УДК 622:510.67

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА ПЕРИОДИЧНОСТИ МОДЕЛИ ЗОНАЛЬНОЙ ДЕЗИНТЕГРАЦИИ ГОРНЫХ ПОРОД

STATISTICAL EVALUATION OF THE PERIODICITY PARAMETER THE MODEL OF ZONAL DISINTEGRATION ROCKS

©Лосев А. С.
канд. физ.-мат. наук
Институт прикладной математики
Дальневосточного отделения РАН
г. Владивосток, Россия, A.S.Losev@yandex.ru
©Losev A.
Ph.D.
Institute for Applied Mathematics Far-Eastern Branch of the RAS
Vladivostok, Russia, A.S.Losev@yandex.ru

Аннотация. В работе рассматривается задача зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубоких подземных выработок. Проводится небольшой обзор научных работ в данной области, отражены основные результаты и заключения об их сходимости к натурным данным и лабораторным экспериментам, описаны используемые методы и подходы. В самой работе исследуется параметр периодичности функции дефектности, которая является решением задачи о распределении поля напряжений вокруг выработки круглого сечения, в условиях несжимаемости и гидростатичности нагружения на бесконечности. Проводится статистическая оценка значимости ранее полученной аналитической зависимости линейного вида, параметра периодичности функции дефектности от положения середины первой зоны разрушения. Построена альтернативная статистически обоснованная модель нелинейного вида, описывающая данную зависимость. Проведен сравнительный анализ с ранее полученными результатами и экспериментальными данными. Показана статистическая значимость нелинейной зависимости параметра периодичности функции дефектности от положения середины первой зоны разрушения, ее сходимость с натурными данными и преимущество перед зависимостью линейного вида.

Abstract. In work the problem of zonal disintegration of rocks around deep underground developments is considered. The small review of scientific works in the field is provided, the main results and the conclusions about their convergence with natural data and laboratory experiments are reflected, the used methods and approaches are described. In the work the parameter of frequency of function of deficiency which is the solution of a task on distribution of the field of tension around development of round section, in the conditions of an incompressibility and hydrostatic character of a loading on infinity is investigated. To be carried out a statistical assessment of a significance of earlier received analytical dependence, the linear look, parameter of frequency of function of deficiency on position of the middle of the feed zone of destruction. The alternate is constructed statistically the reasonable model of a non-linear look describing this dependence. The comparative analysis with earlier obtained results and the experimental datas is carried out. Statistical significance of non-linear dependence of parameter of frequency of function of deficiency, from position of the middle of the feed zone of destruction, its convergence with natural data and advantage before dependence of the linear look is shown.

Ключевые слова: сильно сжатый массив, зональное разрушение массива, параметры неевклидовой математической модели.

Keywords: highly compressed array, the array zonal destruction, non-Euclidean mathematical model parameters.

Высокий мировой спрос на добычу полезных ископаемых в условиях повышенных производственных мощностей, требует соответствующих исследований в области геомеханических явлений и процессов в массивах горных пород. Сегодня ученые всего мира заняты задачей оптимизации процесса добычи полезных ископаемых и повышением его безопасности. Одной из основных проблем в данном направлении является зональная дезинтеграция горных пород вокруг глубоких подземных выработок. Ее решение требует разработок математических моделей, описывающих процесс зональной дезинтеграции массива горных пород с высокой степенью сходимости к натурным данным.

Одно из наиболее известных решений данной проблемы описано в работе [1], где на основе неевклидовой модели сплошной среды разработана и исследована модель зональной дезинтеграции массива горных пород вокруг глубоких цилиндрических и сферических выработок. Решена задача о распределении поля напряжений в цилиндрическом образце в предразрушающей стадии нагружения. Выявлен механизм эффекта смены знака приращения деформаций образцов горных пород при сжатии, и наличие периодичности деформации по геометрии образца. Представленные результаты зональной дезинтеграции горных пород вокруг выработок апробированы на практике и подтверждены натурными данными.

В работе [2] представлены результаты аналитических и экспериментальных исследований, направленных на выявления закономерностей деформирования и разрушения горных пород в условиях действия больших сжимающих напряжений. Рассматривается модель зональной дезинтеграции массива горных пород вокруг подземных выработок, осцилляционного, периодического типа деформирования образца. Показана хорошая сходимость полученных экспериментальных результатов с аналитическим обоснованием. Несмотря на это, вопрос разработки моделей, описывающих процесс зональной дезинтеграции массива горных пород и исследования ее механизма, остается открытым.

В настоящей работе проведено уточнение аналитической зависимости параметра периодичности функции дефектности, модели зональной дезинтеграции массива горных пород вокруг круглой выработки от положения середины первой зоны разрушения. Построено соответствующее нелинейное уравнение регрессии, проведен сравнительный анализ с ранее полученным уравнением линейной регрессии и экспериментальными данными. Показана ее значимость и сходимость с натурными данными.

Обратимся к задаче о распределении поля напряжений вокруг выработки круглого сечения, которая рассматривается как плоская и стационарная, в условиях несжимаемости и гидростатичности нагружения на бесконечности:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = 0.$$

Бигармоническое уравнение для функции дефектности определено как

$$\Delta^2 R - \gamma^2 R = 0,$$

и граничные условия

$$R\Big|_{r=r_0}=0,\ \frac{\partial R}{\partial r}\Big|_{r=r0}=0,\ \lim_{r\to\infty} R(r)=0,$$

где σ_{rr} — нормальное радиальное напряжение, $\sigma_{\varphi\varphi}$ — нормальное тангенциальное напряжение, Δ — оператор Лапласа, γ — параметр периодичности модели. Решение для расстояния от центра выработке до точки массива, определенно в виде:

$$R(r)=aJ_0(\sqrt{\gamma}r)+bN_0(\sqrt{\gamma}r)+cK_0(\sqrt{\gamma}r),$$

где J_0, N_0, K_0 — функции Бесселя, Неймана и Макдональда нулевого порядка [3].

Вопрос качества и точности определения параметров построенной модели, в общем виде решен численно [4] и частично аналитически для исследованных месторождений [2]. Однако по мере увеличения данных о новых месторождениях, аналитические оценки требуют уточнения. В частности, в работе [2] на основе натурных данных разработанных месторождений, получена аналитическая зависимость параметра периодичности модели γ, от положения середины первой зоны разрушения, измеряемой в относительных к радиусу выработок единицах r, в виде уравнения линейной регрессии:

$$\gamma^* = -10r + 23. \tag{1}$$

Наравне с этим, статистический анализ натурных данных (Таблица 1.) показывает, что зависимость параметра периодичности от положения середины первой зоны разрушения, может быть выражена нелинейным уравнением регрессии вида:

$$\gamma^* = 50{,}381\exp(-1{,}3669r). \tag{2}$$

Таблица 1.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Экспериментальное значение		*Теоретическое значение параметра* γ^*	
r	γ	*Линейная модель*	*Нелинейная модель*
0,80	17,6373	15,68160	16,87940298
1,00	13,0501	13,51200	12,84191101
1,13	9,93500	12,10176	10,75119724
2,00	3,33653	2,664000	3,273350637

Коэффициент детерминации R^2 уравнений (1)–(2), рассчитанный по формуле (3), составляет 91,05% и 98,81% соответственно.

$$R^2 = 1-\frac{S_{ост}^2}{S_\gamma^2}, \tag{3}$$

где S_γ^2 — общая дисперсия признака γ, $S_{ост}^2$ — остаточная дисперсия соответствующего уравнения регрессии [5].

Статистическая значимость параметров уравнений регрессии (1)–(2) и их коэффициентов детерминации, подтверждается t-критерием Стьюдента (Таблица 2) из условия (4) при 5% уровне значимости в линейном случае и 1% уровне значимости в нелинейном.

$$t_{расч} > t_{таб}, \tag{4}$$

где

$$t(a)_{расч} = \frac{a\sqrt{\sum(r-\bar{r})^2}}{S_{ост}};\ t(b)_{расч} = \frac{b\sqrt{n\sum(r-\bar{r})^2}}{S_{ост}\sqrt{\sum r^2}};\ t(R)_{расч} = \frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}};$$

$t_{таб}$ — табличное значение при заданном уровне значимости. Здесь n — число данных, $\bar{r}$ — среднее арифметическое r; a, b — параметры линейного и линеаризованного уравнения соответственно [5].

Таблица 2.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЙ РЕГРЕССИИ

Вид уравнения	$t(a)_{расч}$	$t(b)_{расч}$	$t(R)_{расч}$	$t_{таб}$
Линейная регрессия	4,64	7,93	5,68	4,303
Нелинейная регрессия	18,91	41,23	15,77	9,925

Статистическая значимость в целом уравнений регрессии (1)–(2), подтверждена F–критерием Фишера (Таблица 3), при 1% уровне значимости и выполнении необходимого условия:

$$F_{расч} > F_{таб}$$

где $F_{расч} = R^2(n-2)/(1-R^2)$; $F_{таб}$ — табличное значение при заданном уровне значимости [5].

Таблица 3.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ УРАВНЕНИЙ РЕГРЕССИИ

Вид уравнения	$F_{расч}$	$F_{таб}$
Линейная регрессия	21,54	98,49
Нелинейная регрессия	151,75	

Превосходство расчетных величин из таблиц 2 и 3, характеризующих нелинейное уравнение регрессии, подтверждает его более высокую значимость по отношению к линейному представлению как по F–критерием Фишера, так и t–критерием Стьюдента.

Сравнительный анализ доверительных зон линий регрессии и доверительных интервалов показал, что в обоих случаях их протяженность в нелинейной модели меньше на 3,27%. Определение относительной ошибки прогноза, через отношение стандартной ошибки уравнения регрессии к среднему значению ее зависимой переменной, подтверждает преимущество нелинейного уравнения регрессии [5], составляя 7,34%, по сравнению с 19,5% для линейного случая.

Таким образом, определение параметра периодичности функции дефектности, модели зональной дезинтеграции горных пород вокруг глубокой выработки, следует рассчитывать по нелинейному уравнению регрессии. Полученное умозаключение, статистически обосновано в случае, когда положение середины первой зоны разрушения принадлежит интервалу от 0,8 до 2 условных единиц, нормированных радиусом выработки. В противном случае, в условиях крайне малой выборки, результат будет носить практически вероятностный характер с низким уровнем достоверности. Соответственно, дальнейшее обобщение полученного результата, требует рассмотрения данных с новых месторождений.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда № 14-11-00079.

Список литературы:

1. Гузев М. А., Макаров В. В. Деформирование и разрушение сильно сжатых горных пород вокруг выработок. Владивосток: Дальнаука, 2007. 232 с.
2. Ксендзенко Л. С., Макаров В. В., Опанасюк В. Н., Голосов А. М. Закономерности деформирования и разрушения сильно сжатых горных пород и массивов: монография. Владивосток: ДВФУ, 2014. 192 с.
3. Гузев М. А., Парошин А. А. Неевклидова модель зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42. №1. С. 147–156.
4. Ksendzenko L. S., Losev A. S. Optimization of calculation of parameter of the frequency model zonal destruction of rocks // Mining science and technology. 2016. №2. P. 43-49.
5. Носко В. П. Эконометрика. М.: Дело, РАНХиГС, 2011. 576 с.

References:

1. Guzev, M. A., & Makarov, V. V. (2007). Deformirovanie i razrushenie silno szhatykh gornykh porod vokrug vyrabotok. Vladivostok, Dalnauka, 232
2. Ksendzenko, L. S., Makarov, V. V., Opanasyuk, V. N., & Golosov, A. M. (2014). Zakonomernosti deformirovaniya i razrusheniya silno szhatykh gornykh porod i massivov. Vladivostok, DVFU, 192
3. Guzev, M. A., & Paroshin, A. A. (2001). Neevklidova model zonalnoy dezintegratsii gornykh porod vokrug podzemnoy vyrabotki (UnEuclidean model of zonal disintegration of mountain breeds round the underground making). *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika,* 42, (1), 147–156
4. Ksendzenko, L. S., & Losev, A. S. (2016). Optimization of calculation of parameter of the frequency model zonal destruction of rocks. Mining science and technology, (2), 43-49
5. Nosko, V. P. (2011). Ekonometrika. Moscow, Delo, RANKhiGS, 576

Работа поступила в редакцию 29.05.2017 г.

Принята к публикации 03.06.2017 г.

Ссылка для цитирования:

Лосев А. С. Статистическая оценка параметра периодичности модели зональной дезинтеграции горных пород // Бюллетень науки и практики. Электрон. журн. 2017. №7 (20). С. 78-82. Режим доступа: http://www.bulletennauki.com/losev (дата обращения 15.07.2017).

Cite as (APA):

Losev, A. (2017). Statistical evaluation of the periodicity parameter the model of zonal disintegration rocks. *Bulletin of Science and Practice*, (7), 78-82