, physics», Associate professor,
Noncommercial joint-stock company
"Kazakh national agrarian university", Kazakhstan
sapagtu@mail.ru

SECTION 2. Applied mathematics.
Mathematical modeling.

A MODEL OF CALCULATION OF SUBJECTIVE PROBABILITIES IS IN BUSINESS

Abstract: *In the article the situation of uncertainty is considered in business, when it is impossible neither to know probability nor logically to show out her, calculate or objectively estimate.. Determination of uncertainty and new interpretation is used the probabilities (as degrees of reasonable faith that we add to expression at the exactly fixed data) set forth by Nobel laureate in the economy of J. M. Keynes. The model of rational behavior of subject-businessman is described in the situation of uncertainty. The model №1 of calculation of n subjective probabilities is worked out by the businessman for application in business at the estimation of the expected profits from the projects realized in different business-environments.Description over of "operating chart of translation of degree of the confidence in a numerical form", applied by a subject-businessman for the worked out new algorithm of calculation of subjective probabilities, is brought, in particular, for the receipt of profits in the n projects realized in m independent business-environments. At the design of rational form of presentation of preferences of subject the axioms of L. Savage are executed. Operating chart (she uses the ground driven to the reference book on the applied statistics of the stages of attaching significance of probabilities for every examined event of Oj from the finite set of unjoint (mutually-exclusive) events $O_1,O_2,...,O_n$. An example of application of model № 1 of calculation of subjective probabilities, showing a model fitness in the real situations in business, is made. Possibility of calculation of the expected values of profits from realization of business-projects is main dignity of the model.*

Key words: *subjective probability, subjective beliefs, business-environment, projects*

Language: *Russian*

Citation: Zhanatauov SU (2018) A MODEL OF CALCULATION OF SUBJECTIVE PROBABILITIES IS IN BUSINESS. ISJ Theoretical & Applied Science, 05 (61): 142-156.

Soi: http://s-o-i.org/1.1/TAS-05-61-24 ***Doi***: crossref https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2018.05.61.24

МОДЕЛЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ СУБЪЕКТИВНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В БИЗНЕСЕ

Аннотация: *В статье рассмотрена ситуация неопределенности в бизнесе, когда невозможно ни узнать вероятность, ни логически вывести ее, вычислить или объективно оценить. Используется определение неопределенности и новой интерпретации вероятности (как степени разумной веры, которую мы приписываем высказыванию при точно фиксированных данных), сформулированные лауреатом Нобелевской премии по экономике Дж.М.Кейнсом. Описывается модель рационального поведения субъекта-предпринимателя в ситуации неопределенности. Разработана модель №1 вычисления n субъективных вероятностей субъектом-предпринимателем для применения в бизнесе для оценки ожидаемых прибылей от проектов, реализуемых в разных бизнес-средах. Приведено описание «операционной схемы перевода степени уверенности в числовую форму», применяемой субъектом-предпринимателем для разработанного нового алгоритма вычисления субъективных вероятностей, в частности, для получения прибылей в n проектах, реализуемых в m независимых бизнес-средах. При моделировании рациональной формы представления предпочтений субъекта выполняются аксиомы Л.Сэвиджа. Операционная схема (она существенно использует обоснование, приведенное в справочнике по прикладной статистике) этапов придания значений вероятностей для каждого рассматриваемого события O_j из конечного множества несовместных (взаимно-исключающих) событий $O_1,O_2,...,O_n$. Приведен пример применения модели №1 вычисления субъективных вероятностей, показывающий ее пригодность в реальных ситуациях в бизнесе. Возможность вычисления рацональных ожидаемых значений прибылей от реализации бизнес-проектов - главное достоинство предлагаемой модели.*

Ключевые слова: *субъективная вероятность, субъективные верования, бизнес-среда, проекты*

1. Введение

С возникновением теории вероятностей почти сразу появилось различие между вероятностями, заданными изначально (например, в азартных играх), и теми, что задать нельзя. Последние призваны были отражать степень субъективной убежденности, верований (beliefs) [1]. Актуальность измерения вероятности связана с необходимостью измерения риска в ситуации неопределенности, когда вероятности изначально не заданы. Риск в понимании авторов работ [2,3] характеризует ситуации, в которых вероятность известна или может быть определена в ходе оценки ранее полученных данных и вычислена в соответствии с законами теории вероятностей. В ситуации *неопределенности*, напротив, невозможно ни узнать вероятность, ни логически вывести ее, вычислить или объективно оценить. Другая сторона идейных трудностей возникает при практической необходимости вероятностного прогнозирования событий в бизнесе, к которым не применимы классические представления о статистической повторяемости.

Мы будем придерживаться другого определения. Под *неопределенностью* будем понимать отсутствие однозначного знания о состоянии объекта у получателя сообщения. Снять, устранить неопределенность - означает устранить неоднозначность знания. Будем получать обоснованные знания, с определенной степенью уверенности, отображаемые в цифровую форму представления рациональных предпочтений субъекта. Различают *неопределенность, обусловленную внутренними свойствами объектов* и *связанную с неполнотой сведений о них*.

В работе Дж.М.Кейнса [4] сказано: «…под "неопределенностью" мы не имеем никакого научного основания, которое могло бы помочь нам сформулировать хоть какую-нибудь идею измерения вероятности. Мы просто не знаем. Однако, потребность действовать и принимать решения заставляет нас, как практических людей, игнорировать этот неудобный факт и вести себя так, как если бы мы имели хороший утилитарный способ вычислений значений предполагаемых преимуществ и недостатков, каждое из которых умножено на соответствующие ожидаемые вероятности, которые только и ждут, что их нужно просуммировать». А.О. Недосекин [5,с.45] отмечает: «Неопределенность - это неустранимое качество рыночной среды, связанное с тем, что на рыночные условия оказывает одновременное воздействие множество факторов различной природы и направленности, не подлежащих совокупной оценке. Но и даже если бы все привходящие рыночные факторы были в модели учтены (что невероятно), сохранилась бы неустранимая неопределенность относительно характера реакций рынка на те или иные воздействия».

Неопределенность-это факт, с которым вынуждены бороться все формы жизни. На всех уровнях биологической сложности существует неопределенность относительно возможных последствий событий и действий, и на всех уровнях действие должно предприниматься до того, как прояснена неопределенность.И должен быть достигнут надлежащий баланс между высшим уровнем специфической готовности к событиям, которые произойдут с наибольшей вероятностью, и нашей способностью реагировать соответствующим образом, когда случается непредвиденное.

Таким образом, перед нами вырисовывается некая модель поведения субъекта в ситуации неопределенности, и это поведение в свою очередь является неопределенным в силу своей субъективности.

Пусть имеет место некоторое событие А, следствием которого может быть m возможных исходных состояний $a_1, a_2, \ldots, a_m$. Предположим, что каким-то образом можно оценить вероятность наступления каждого исхода:$P(a_1), P(a_2), \ldots., P(a_m)$. Допустим, что все исходы равновероятны: $P(a_1) = P(a_2) = \ldots = P(a_m) = 1/m$. Если событие А может иметь только один исход $m = 1$, то неопределенность события А равна нулю. При $m = 2$ она будет отличатся от нуля и с возрастанием числа m возможных исходов будет увеличиваться. Неопределенность сложного события равна (в упрощенном случае) сумме неопределенностей составляющих его простых событий.

В основе трех видов вероятностей исхода события (эксперимента) лежит вполне объективная информация о *субъективной* вероятности - личный опыт индивидуума, его знания об исходах похожих экспериментов в прошлом. В основе логической вероятности - сведения обо всех похожих экспериментах, накопленные данной отраслью знаний. В основе *объективной* (частотной) вероятности - знание исходов точно таких же экспериментов (а не похожих), имевших место в прошлом. Таким образом, в некотором смысле *логическая* (индуктивная) вероятность может считаться частным случаем *субъективной*, когда привлечением дополнительного *знания* удается преодолеть субъек тивность индивидуальной оценки. *Частотная* же вероятность в этом контексте является частным случаем *логической* (и, следовательно, *субъективной*), когда многократным повторением эксперимента удается накопить достаточную информацию и получить хорошую оценку вероятности интересующего нас исхода. При этом переход от одного вида вероятности к другому осуществляется за счет накопления количества и изменения качества информации.

Второй главный компонент модели ожидаемой полезности-это концепция вероятности. Она также различается в разных версиях модели.

Здесь оновной вопрос сводится к тому, где находится источник неопределенности: в самом человеке или в окружающем его мире. Соответственно, упор делается на вероятность случайных событий (объективная вероятность) или на меру убежденности в их наступлении (субъективная вероятность).

В теории Неймана-Моргенштерна предполагаются объективные вероятности, одинаковые для каждого экономического субъекта. Но в экономической действительности, в отличие от азартных игр, сфера применения таких вероятностей невелика: повторяющиеся ситуации, для которых можно было бы рассчитать объективные вероятности, в мире экономики и бизнеса не правило, а исключение (таковым является страховое дело). Преобладают редко встречающиеся или уникальные ситуации и события. Во многих экономических задачах статистические данные о частотах появления ситуаций весьма малы по объему, а нередко вообще отсутствуют, поэтому используется другой метод измерения вероятностей ситуаций, основанный на субъективных измерениях экспертов. В особенности, как отмечал английский экономист Дж.Л.Ш. Шэкл, это относится к инвестиционным решениям. Поэтому есть основания для того, чтобы в теории использовать концепцию субъективной вероятности, которая является нелинейной функцией от объективной, разработанную, в частности, американскими математиками Ф. Рамсеем и Л. Сэвиджем [6-8]. При этом, чтобы сохранить операциональность теории, субъективные вероятности, как правило, должны подчиняться тем же аксиомам, что и объективные: сумма их должна равняться единице, взаимодополняющие и взаимоисключающие события наступают с вероятностью, равной соответственно произведению и сумме элементарных вероятностей. Предполагается, что поскольку хозяйственные агенты — субъекты разумные, субъективная вероятность какого-либо события или исхода связана с объективной вероятностью и является ее функцией $f(p_i)$, где p_i - объективная вероятность i-го исхода.

Мы не будем использовать концепции вероятности, где субъективные вероятности не подчиняются названным выше аксиомам: теория перспектив [9]. В качестве вероятностей в этой модели [9] используются так называемые «субъективные веса», которые хотя и являются непрерывной функцией объективных вероятностей π=f(p), но не обладают свойствами объективных вероятностей. При малых p «вес» π>p, а при средних и больших π<p. Что касается компонента полезности, то в [7] предпочитают говорить не о полезности, а о ценности отдельных исходов. Функция ценности имеет следующие свойства:

1) она выпукла для выигрышей и вогнута для проигрышей (т.е. если проигрыш неизбежен, индивид склонен к риску, а в случае выигрыша демонстрирует неприятие риска);

2) ее крутизна для проигрышей больше, чем для выигрышей, что отражает отмеченную выше асимметрию в оценке выигрышей и проигрышей равной величины.

Для нашей модели полезна «теория ожидаемой полезности» [4], все ее разновидности (при разных концепциях полезности и вероятности), является универсальным инструментом неоклассической микроэкономики [8-11]. Всюду, где речь заходит о ситуации неопределенности, экономист-неоклассик немедленно воспринимает ее через призму модели ожидаемой полезности. Эта теория имеет нормативное применение: для того, чтобы улучшить качество принимаемых решений, в теории управления и исследовании операций рекомендуется ориентироваться на вариант с максимальной ожидаемой полезностью.

Нам интересны (и мы применяем в нашей модели) рациональные предпочтения реального человека-субъекта в условиях неопределенности. Гипотеза ожидаемой полезности более операцио нальна и поддается эмпирической проверке.

В экономической действительности нечасто встречаются ситуации, в которых полезности и вероятности исходов могут быть точно измерены. Но такие ситуации могут быть сконструированы в рамках лабораторного эксперимента. Именно благодаря проверкам гипотезы ожидаемой полезности развился такой метод экономического анализа, как «экспериментальная экономика» [10], который позволил по-новому поставить многие проблемы экономической науки.

2. Способ придания численных значений субъективным вероятностям, подтвержденных субъективными верованиями

Автор новой интерпретации вероятности Дж. М. Кейнс критиковал классическую и частотную интерпретации [4]. Он стал рассматривать вероятность как степень разумной веры, которую мы приписываем высказыванию при точно фиксированных данных. «Термины достоверность и вероятность, - пишет он, - описывают различные степени разумной веры в высказывание, которое мы обязаны приписать ему при различном знании». «Пусть наши предпосылки, - указывает Дж. М. Кейнс, - состоят из любого множества высказываний **h**, а наше заключение из множества **a**. Тогда, если знание **h** обосновывает разумную веру степени **a,** мы говорим, что существует вероятностное отношение степени **a** между **h** и **a.** Таким образом, в интерпретации Дж.М.Кейнса, вероятность представляет логическое отношение между двумя множествами высказываний. Поэтому оно имеет аналитический характер, а не синтетический, эмпирический характер.

Сказанное выше достаточно наглядно показывает неубедительность возражений против использования концепции субъективной вероятности при управлении производственными процессами организациями. «Действительно, личностные оценки того или иного явления могут производиться и производятся с различных точек зрения, разных позиций. А таких позиций может быть сколь угодно много. Не существует в природе какого-либо универсального способа интеграции всех возможных позиций, и, следовательно, не существует универсального способа объективизации, обеспечения количественной определенности субъективных оценок». Операционная схема перевода степени уверенности в числовую форму [11] - еще один способ придания численных значений субъективным вероятностям, подтвержденные субъективными верованиями. В книге [11, п.19.5.2. «Степень уверенности как вероятность», стр. 417-419] дано обоснование этапов придания значений вероятностей для каждого рассматриваемого события O_j из конечного множества несовместных (взаимно-исключающих) событий $(O_1,O_2,...,O_m)$. Доказано что, если события O_1, $O_2,...,O_m$ составляют полное множество событий, то сумма их вероятностей равна 1:$p(O_1)+p(O_2)+ ...+p(O_m)=1$. Показано, что рациональные степени уверенности обладают свойствами:$p(O_1,)\geq 0,i=1,\ldots,m,p(O_1,)+p(O_2,)+ ...p(O_m) =1$. В тексте [11] на стр. 417-419 при описании «операционной схемы перевода степени уверенности в числовую форму» [11,стр.417-419] нужно заменить слова «рассмотрим игру, в которой вы получаете сумму £S» на слова «рассмотрим исход состояния **а** события А, в котором субъект-предприниматель обладает денежным ресурсом в £S». Интерпретацию переменной С также заменим. Фразу «получение какой суммы (обозначим ее £C) было бы для вас равноценно однократному участию в такой игре?» изменим на фразу «получение какой суммы (обозначим ее £C) было бы для вас равноценно однократному участию в проекте?». Еще одна замена фразы позволит дать окончательное описание «операционной схемы перевода степени уверенности в числовую форму» и позволит обосновать этапы придания значений вероятностей для каждого рассматриваемого события O_j– реализиации проектов в i–ой бизнес-среде, это - замена фразы «тогда найдется промежуточное значение С, получение которого равноценно участию в игре. Обозначим его через C^*» на фразу «тогда найдется промежуточное значение С прибыли, получение которой равноценно реализации проектов в i–ой бизнес-среде. Обозначим его через C^*». Заметим, что для каждого из m реализуемых сценариев пригодна одна и та же субъективная вероятность во всех n проектах.

Таким образом, мы показали, что безотносительно к сфере применения, названные соображения, очевидно, справедливы.

Однако в экономике, в хозяйственных системах, позиция, с которой производится оценка, однозначность подхода к ней зафиксированы нормативно. Ведь за решением в управлении производственными организациями стоят определенные *затраты* (в том числе общественно необходимые) и *результаты*. Именно с позиций их соизмерения и следует подходить к оценке последствий решений субъекта, а, следовательно, и к вероятностям их появления.

В самой идее *стоимостной*, и в силу этого, - *трудовой*, оценки затрат и результатов вложена *объективная* основа сопоставления различных личностных оценок в производственных организациях и, прежде всего, *субъективных вероятностей* тех или иных состояний внешних условий. Другое дело, что подобная оценка может оказаться и часто оказывается весьма грубой.

Неясность и невозможность полного прояснения механизма получения количественного значения оценки делает концепцию субъективной вероятности объектом критики [8]. Подобное возражение недостаточно обосновано: из-за неопределенности механизма формирования стоимости никому не придет в голову сомневаться в ее (концепсии) существовании и объективности” [12].

Следующий шаг для работы в условиях преодоления неопределенности сделан в работе [5]: «предполагается, что у людей есть предпочтения, что субъекты меняют свои верования в соответствии с правилом Байеса [5,11] и используют их при принятии решений, максимизируя ожидаемую полезность. Когда объективные вероятности неиз-вестны, их можно заменить субъективными. Нео пределенность порождает субъективность. Индивидуальность, производящая действие или принимающая решение, опирается на свои субъективные предпочтения.

В идеале степени предпочтений должны быть согласованы с аксиомами теории вероятностей, но, рациональный идеал никогда не достижим фактически, хотя и может служить в качестве определенного стандарта. В рамках байесовского подхода важность данного разграничения нивелируется, поскольку вводится понятие «субъективная вероятность. Не всегда ясно, как должны формироваться *субъективные верования*. Здесь мы не пользуемся теоремой Байеса, а пользуемся операционной схемой перевода степени уверенности в числовую форму. Ниже изложим как должны моделироваться верования в бизнесе.

3. Субъективные верования относительно значений субъективных вероятностей

При решении многих интересных экономических задач неясно, как следует определять вероятность. Только в очень ограниченном числе случаев, например в лотереях или в казино, вероятность действительно задана. В других ситуациях, например в страховании, вероятность можно вычислить лишь приблизительно, если использовать значение относительной частоты встречаемых схожих случаев, подсчитанное на основе реальных данных, которые имеются в накопленной баз данных страховых случаев. Однако для широкого спектра экономиических проблем вероятность не задается, ее нельзя аппроксимировать, прибегая к частотному или регрессионному анализу.

Л. Сэвидж распространил парадигму ожидаемой полезности на ситуации, в которых объективная вероятность может не существовать [7]. Он показал: *из аксиом последовательности (consisten cy) выбора в ситуации неопределенности следует, что индивид, принимающий решение, ведет себя так, как будто знает субъективную вероятность, в соответствии с которой хочет максимизировать ожидаемую полезность.* Получая и вероятность, и полезность из наблюдаемых ситуаций выбора, Л. Сэвидж [7] привел самые убедительные доводы в пользу парадигмы Байеса: чтобы сделать разумный и непротиворечивый выбор, индивиды должны вести себя так, будто у них есть субъективная вероятность, даже тогда, когда объективную вероятность нельзя определить. Этот подход интересен нам тем, что мы можем предложить способ получения значений вероятностей, используя знания из наблюдаемых ситуаций выбора.

В рамках аксиоматизации Л. Сэвиджа рассматриваются наблюдаемые ситуации выбора *между парами* неопределенных событий. В нашем способе получения значений субъективных вероятностей рассматриваются отношения между парами значений (стоящих рядом в ряду монотонно убыва ющих) субъективных вероятностей, используя модель из работ [16,24-28] и используются знания из наблюдаемых ситуаций выбора.

Теорема Сэвиджа [7,8] гласит, что если агент, принимающий решение, осуществляет выбор последовательно и разумно (то есть в соответствии с аксиомами), то эти действия эквивалентны максимизации ожидаемой полезности для субъективной вероятностной меры. Лицо, принимающее решение, ведет себя как индивид, которому известно распределение вероятностей по состояниям мира и у которого есть функция полезности, зависящая от результатов. Агент, принимающий решение, максимизирует сумму полезностей, взвешенных по вероятностям осуществления этих исходов [2-5]. Насколько это удачная модель, описывающая, как реально принимаются решения, описано в работе [1].

Аксиомы Сэвиджа часто рассматриваются как поведенческое определение рациональности. Мы ниже предполагаем так же, как и в работе [4], что аксиоматический подход не накладывает ограничений ни на субъективную вероятность, ни на функцию полезности, которую можно использовать для представления предпочтений субъекта (агента). Мы также предполагаем,что рациональность агента касается лишь «внутренней» последовательности его поведения и мы не накладываем никаких фундаментальных ограничений на его вкусы. Однако в вероятностном контексте подобная позиция гораздо сомнительнее. Поскольку *вероятностные верования* могут либо соответствовать данным, либо расходиться с ними, некоторые верования более рациональны, чем другие - ни одна экономическая модель не в состоянии дать абсолютно точное описание реальности.

Есть приемы выработки вероятностных верований и есть приемы назначения субъективных вероятностей. Например, можно предложить дать подобные оценки субъективных вероятностей большой группе весьма сведущих в данном вопросе экспертов и рассчитав среднюю субъективную вероятность мы сможем исключить влияние индивидуальных особенностей экспертов на оценку субъективной вероятности и повысить степень ее достоверности за счет большей полноты использования для прогноза значений результатов похожих экспериментов в прошлом.Чем больше проведенных опытов, подходящих к случаю, мы используем, тем ближе полученная оценка будет к индуктивной, логической вероятности. Наконец, повторив названный эксперимент много раз и рассчитав частоту появления интересующего нас исхода, мы получим оценку объективной вероятности его тем лучшую, чем большее число раз повторим эксперимент.

Цель этого раздела - показать, как в подобных ситуациях следует моделировать субъективную вероятность, если она появляется вследствие субъективных верований. Теория фон Неймана и Моргенштерна не отвечает на вопрос, откуда возникает вероятность, если она заранее не задана. В статье на сайте [10] сформулированы «свойства, которыми должна обладать численная мера неопределенности». Рассмотрены две системы с разным числом возможных состояний, причем в каждом из состояний системы могут оказаться случайным образом. Следовательно, нашим знаниям об этих системах присуща какая-то степень неопределенности. Интуитивно ясно, что неопределенность той системы больше, у которой больше возможных состояний. Очевидно также, что у системы, имевшей только одно возможное состояние, неопределенность отсутствует, а с ростом их числа неопределенность возрастает». Степень неопределенности системы зависит не только от числа возможных состояний, но и от вероятностей их наступления.

Естественно предположить, что неопределенность системы, состоящей из двух независимых подсистем, равна сумме неопределенности этих подсистем, взятых в отдельности. Ниже опишем, этапы придания значений вероятностей для каждо го рассматриваемого события O_j из конечного множества несовместных (взаимно-исключающих) событий (O_1, O_2, ..., O_n). Если события (O_1, O_2, ..., O_n) составляют полное множество событий, то сумма их вероятностей равна 1: $p(O_1,)+p(O_2,)+ ...,+p(O_n)=1$.

Когда мы рассчитываем объективную вероятность выпадения орла или решки при подбрасы вании монеты, мы уверены - субъективные верования относительно значений подтверждены объективными, что точно знаем все возможные результаты этих подбрасываний. Мы предполагаем, что монета упала только на одну из своих сторон, поэтому мы не поверим тому, что монета упадет, например, на ребро. Но и этот результат мы можем тоже учесть, если мы умеем иметь дело с определенными результатами развития событий (орел, решка, ребро).

Бывают ситуации, результат развития которых мы не в состоянии оценить, потому что они зависят от многих факторов, которые мы не можем знать. Ожидания от президентских возможностей одни, а сами эти возможности совершенно иные. Верования здесь обычно не являются результатом интроспекции, а возникают как итог сознательных расчетов (политтехнологий), основанных на прошлом опыте, наблюдениях и разговорах с людьми. Они, возможно, не всегда совпадают с точными расчетами по модели, но в них и в самом деле взвешиваются различные наблюдения, изучаются сами веса на основе прошлого опыта. «Вскрытие» того, что для многих остается черным ящиком, и анализ процесса формирования верований позволяет нам делать выводы о том, какие верования более рациональны для того, кто принимает решение.

Однако общепринятых методов вычисления вероятности интересующих их событий не существует. Согласно принципу безразличия Лапласа (другое его название - принцип недостаточного основания), если вероятность точно неизвестна, то надо считать каждый из возможных исходов равновероятным. Этот подход, очевидно, неприменим в рассматриваемых ситуациях, так как в них доступна дополнительная информация, которая может скорректировать наши представления. Надо исправлять положение дел. Например, десятилетиями в теоретической физике массу нейтрино полагали равной нулю, сравнительно недавно экспериментаторы обнаружили, что это не так. Практика бизнеса доказывает, что принцип безразличия Лапласа: $p(O_j)=p_j=1/n, j=1,\ldots,n, p(O_1)+p(O_2)+\ldots+p(O_n)=1$, когда приходится «считать каждый из возможных исходов равновероятным», не применим.

Для достижения нашей цели воспользуемся концепцией субъективной вероятности и разработаем способ получения численных значений субъективных вероятностей. Использовать эмпирические сведения можно не всегда, что предполагается в [11]. Но мы рассматриваем иную ситуацию, когда использование эмпирических сведений субъектом возможно в силу наличия у него компетентности и для него проблема формирования верований ясна.

4. Обоснование правил для активческого определения субъективных ероятностей

Метод субъективных вероятностей может быть обоснован так [4,12]. Например, пусть имеется m сценариев проверки знаний и x_i - эффект (оценка по 5-ти балльной системе, проставляемая учителем) от i-го сценария проверки знаний (в рамках проекта А=«аттестация за среднюю школу»). Естественно считать, что ожидаемый эффект от выдачи аттеста та (в рамках проекта В) будет некоторой функцией ОжЗнач($x_1,\dots,x_m$) от этих эффектов x_i,i=1,…,m, обла дающей свойствами монотонности, аддитивности и согласованности (ОжЗнач ($x_1,\dots, x_m$)=x^{me}).

Нетрудно убедиться,что такая функция обяза тельно имеет вид ОжЗнач ($x_1,\dots,x_m$)=$p_1x_1+\dots+p_mx_m$, где вероятность присвоения каждой оценке x_i выставленной учителем, назначается одинаковой, равной p_i=1/m, для вычисляемого значения ОжЗнач= x^{me}. Величины p_i неотрицательны и в сумме равны единице: $p_1+\dots+p_i+\dots+p_{im}=1$. При числе дисциплин, равном m, если m =10, то p_i =1/10 для всех x_i . В том случае, если ученик не изучал один из 2-х языков, то m=9, а назначаемая Министерством Образования одинаковая вероятность p_i равна p_i =1/9 при всех x_i , i=1,…,9.

Такая оценка ОжЗнач – официально принятая согласно самого старого - "классического" взгляда, наиболее полно представлена в работах П. Лапласа в 1795г. в работе [7]. Нас такая оценка не устраивает. Мы разработаем другой обоснованный метод. Официальный взгляд обычно комментируют так**:** «по существу, с точки зрения классического подхода, утверждается, что вероятность того или иного результата частного случайного испытания - это число, полученное в результате деления количества равновероятных событий, ассоциированных с этим результатом, на общее число m равновероятных событий вообще». Основаниями для такого подхода являются: "*принцип убедительной* (неоспоримой, достаточной) *причины*" (т.е. физическая симметрия подразумевает равную вероятность) и "*принцип недостаточной причины*" (т.е., если мы не можем определить, который из результатов является более вероятным, то необходимо назначить им равную вероятность)». Так нельзя поступать. Отношение Министерством Образования ко всем учителям-предметникам одинаковое - их оценкам оно приписывает одинаковые «веса» - вероятности p_i.

Мы будем использовать другой подход. "Принцип недостаточного основания", который экономист Д. М. Кейнс в своем "Трактате по теории вероятностей" переименовал в "принцип безразличия". Его можно сформулировать следующим образом: если у нас нет веских причин считать нечто истинным или ложным, то это "нечто" мы с равной вероятностью можем считать как истинным, так и ложным [12].

Таким образом мы описали один из примеров присутствия в нашей жизни субъективных вероятностей. В другой последующей работе мы дадим описание наличия бесконечного числа случаев субъективных вероятностей в бизнесе. В видах бинеса присутствует очень много ситуаций наличия рисков и проявлений тех или иных субъективных вероятностей для множеств из n событий фиксированной природы.

Так как величины p_i неотрицательны и в суммме равны единице: $p_1+\dots+p_i+\dots+p_{im}=1$, то они могут трактоваться как субъективные вероятности. Математическое обоснование будет дано в другой работе. Здесь будет изложена Модель №1 вычисления значений субъективных вероятностей. Модель №2 будет описана в другой статье. Для событий фиксированной, достаточно простой для восприятия природы, облегчающей абстрагирование объектов предметной области.

Излагаемый ниже подход дает правила для практического определения субъективных вероятностей, набор которых дает непротиворечивое решение. Формальные правила будут изложены для другого, указанного выше, случая. Не вдаваясь в подробности причин своего оптимизма автор гарантирует в модели №2 наиболее полно использовать разумные проявления рациональных верований потребителя. Субъективная оценка вероятности похожа на субъективную оценку физических величин, таких как расстояние или размер. Так, предположительное расстояние до объекта во многом зависит от четкости его изображения: чем чётче виден объект, тем он кажется ближе. Именно поэтому возрастает число аварий на дорогах во время тумана: при плохой видимости расстояния часто переоцениваются, потому что контуры объектов размыты. Таким образом, использование четкости в качестве показателя расстояния ведет к распространенным предубеждениям. Такие предубеждения проявляют себя и в интуитивной оценке вероятности.

Изложим три этапа получения субъективных вероятностей. Процесс получения субъективных вероятностей обычно разделяют три этапа: подготовительный этап, получение оценок, этап анализа полученных оценок.

Первый этап. Формируется объект исследования – множество событий, приводится предварительный анализ свойств этого множества (устанавливается зависимость или независимость событий, дискретность или непрерывность случайной величины, порождающей данное множество событий). На основе такого анализа выбирается один из подходящих методов (обзор основных методов имеются на е-ресурсах) получения субъективной вероятности. На этом же этапе производится подготовка\тренировка эксперта или группы экспертов, ознакомление их с методом и проверка понимания поставленной задачи.

Второй этап состоит в применении метода, выбранного на первом этапе. Результатом этого этапа является набор чисел, который отражает субъективный взгляд эксперта или группы экспертов на вероятность того или иного события, однако далеко не всегда может считаться окончательно полученным распределением, поскольку может быть противоречивым.

Третий этап состоит в исследовании результатов опроса. Если вероятности, полученные от экспертов, не согласуются с аксиомами вероятности, то на это обращается внимание экспертов и производится уточнение ответов с целью приведения их в соответствие с выбранной системой аксиом.

Для некоторых методов получения субъективных вероятностей третий этап не проводится, поскольку сам метод состоит в выборе вероятного распределения, подчиняющегося аксиомам вероятности, которое в том или другом смысле наиболее близко к оценкам экспертов. Особую важность третий этап приобретает при агрегировании оценок, полученных от группы экспертов.

5. Модель №1 вычисления субъективных вероятностей в бизнесе

Люди плохо справляются с оценкой вероятностей и к тому же, как правило, переоценивают или недооценивают последствия маловероятных событий. Поэтому будем выделять небольшое число существенных, $\ell<n$ доминирующих величин вероятностей, аналогично тому, как выделяют существенные факторы, рассматривая n элементов спектра $\Lambda_{nn}=\mathrm{diag}(\lambda_1,\dots,\lambda_n)$, деленных на n: $\lambda_1/n\dots+\lambda_n/n=1$. Всевозможные взаимосвзи между элементами $p_1=\lambda_1/n,\dots,p_n=\lambda_n/n$, выраженные в виде 6 – параметров рассмотрены в работах [16-23, 29]. Решены задачи моделирования значений $\lambda_1,\dots,\lambda_n$ при заданных значениях функций f-параметров $f_1(\Lambda_{nn})=\lambda_1+\dots+\lambda_n)=n$, $f_2(\Lambda_{nn})=(\lambda^2_1+\dots+\lambda^2_n)$, $f_3(\Lambda_{nn})=\lambda_1/\lambda_n$, $f_4(\Lambda_{nn})=(\lambda_1+\dots+\lambda_\ell)/n<1$, $f_5(\Lambda_{nn})=\lambda_1\times\lambda_2\times\lambda_3\times\dots\times\lambda_n$, $f_6(\Lambda_{nn})=\lambda_1/\lambda_2+\dots+\lambda_{n-1}/\lambda_n)$ [15-32]. Предстоит применение в модельных задачах бизнеса резуль татов из работ [28-32].

Рассмотрим случай когда существуют субъекты, знающие как «определить, который из результатов оценки знаний является более вероятным». Субъективная природа *назначенной fвероятности* может быть прояснена при рассмотрении такой знакомой многим ситуации как школьные оценки в аттестате.

Такой переход от классических вероятностей к *назначенным субъективным вероятностям* для значений оценок ученика позволяет точнее определить «типичную» оценку для ученика.

Пусть в системе из 10 баллов субъективно *назначены* новые вероятности, отличающиеся от частотных, равных 1\10. Значения новых субъективных вероятностей приведены ниже в строке «субъективные вероятности» таблицы 1. Их использование дает новую оценку для среднего балла: 4.4. Совокупность баллов ученика будет разделена на «более типичные», «типичные», «менее типичные» группы баллов, вероятности в которых приблизительно упорядочены так: $\beta/m> 1/m > \alpha/m$, $\beta>1$, $\alpha < 1$.

Таблица 1

Соответствие классических вероятностей и назначенных субъективных вероятностей для значений 10 оценок ученика

	русский язык	литература	математика	физика	химия	иностр. язык	физкультура	география	биология	казахский язык	средний бал	сумма вероят-тей
Баллы	4	4	5	5	5	4	4	3	4	5		
Кассические вероятности	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	4,3	1
Субъективные вероятности	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,05	0,05	0,05	0,05	4,4	1

Значения субъективных вероятностей лучше упорядочить в порядке уменьшения их величин, сумме равных 1. И применить ниже излагаемый алгоритм, использующий формулы из работ [24-32]. При разработке нижеописываемого алгоритма и примера к нему автор провел тренировку своих вероятностных верований. Она состояла в следующем. Рассматривались баллы в аттестате за среднюю школу. В системе из 10 баллов суммарная вероятность равна 10(1\10)=1. Эти субъективные назначаемые оценки вероятностей (они практически не меняют официальный «средний балла», равный 4,3) подтверждаются в реальности: я в большей степени математик, чем физкультурник. Веса проявлений разных моих знаний образуют монотонно убывающую последовательность чисел, появляющихся при восприятии постепенно – от более значимых к менее значимым по моему субъективному восприятию, в сумме равных (после нескольких попыток), например, 100. Почему 100? Потому что так легче субъекту воспринимать, так как 100-балльную систему легче связать с функцией полезности [2,6], отражающей его предпочтения на множестве альтернатив. Когда процесс нахождения этих чисел, в сумме равных 100, закончился, то я перешел к вычислению значений субъективных вероятностей $p_1=x_1/100>\ldots>p_m=x_m/100$, в сумме равных 1. Последние плохо воспринимаются, хотя лучше понятны, когда заданы значения $x_1, \ldots, x_m$.

Еще более понятны и легко задаются не сами значения $x_1,\ldots,x_m$, а *значения отношений* между соседними элементами $a_2=x_1/x_2,=p_1/p_2>1$, $a_3=x_2/x_3= p_2/p_3>1,\ldots,a_m=x_{m-1}/x_m=p_{m-1}/p_m>1$ имеют значения, большие 1. Воспользуемся формулами из модели спектра неизвестной корреляционной матрицы [25,29].

Если известны целое число m, и вещественные числа $a_i, i=2,\ldots,m$, такие, что $a_2+\ldots+a_m \ge m-1,$ тогда существует единственный набор чисел $p_1,\ldots, p_m$ таких, что

$$p_1 \ge p_2 \ge \ldots \ge p_i > \ldots > p_m > 0,$$

$$p_{i-1} = p_i a_i, i = 2,\ldots, m, \sum_{j=1}^{m} p_j = 1;$$

$$P_m=1/B(m,m),$$

$$p_j = \left(\prod_{i=j+1}^{m} a_i\right) \cdot p_m, j = m-1, m-2, \ldots, 2, 1,$$

$$B(m,m) = \sum_{i=1}^{m}\left(\prod_{j=i+1}^{m} a_j\right), \prod_{j=m+1}^{m} a_j \equiv 1;$$

Таким образом, задача вычисления значений субъективных вероятностей $p_1 >\ldots >p_m >0$, в сумме равных 1. сводится к задаче субъективного выбора чисел $a_2+\ldots+a_m \ge m-1,$ имеющих легко интерпретируемые значения: $a_i=p_{i-1}/p_i$, они показывают во сколько раз значение p_i меньше (менее предпочтительно) значения субъективной вероятности p_{i-1}. Предполагается, что значение p_1 тщательно подобрана субъектом. Доминирующее значение p_1 как максимальная вероятность наиболее вероятного «состояния мира» тщательно подбирается и обсуждается субъектом, принимающим решение. Ниже приведена формула вычисления p_1 существенно обдегчается. И среди значений субъективных вероятностей существуют доминирующие, которым придаются роль главных. Их доля находится в пределах 70-90%.Число доминирующих субъектив ных вероятностей ℓ, обычно равно 1, 2 или 3, реже 4 [16].

Для разработки алгоритмов удобно иметь весь набор формул, пригодных для этого случая.

Применим формулы из [16,25,28-32] для моделирования чисел, в сумме равных n. Применим эти формулы, поделив их члены на целое число n. Этим мы заменяем приближенный алгоритм (при $\lambda_1+ \lambda_2+\ldots+ \lambda_n=n$) на другой приближенный алгоритм (при $p_1+ p_2+\ldots+p_n=1$). Теперь, как и в [9,10], занимаемся задачей субъективного выбора чисел $a_i=\lambda_{i-1}/\lambda_i>1, i=2,\ldots,m$, $a_2+\ldots+a_m>m-1$. Для точного представления в ячейках памяти компьютера значения элементов $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_n$ должны быть представимы в виде $\lambda_j=np/q$, где $j=1,\ldots,n$, np и q– нечетные числа. При этом необходимо выполнение условия нормирования: $\lambda_1+ \lambda_2+\ldots+\lambda_n=n$. Оно вводится по двум причинам, которые указаны в [33]. Так как в алгоритме [16,25-26] значения элементов λ_j, $j=1,\ldots,n$, не представлены в виде $\lambda=np/q$, то в нашем алгоритме, значения вероятностей p_j, $j=1,\ldots,n$, не представлены в виде $p=(n/n)p/q$. Это привносит дополнительную погрешность при вычислении слагаемых в сумме $\lambda_1+\ldots+\lambda_n= n$.

Для моделирования субъективных вероятностей, субъективно адекватных «реальным» по доминирующим значениям $\lambda_1,\ldots,\lambda_\ell$ приведем формулы, аналогичные формулам из [25], но содержащие формулу для переменной λ_1 вместо формулы для λ_n. Для этого введем параметр $b_i=1/a_i$, $i=2,\ldots, n$. Тогда формулы из [16] примут вид:

$$\begin{cases} \lambda_i = b_i \lambda_{i-1}, & i = \overline{2,\kappa} \\ \sum_{j=1}^{\kappa} \lambda_j = \overline{f}_1 & \end{cases} .$$

Формула (6) из [16] примет вид: $\lambda_j = (\prod_{i=2}^{j} b_i)\lambda_1, j = 2,\ldots,k$ а формула (7) из [16] примет вид:

$$\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = \sum_{j=1}^{n}\left(\prod_{i=2}^{j} b_i\right) = n,\ \prod_{j=k}^{k} b_j = b_\kappa,\ \prod_{j=k+1}^{k} b_j = 1,$$

Теперь имеем нужную нам формулу для λ_1 :

$$\lambda_1 = n / \sum_{j=1}^{n}\left(\prod_{i=2}^{j} b_i\right), \ \prod_{j=k}^{k} b_j = b_\kappa,$$

$$\prod_{j=k+1}^{k} b_j = 1, \ b_i = 1/a_i \ i = 2,..., n$$

Эта формула нужна для числового отражения его субъективного восприятия вероятности.

Для моделирования реального спектра $\Lambda_{nn}=diag(\lambda_1,\dots,\lambda_n)$, у которого известны первые ℓ элементов, мы возьмем в качестве λ_1 известный 1-ый элемент λ_1 из ряда $\lambda_1, \dots\dots, \lambda_\ell$. Далее вычислим $b_i = \lambda_i / \lambda_{i-1}$ для $i=2,\dots,\ell$. Так как $\lambda_i = \lambda_{i-1} b_i$ то $\lambda_2 = \lambda_1 b_2$, $\lambda_3 = \lambda_2 b_3 = \lambda_1 b_2\ b_3$, …, $\lambda_\ell = (\prod_{i=2}^{\ell} b_i)\lambda_1$, …, $\lambda_n = \lambda_1(b_2\ b_3 b_4 \cdots b_n)$, а значения f-параметров f_2, f_4 подчиняются формулам $f_2=\lambda^2_1\times[1+b^2_2+(b_2b_3)^2,+ \ (b_2b_3b_4)\ ^2+(b_2b_3b_4b_5)\ ^2+\dots+(b_2b_3b_4b_5\dots b_n)\ ^2]$,

$f_4(b_4,b_5,b_6)=\lambda_1\times[(b_2\times b_3\times b_4)+(b_2\times b_3\times b_4\times b_5)+\dots+(b_2\times b_3\times b_4\times b_5\times\dots\times b_n)]=(1-f_4)\times n$. В работе [31] разработана модель вычисления $(f_1,f_2,f_3,f_4,f_5,f_6)$-спектра. Формула минимального элемента) зависит от значения λ_1 и имеет вид $\lambda_n=\lambda_1\times(b_2\times b_3\times b_4\cdots\times b_n)$.

Численные эксперименты показали, что решая эту задачу, мы сможем получить желаемую пропорцию между соседними элементами $p_1\dots,p_n$.

Приведем алгоритм вычисления значений субъективных вероятностей, с ℓ доминирующими значениями.

Доля ℓ элементов чисел $p_1, \dots, p_\ell$ таких, что $(p_1+\dots+p_\ell)/1=B(\ell,m)$, где

$$B(l,m) = \sum_{i=1}^{l}\left(\prod_{j=i+1}^{m} a_j\right), \ \prod_{j=m+1}^{m} a_j \equiv 1;$$

вычисляется по формуле [16,28] : $f_4(a2, a3,..., am, l) = B(l,k)/B(m,m)$,

Формулы аддитивных приращений для $B(l,m)$,$B(m,m)$ при мультипликативных приращениях $(1+\gamma_{i+1})$ ($\gamma_{i+1} > 0$ -аддитивное приращение к 1) для (i+1)-го элемента $a^{new}_{i+1}=(1+\gamma_{i+1})\times(a_{i+1})$ имеют вид :

$$\widetilde{B}(m,m) = B(m,m) + (\gamma_{i+1} - 1)\cdot B(i,m),$$

$$\widetilde{B}(l,m) = B(l,m) + (\gamma_{i+1} - 1)\cdot B(i,m),$$

Сколь угодно малые аддитивные приращения $\gamma_{i+1}>0$ к $1, i=2,\dots,\ell,\dots, m$ образуют *мультипликативные* приращения: $a^{new}_{i+1}=\gamma_{i+1}*a_{i+1}$ и обеспечивают необходимо малые *аддитивные* приращения видов (1) для $B(\ell,m)$, $B(m,m)$ и обеспечивают сходимость последовательности значений $\{f_4\}$ к заданному значению с заданной сколь угодно малой погрешностью [28]. Каково бы ни было значение γ_{i+1} скорость работы ПК позволяет за микросекунды достичь желаемой разности между f_4 () и заданным значением.

Излагаемый алгоритм вычисления значений субъективных вероятностей реализуется посредством задания входных значений для процедуры из работ [25,26] .

6. Пример вычисленных (по Модели №1) значений субъективных вероятностей

Приведем простой иллюстративный пример. Рассмотрим 8 «состояний мира» - бизнес-сред в 8 населенных пунктах в рамках 4-х проектов, планируемых муниципальной властью г. Алматы. Предприниматель (субъект) рассматривает предлагаемую властью (партнером) матрицу A_{84} планируемых прибылей от реализации проектов в бизнесе. Субъект, зная бизнес-среды и проекты, оценивает субъективно вероятности получения им прибылей (решений субъекта). Субъект рассматривает матрицу X_{84} планируемых партнером прибылей, но «присваивает» каждой прибыли $\mathbf{a_{ij}}$ в i-ой бизнес-среде по всем 4 проектам одинаковую вероятность $\mathbf{p_i}$,$i=1,\dots,8$. Эти вероятности субъективны: они экспертно определены нашим опытным субъектом и назначены им в дополнение к матрице X_{84}, выставленной партнером. Считается, что разным бизнес-средам присущи разные вероятности получения прибыли: $p_1 \neq p_2 \neq \dots \neq p_8$, причем для всех 4-х проектов эти субъективные вероятности пригодны, ибо факторы бизнес-среды доминируют над внутренними факторами проектов. Субъекту наиболее удобно задавать число, указывающее во сколько раз одна вероятность больше, чем другая: $a_i=p_{i-1}/p_i$,$i=2,\dots,8$. Эти числа у него ассоциируются с «трудностями» бизнес-сред. Для каждого вида бизнеса были назначены субъективно отношения a_i величин 2-х соседних неизвестных вероятностей: $a_i=p_{i-1}/p_i$,$i=2,\dots,8$. Значения отношений легче задать, чем значения вероятностей, которые вычислим алгоритмически. Рационально и субъективно назначенные значения величин a_i $i=2,\dots,8$, дадут точно вычисленные значения субъективных вероятностей. Зафиксируем число $\mathbf{\ell=3}$ доминирующих значений вероятностей, соответствующих сценариям (видам бизнес-сред в городах), наиболее благоприятных для прибыли от проектов. Далее вычислим по алгоритму субъективные вероятности $p_1,p_2,\dots,p_8$ (см. таблицу 2, рисунок 1). С использованием процедуры из работы [10] вычислим отношения попарных соседних вероятностей $b_2,b_3,b_4,b_5,b_6,b_7,b_8$. Для заданных нами значений субъективных вероятностей p_1, $p_2,\dots,$ p_8, определим число $\ell=3$ и доли $d_\ell=0{,}8325$ по критерию Кайзера-Дикмана: $\lambda_\ell=8p_\ell\geq1$. Все наборы вычисленных субъективных вероятностей $p_1,p_2,\ldots,p_8$ имеют на графике похожие динамики. Это подтверждает пригодность нашей модели вычисления субъективных вероятностей для практических целей при использовании надлежащих *вероятностных верований* относительно найденных источников неопределенностей. Вычисленные значения являются рациональной формой представления рациональных предпочтений субъекта в ситуациях бизнеса, когда результаты принимаемых бизнесменом решений зависят от «внешней неопределенности», от неизвестного «состояния мира».

Таблица 2.

Вычисленные по Модели №1 значения субъективных вероятностей в бизнесе

				p_1 =	0,46374
b_2=	0,571	a_2 =	1,75	p_2 =	0,26499
b_3=	0,4	a_3 =	2,5	p_3 =	0,106
b_4=	0,667	a_4 =	1,5	p_4 =	0,07067
b_5=	0,556	a_5 =	1,8	p_5 =	0,03926
b_6=	0,222	a_6 =	4,5	p_6 =	0,0147
b_7=	0,909	a_7 =	1,1	p_7 =	0,01862
b_8=	0,901	a_8 =	1,11	p_8 =	0,02203
				summa	1

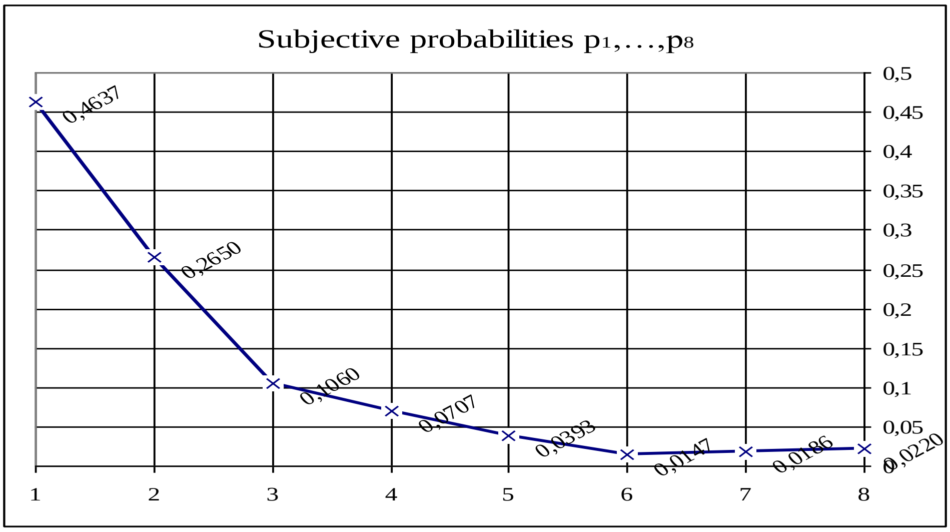

Рисунок 1. График значений субъективных вероятностей.

Далее экспертно назначенную матрицу прибылей $X=\{x_{ij}\}$, $i=,\ldots,m=8;j=1,\ldots,n=4$, где i-е «состоя ние мира» ($i=1, \ldots, m$) при j-м решении субъекта с субъективной вероятностью $\mathbf{p_i}$ преобразуем в матрицу с элементами $\{p_ix_{ij}\}$, $i=1,\ldots, m=8$; $j=1,\ldots, n=4$. Субъект предполагает получить прибыль p_ix_{ij}, связанную с i-м «состоянием мира» и с j-м субъективным решением субъекта. Если субъект ведет себя «как рациональный эксперт», то существует совокупность m неотрицательных чисел p_i, сумма которых равна единице $p_1+p_2+\ldots+p_i+\ldots p_m=1$ и которые обладают свойством: любое решение субъекта (например,

№**j**) предпочтительнее другого (например, №k) в том, и только в том случае, если выполняется неравенство:

$p_1 a_{1j} + p_2 a_{2j} + p_3 a_{3j} + \ldots p_m a_{mj} > p_1 a_{1k} + p_2 a_{2k} + p_3 a_{3k} + \ldots p_m a_{mk}$. Суммы в обеих частях неравенства представляют собой оценки **математических ожиданий** (средних) прибылей, связанных соответственно с решениями (проектами) №j и №k» [13].

Это правило Байеса, основанное на субъективных вероятностях отдельных сценариев, ситуаций в 8 населенных пунктах, экономический субъект может принимать решения относительно реализуемых в этих условиях 4 проектов.

Правило Байеса основано на следующих предположениях. Во-первых решения субъекта зависят от состояния окружающего мира (в нашем случае – от бизнес-среды) в последующие моменты времени. С учетом значимости отдельных факторов субъект выделяет для себя некоторую конечную совокупность наиболее значимых и прогнозирует все теоретически возможные их изменения. В результате формируется конечное число сценариев (m) развития окружающего мира i=1,…,m, из которых реально может осуществиться с учетом прибылей $\mathbf{a_{ij}}$ только один при j- ом проекте (решении) субъекта.

Для того чтобы приписать этим сценариям ту или иную вероятность, субъекту предлагается следующая игра с *партнером*:

субъект задает величины (при фиксированном виде проекта **j**) субъективных вероятностей $p_1, p_2, \ldots, p_m$; *партнер* назначает положительные или, если он считает это нужным, отрицательные *выигрыши* (прибыли) a_{1j} , a_{2j}, ,…,a_{mj}; В случае, если в проекте **j**=1 осуществится сценарий 1, *партнер* уплачивает субъекту в*выигрыш* p_1a_{1j}=0,44873×5= 2,24365, при осуществлении сценария 2 - $p_2 a_{2j}$ =0,25535×4= 1,0214 и т.д. Субъект выплачивает *партнеру* суммарную ставку по **j**–ому виду проекта за все рассматриваемые сценарии $p_1a_{1j}+p_2 a_{2j} + \ldots + p_m a_{mj}$.

Если субъект задал субъективные вероятности $p_1, p_2, \ldots, p_8$ неправильно (неудачно), то *партнер* может назначать такие размеры выигрыша x_{ij}, i=1,…,8, j=1,…,4, чтобы при любом исходе обречь субъекта на проигрыш. Поэтому субъект должен так задать субъективные вероятности p_j, j=1,…,8, чтобы противостоять любой возможной стратегии *партнера*.

Таким образом, субъективные вероятности являются рациональной формой представления *предпочтений* субъекта в ситуациях, когда результаты принимаемых им решений зависят от «внешней неопределенности», включая непредсказуемость поведения партнера, от неизвестного «состояния мира».

Таблица 3

Матрица прибылей $X_{8,4}$ для экономического субъекта, связанные с 8 «состоянием мира» и с 4 проектами (решениями) субъекта

		Субъективные решения субъекта по прибылям в проектах					Проекты (назначенные партнером прибыли в проектах)			
		субъективные вероятности	работа элитной сауны	выпечка хлебо-булочных изделий	открытие супермаркета	сдача в аренду жилья	работа элитной сауны	выпечка хлебо-булочных изделий	открыть супермаркет	сдать в аренду жилье
Сценарии	В г Алматы	0,4637	2,24	2,69	12,6	15,7	5	6	28	35
	В г Астана	0,265	1,02	1,02	6,13	10,2	4	4	24	40
	В г Атырау	0,106	1,03	0,9	2,57	1,28	8	7	20	10
	В г Капчагай	0,0707	0,07	0,29	0,29	0,58	1	4	4	8
	В пос Горный гигант	0,0393	0,04	0,12	0,16	0,2	1	3	4	5
	В селе № 1	0,0147	0,01	0,02	0,03	0,01	0,2	0,6	1	0,3
	В селе № 2	0,0186	0	0,01	0,02	0,01	0,2	0,6	1	0,3

	В селе № 3	0,022	0	0,01	0,01	0	0,2	0,6	1	0,3
		1	4,42	5,06	21,8	28				

Оценки математических ожиданий (теперь мы имеем право употреблять термины теории вероятностей) или *ожидаемые значения прибылей* при заданных субъектом субъективных вероятностях p_1, p_2, …, p_8 их получения (каждая вероятность пригодна ко всем 4 видам проектов и ко всем назначенным *партнером* положительным прибылям a_{1j} ,a_{2j},a_{3j},…a_{8j}). *Субъект* выплачивает *партнеру* суммарную ставку за все рассматриваемые сценарии по формуле $p_1a_{1j}p_2a_{2j}$ + p_3 a_{3j} +…p_3 a_{38}. Значения этих ставок для 4 проектов равны: 4.4052, 5.0242, 21. 7128, 27. 9867 условных денежных единиц. В случае, если осуществится сценарий i=1 (с вероятностью p_1=0,44873), то партнер уплачивает (возвращает) субъекту *выигрыш* a_{1j} =5 или 6 или 28 или 35 . Что нежелательно для *партнера.*

Если субъект (агент, исполнитель, наемный топ-менеджер, субъект-предприниматель) задал (вычислил после выполнения другого проекта) субъективные вероятности p_1, p_2,…,p_8 неудачно, то партнер (принципал, акционер) может назначать такие размеры прибылей (выигрышей для субъекта) a_{1j}, чтобы при любом исходе обречь субъекта на проигрыш. Поэтому субъект должен так задать субъективные вероятности, чтобы противостоять любой возможной стратегии *партнера*. *Ожидаемые значения* прибылей (суммарных ставок), связанных с проектами (с субъективно принятыми решениями №1,2,3,и 4) при заданных субъектом субъективных вероятностях p_1, p_2, …, p_8 во всех 8 рассматриваемых сценариях вычисляются по формулам p_1a_{1j}+p_2 a_{2j}+p_3 a_{3j}+… p_3a_{38}, j=1,2,3,4 по 4 проектам. Их значения соответственно равны 4.4052, 5.0242, 21.7128, 27.9867 условных денежных единиц. Возможность вычисления *ожидаемых значений* прибылей от реализации бизнес-проектов – главное достоинство предлагаемой модели вычисления субъективных вероятностей в бизнесе.

Анализ последней строки таблицы 3 показывает, что из 4-х проектов с суммарными ставками (с одинаковыми субъективными вероятностями для 4-х проектов, реализуемых во всех 8 сценариях, но с разными субъективными вероятностями получения запланированных прибылей i=1,…,8) реально может осуществиться (с учетом субъективных прибылей) только один проект: «сдача в аренду жилья» – с вероятностью p_1=0,44873 дающий суммарную прибыль в 28 условных денежных единиц.

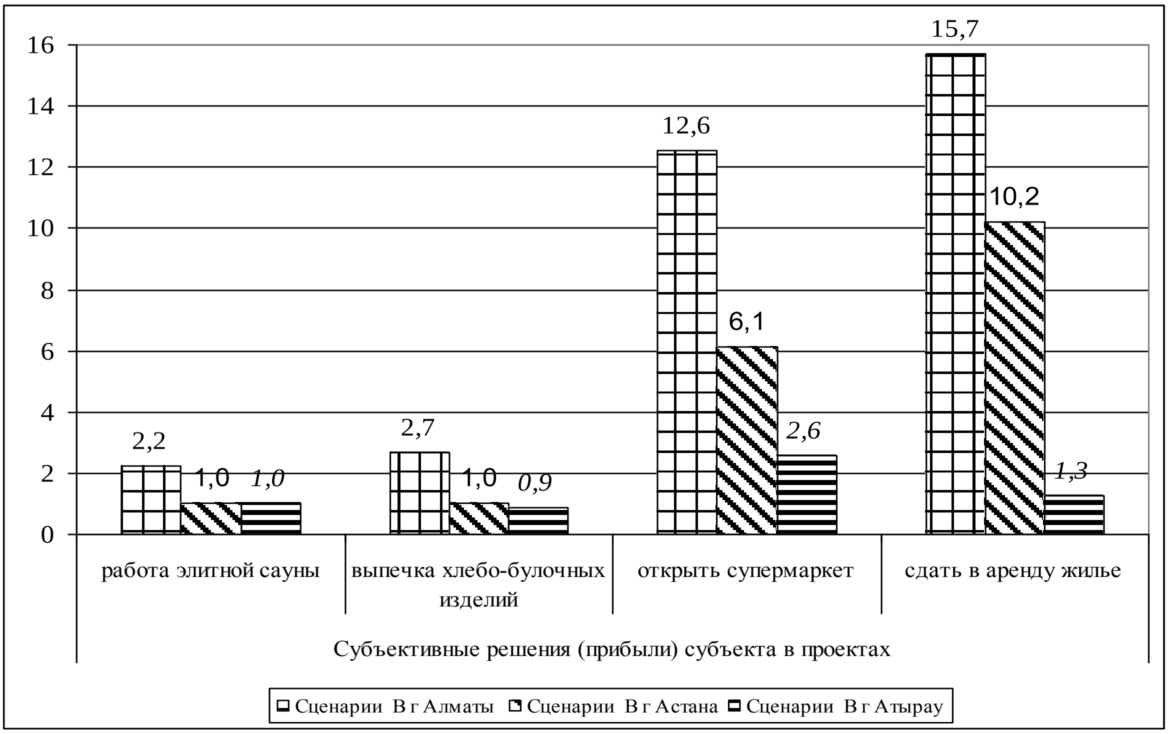

Рисунок 2. Субъективные решения субьекта в процессах.

7. Заключение

Предложенная новая модель №1 поведения субъекта-предпринимателя в ситуации неопределенности, удовлетворяющей определению Дж.М. Кейнса. Разработана модель вычисления субъектом-предпринимателем субъективных вероятностей для оценки ожидаемых прибылей от m проектов, реализуемых в разных бизнес-средах.

Практическое знание и умение учитывать существенные факторы бизнес-сред являются базой субъективных верований, субъективные вероятности являются ***рациональной*** формой представления ***рациональных предпочтений*** субъекта в ситуациях бизнеса, когда результаты принимаемых бизнесменом решений зависят от «внешней неопределенности», от неизвестного «состояния мира».

Из анализа результатов расчетов примера получен адекватный реальному состоянию региональной экономики: из 4-х рассмотренных бизнесов реально может реализоваться (на 2009 г) только один: «сдача в аренду жилья», ибо он рационально предпочтителен: его суммарная ставка за все рассматриваемые сценарии максимальна – 28 условных денежных единиц. Эту цифру нужно считать более точной, чем декларируемая в прайс-листе арендодателем. Эта цена обычно выше ожидаемой (прогнозируемой по нашей модели в 28 денежных единиц). И такое явление достаточно масштабно, оно важно для арендаторов, уже живущих в арендованных квартирах. Это свидетельствует о меньшей значимости этого явления для опытных арендодателей (субъектов), получению большей точности ожидаемого значения цены, вычисленной с учетом значений субъективных вероятностей. Меньшее значение цены, предлагаемой субъектом, приводит к менее долгому пребыванию квартиры на рынке арендуемого жилья.

Примеров применения нашей модели много, они будут представлены в других публикациях.

References:

1. Gilboa I, Postlewaite A.W. Schmeidler D. (2008) Probabili ty and Uncertainty in Economic Modeling // Journal of Economic Perspectives,2008, vol.22,№ 3,p.173-188.
2. Nayt F. (2003) Risk, neopredelennost' i pribyl'. M.: Delo, 2003.
3. Slovic P., Lichtenstein S. (1968) The Relative Importance of Probabilities and Payoffs in Risk Taking//Journal of Experimental Psychology. 1968. № 46. P. 646—654.
4. Keynes J. M. (1936) The General Theory of Employment, Interest, and Money. London: Palgrave Macmillan, 1936, 472 p (2007 Edition).
5. Nedosekin A.O. (2003) Metodologicheskie osnovy mode lirovaniya finansovoy deyatel'nosti s ispol zova niem nechetko-mnozhestvennykh opisaniy:Diss.d.e.n. - SPb., 2003.
6. Ramsey F.P. (1954) The Foundations of Mathematics. N.Y., 1931; Savage L.The Foundations of Statistics. N.Y., 1954.
7. Savage L. J. (1954) The Fundations of Statistics. N.Y.: John Wiley and Sons, 1954, 2end ed. N.Y.: Dover, 972.
8. Alle M. (1994) Povedenie ratsional'nogo cheloveka v usloviyakh riska: kritika postulatov i aksiom amerikanskoy shkoly// Thesis. 1994.Vyp.5.S.217-241.
9. Kahneman D., TverskyA. (1979) Prospect Theory: An analy sis of Decision Under Risk //Econometrica.1979.№ 47. P. 263-291.
10. Belyanin A. (2003) Deniel Kaneman i Vernon Smit: ekonomicheskiy analiz chelovecheskogo povedeniya (Nobelevskaya premiya za chuvstvo real'nosti) // Voprosy ekonomiki. №4. 2003.
11. Kaneman D., Tverski A. (2003) Ratsional'nyy vybor, tsennosti i freymy // Psikhologicheskiy zhurnal. №4. 2003.
12. (2018) http://management-enterprise.ru/ eclect 62 part 5. html .
13. (1990) Spravochnik po prikladnoy statistike.Pod red. E.Lloyda, U.Ledermana. t. 2.

Perevod s angl. pod redaktsiey S.A. Ayvazyana, Yu.N. Tyurina-M: "Finan sy i statistika", 1990.

14. Vilenskiy P.L., Livshits V.N., Smolyak S.A. (2002) Otsenka effektivnosti investitsionnykh proektov: Teoriya i praktika: Ucheb. posobie. - 2-e izd., pere- rab. i dop. - M.: Delo, 2002. - s. 473.
15. Hotelling H. (1933) Analysis of a complex of statistical variables into principal components.– J.Educ. Psychol., 1933, vol.24, p. 417-441, p. 498-520.
16. Zhanatauov S.U. (2013) Obratnaya model' glavnykh komponent.-Almaty:Kazstatinform, 2013. - 201 p.
17. Zhanatauov S.U. (1980) Metod polucheniya vyborki s zadannymi sobstvennymi chislami ee kore lyatsionnoy matritsy.- V kn.Matematicheskie vopro sy analiza dannykh. Novosibirsk, 1980, p.62-76.
18. Zhanatauov S.U. (1987) The inverse problem of the principal component analysis//Proc.of the1-st World Congress of Soc.Math.Statist. and Probabillity Theory of Bernoulli.-Utrecht, 1987.- p. 116-119.
19. Zhanatauov S.U. (1986) The inverse problem of the principal component analysis.-V kn.:1-yy Vsemirnyy kongr. ob-va po mat. stat. i teor. veroyatn. im. Ber- nnulli, t.1, M.: Nauka, 1986, p.89.
20. Zhanatauov S.U. (2014) The inverse problem, inverse model, invertible model.Proc.«Intern.Confer."Science: lntegrating Theory and Practice" (February 24-25. 2014), Bozeman, ISET, Montana, USA/ ICET (lnternat ionaCl enterf or Educat ion&Technology USA) Iternational Academic Rese arch Conference on Business, Edu cation, Nature and Technology». p.447-449.
21. Zhanatauov S.U. (2013) Kognitivnaya karta i model' sotsial'no-ekonomicheskikh faktorov kar'ernoy uspeshnosti shkol'nikov munitsipal'nykh shkol SShA.Sibirskiy pedagogicheskiy zhurnal.2013, №6, p. 28-33.
22. Zhanatauov S.U. (2010) Kognitivnaya skhema dlya analiza problemy tsenoobrazovaniya. AGTU, №2,2010 g.№ 2(6), p. 21-26.
23. ZhanatauovS.U. (2014) Analiz budushchikh debitorskoy i kreditorskoy zadolzhennostey munitsipalitetov gorodov.Ekonomicheskiy analiz: teoriya i praktika. M.: № 2(353), 2014g., p. 54-62.
24. Zhanatauov SU. (2018) Virtual database. ISJ Theoretical &Applied Science.2018,№2, vol.58,187-198.: www.T-Science.org.
25. Zhanatauov S.U. (1989) Modelirovanie odnoy zame chatel'noy ekstremal'noy sovokupnosti// Sistem noe modelirovanie-14, -Novosibirsk.1989. p.27- 33.
26. Zhanatauov S.U. (1987) Dialogovyy paket programm modelirovaniya spektra neizvestnoy korrelyats ionnoy matritsy.//Dialogovye sistemy v zadachakh upravleniya. Novosibirsk, 1987. p.157-163.
27. Zhanatauov S.U. (2009) Primenenie odnoy ekstremal' noy sovokupnosti v drayverakh KIS SAS/AVM. Vestnik AGTU, № 1, 2009 g. p.120-128
28. Zhanatauov S.U. (2014) A proposal for estimation missing eigenvalues. Proced. Int. conf. (Science and Educa tionin XXI century,1-4 december 2014r Montana, USA, p. 215-218.
29. Zhanatauov SU. (2017) Theorem on the Λ-samples. International scientific journal Theoretical &Applied Science. 2017, №9,vol.53, p.177-192.www.T-Science. org .
30. Zhanatauov SU (2017) Optimization problem of modeling missing elements of the spectrum of the correlation matrix. International scientific journal Theoretical &AppliedScience. 2017, №10,vol.54, p.189-198. www.T-Science.org .
31. Zhanatauov SU (2017) The optimization problem with linearized equations f-parameters (f1,f2,f3,f4,f5,f6)-spectrum. International scientific journal Theoretical &Applied Science. 2017,№11,vol.55, p.251-267. www.T-Science.org
32. Zhanatauov SU (2017) Block-diagonal correlation matrices ofΛ-samples. International scientific journal Theoretical&Applied Science. 2017,№12,vol.56, p.101-111. http://www.T-Science.org.
33. Marshak J. (1964) Three lectures on probability in the sciences // Cowles commission for research in econo mics. No 82, 1964.
34. Garina M.I. (2012) Primenenie mul'tiplikativnoy obobshchayushchey funktsii dlya agregirovaniya pokaza teley s polozhitel'noy i otritsatel'noy poleznost'yu. Trudy SPIIRAN. 2012. Vyp. 3(22).