

РАЗМЕРНОСТЬ ПРОСТРАНСТВ РЕАЛЬНЫХ СРЕД

А. С. Шипилов, к. т. н., доц.

Ключевые слова: пространство, анизотропная среда, размерность, независимые направления, независимые векторы, прямоугольные координатные системы, базис, предельная поверхность упругости, модель упругого тела, модуль упругости

Постановка проблемы. Серьезные трудности возникли в физико-математических науках при попытке использовать понятие и модель трехмерного пространства для решения проблемных задач, например, в механике деформируемых анизотропных тел, в физике для разработки теории элементарных частиц и единой теории поля, и для объяснения природы «черных дыр» во Вселенной и ее происхождения из особой (сингулярной) точки по общепринятой теории происхождения Вселенной путем Большого взрыва. Ожидается, что новый прорыв в теоретических исследованиях указанных наук придёт с открытием реальной размерности пространств анизотропных сред.

Анализ публикаций. Философы считают, что пространство – это форма существования материи. Его единственное свойство – быть заполненным чем-нибудь реально существующим.

В настоящее время сохраняются два подхода к объяснению понятия пространства. В основе первого лежит идея Демокрита, использованная Ньютоном, приписывающая пустоте особый род бытия. Пространство, как и время, представляет собой самостоятельную сущность, не зависящую от находящихся в нем материальных объектов и не являющуюся чем-либо физическим. Оно было названо эфиром, позже – вакуумом и, наконец, физическим вакуумом, потому что без намека на физические свойства «пустоты» невозможно было объяснить ни происхождение, ни распространение электромагнитных волн и излучений. Такая интерпретация пространства – это скрытое мистическое признание того, что существует нематериальная среда – это первичный дух, который преобразуется, воплощается в материальные объекты, заполняющие эту среду.

Второй подход в понимании пространства произошел от Аристотеля и Лейбница. Он учитывает геометрические характеристики материальных объектов и свойства их сред [3].

Часть ученых нашего времени (М. И. Дуплищев, О. М. Дуплищева, А. М. Дуплищев, О. Юланов и др.) придерживаются комбинированной версии пространства. По М. И. Дуплищеву [1, с. 28], «ПРОСТРАНСТВО, наряду с МАТЕРИЕЙ, является первичной субстанцией ПРИРОДЫ ... и всюду имеет физическое содержание».

«Пространство – это объективно существующая вечная, неизменная и бесконечная реальность Природы. Пространство является бесконечнымместилищем дискретной материи любых форм и структурных образований» [1, с. 32].

Праматерия, заполняющая пространство – это эфир. Частица праматерии – это «абсолютно упругий, бесконечно малый шарик (сфера) – не обладает никакими физическими, химическими или иными свойствами, кроме как свойством абсолютной упругости и той или иной скорости случайно направленного движения» [1, с. 28].

О. Юланов [6] полагает, что эфир физического вакуума – это торсионные (скрученные, вихревые) электромагнитные поля, носители энергии, которые образуют частицы вещества.

Таким образом, мысль ученых движется от абсолютной пустоты к материальному содержанию, заполняющему эту пустоту. Иначе как только признанием вечности материального мира ученые материалисты не могут объяснить происхождение вещества.

Вопреки человеческой философии, формы пространств не существуют сами по себе. Это геометрические абстракции. Пространство космическое, воздушное, водное, земное и другие – это среды. Пустое пространство – это первичный ничем не стесненный дух, называемый вакуумом.

Ф. Энгельс в «Диалектике природы» [2] указал, что через любую точку можно провести три взаимно перпендикулярные линии, т. е. по два вектора противоположного направления. Поэтому пустое пространство шестимерно. В этом утверждении скрыта мысль, что среда, наполняющая пространство, определяет число его независимых направлений. В настоящее время считается, что пространство трехмерно. В аналитической геометрии понятие «размерность» (число независимых измерений) связывают с фигурой [3]. Например, размерность равна единице, если фигура есть линия, размерность равна двум, если фигура есть

поверхность, и трем, если фигура представляет собой объемное тело. Для описания геометрических параметров фигур с криволинейными поверхностями математиками в топологии введены абстрактные многомерные пространства, которые мы не рассматриваем. В тензорном же исчислении изучаются только инвариантные векторные свойства объектов, не зависящие от выбора системы координат.

Объект исследования. В данной статье объектом исследования является размерность пространств анизотропных линейно упругих сред, которую можно представить в виде системы независимых ортогональных векторов или их отношений с учетом зависимости их величин от их ориентации в среде.

Предмет исследования – независимые прямоугольные координатные системы, в которых выявляются неинвариантные векторные свойства сред.

Цель исследования – разработать геометрическую модель многомерного пространства анизотропной линейно упругой среды.

Изложение материала. В аналитической геометрии считается, что два луча на прямой линии, исходящие из начала координат в противоположные стороны, линейно зависимы, а линия всегда одномерная. Мы же понятие «размерность» будем соотносить со свойствами линейно-упругих сред. Поэтому два вектора противоположного направления от начала координат 0 : $\overleftarrow{0}$ $\overrightarrow{0}$ будем считать независимыми, а пространство – двумерным однолинейным неоднородным. Знаком «+» обозначаем вектор, например, растяжения, а знаком «-» – вектор сжатия. Как и в аналитической геометрии, одно-, двух-, трехмерные пространства, но только однородные, будут линейными, т. е. операции сложения и умножения векторов в них определены, а разнородные пространства не будем считать линейными.

Если скалярное произведение двух векторов, определяемое по формуле $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \varphi$, где $|\vec{a}|$ – длины векторов, а φ – угол между ними, причем $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$, равно нулю, то векторы одного знака считаются линейно независимыми, а размерность пространства среды равна двум (рис. 1, а, б). Также два ортогональных вектора разных знаков (рис. 1, в, г) считаются линейно независимыми, но двумерное их пространство разделено биссектрисой прямого угла на два разнородных полупространства: положительного направления и отрицательного направления вектора.

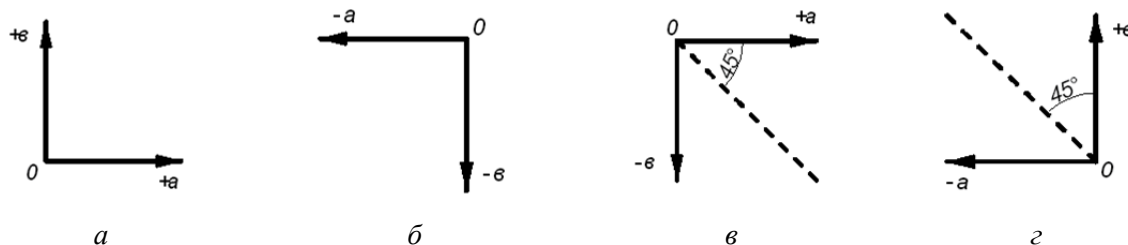


Рис. 1. Примеры двумерных однородных и неоднородных пространств

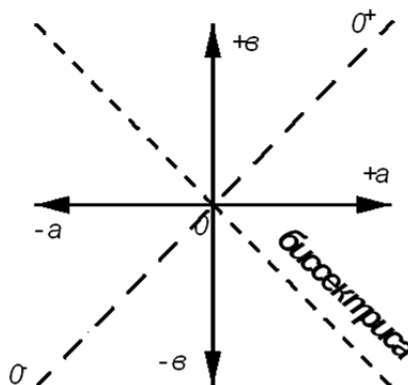


Рис. 2. Два двумерных полупространства разных знаков, образующих четырехмерное плоское неоднородное пространство

Четыре вектора, ортогональных попарно между собой и лежащих в одной общей плоскости, не имеющих чередования их знаков (рис. 2), образуют два полупространства: одно

положительного, другое отрицательного направления их осей 0^+ и 0^- , перпендикулярных к биссектрисам углов векторов разных знаков. Каждое полупространство имеет два независимых направления. В совокупности размерность общей плоскости равна 4. Схема же из четырех разнознаковых чередующихся векторов линейных деформаций или напряжений не имеет физического смысла.

Модель трехмерного пространства – это базис из трех ортогональных векторов x, y, z одного знака. Два же противоположно направленных (разнознаковых) базиса x, y, z и $(-x), (-y), (-z)$, сопряженных общим началом координат 0 , девиаторной плоскостью и гидростатической осью, разделенной на положительное 0^+0^+ и отрицательное направление 0^+0^- , образуют шестимерную систему независимых координат пространств анизотропных сред (рис. 3, а, б).

Чтобы узнать, сколько же существует независимых пространственных направлений в средах, воспользуемся критерием: если векторы в пространстве среды направлены друг к другу под углом равным 90° , то они, вызывая одинаковые по роду деформации, например, растяжение, будут независимы. А теперь исходный шестимерный базис (рис. 3, а, б) повернем на 180° вокруг гидростатической оси 0^+0^+ . Новый его вид по стрелке А и проекции координатных осей на девиаторную плоскость показаны на рисунке 4 а, б. Имеем, что шесть векторов прямоугольной системы координат в новом положении

и будут независимы от этих же векторов в исходном положении, ибо они перпендикулярны им. Действительно, вектор на рисунке 4 а, он же перенесенный на рисунок 3 а, перпендикулярен вектору z в исходном базисе. Аналогично вектор перпендикулярен вектору x , вектор перпендикулярен вектору y , также и все векторы отрицательного нового положения перпендикулярны соответствующим векторам исходного базиса.

Проекции на девиаторную плоскость векторов исходного и повернутого базисов лежат на одних и тех же соответствующих линиях, но направлены в противоположные стороны друг к другу от начала координат (рис. 3, б и 4, б).

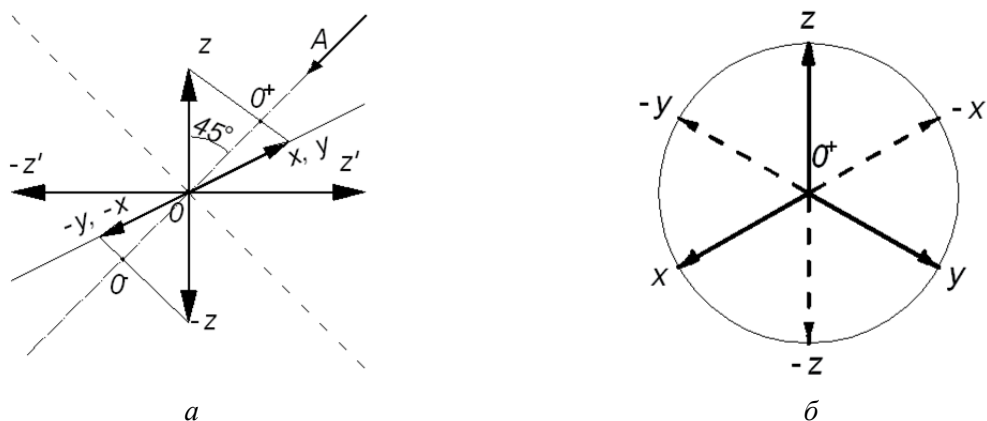


Рис. 3. а – шестимерный базис, вид сбоку; б – проекции независимых осей координат на девиаторную плоскость

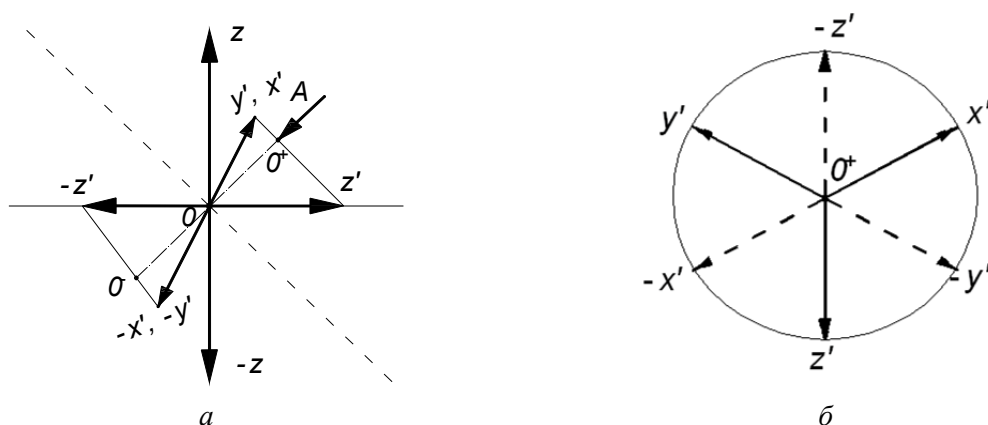


Рис. 4. а – новый шестимерный базис, полученный разворотом исходного базиса на 180° ; б – проекции нового базиса на девиаторную плоскость

Если же исходный шестимерный базис повернуть против часовой стрелки вокруг гидростатической оси 0^{+00} на угол 90° , а затем на 270° , то проекции векторов на девиаторную плоскость будет иметь вид, соответствующий рисунку 5 а, б. Проведя аналогичные рассуждения, установим также, что и эти два новых положения исходного шестимерного базиса определяют еще 12 независимых направлений.

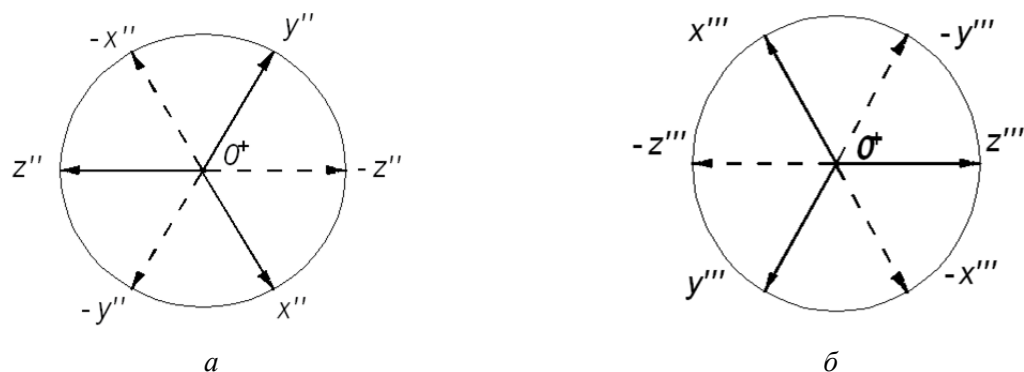


Рис. 5. а – проекции шестимерного базиса на девиаторную плоскость, полученные разворотом исходного базиса на: а – угол, равный 90° ; б – то же на угол, равный 270°

Общее количество независимых пространственных измерений (размерность пространства) равна 24 (см. рис. 6). Проекции единичных векторов на девиаторную плоскость, которые могут располагаться на независимых пространственных осях, показаны точками на лучах, исходящих из нулевой точки (начала координат). Попарное обозначение означает, что эти векторы ортогональны между собой, и что они указывают на разного рода деформации пространства, т. е. один вектор соответствует растяжению вдоль оси, а второй – сжатию вдоль другой оси. Векторы сдвига (кручения) расположены непосредственно на девиаторной плоскости как биссектрисы прямых углов между векторами линейных деформаций разных знаков и направлений. Они образуют плоское линейное 12-мерное пространство разных по величине и направлению векторов, например, касательных напряжений или угловых сдвигов, независимых только между собою, но зависимых от нормальных напряжений или деформаций. Здесь же указаны углы поворотов исходного базиса x, y, z , позволившие выявить независимые направления в пространстве анизотропных сред.

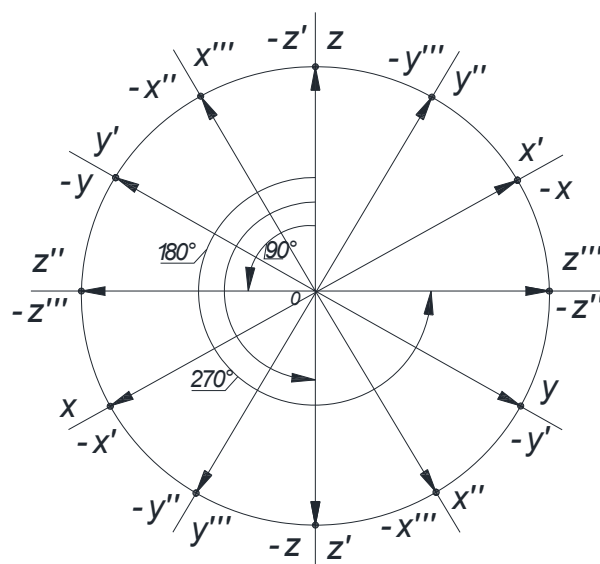


Рис. 6. Проекции на девиаторную плоскость 24 независимых осей 8 прямоугольных координат системы (4 – положительного направления и 4 – отрицательного направления) с общим началом координат 0 и общей гидростатической осью, перпендикулярной плоскости чертежа

Таким образом, установлена не известная ранее объективно существующая закономерность: линейно упругое пространство анизотропных сред в общем случае 24-мерно. Его независимые направления определяются совокупностью восьми прямоугольных систем координат, из которых четырех системы положительного направления осей координат и четырех отрицательного – сопряжены между собою общей девиаторной плоскостью и гидростатической осью, лежащей на одной линии, разделенной началом координат на противоположные по знаку части, причем системы попарно, как одно целое, повернуты вокруг гидростатической оси на углы $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ относительно одной системы, принятой за исходную.

Приведем несколько примеров использования открытия 24-мерности пространства упругих сред. Пусть требуется предложить критерий текучести анизотропного материала в механике твердых тел и указать путь разработки разномодульной теории упругости. Геометрической моделью поверхности текучести анизотропного тела может служить 12-гранная пирамида, ребра которой под разными углами пересекаются с гидростатической осью положительного направления от начала координат на разных расстояниях от девиаторной плоскости. Схема пересечения одного из ребер этой пирамиды с гидростатической осью 00^+ и осями главных напряжений z и $(-z)$ показана на рисунке 7.

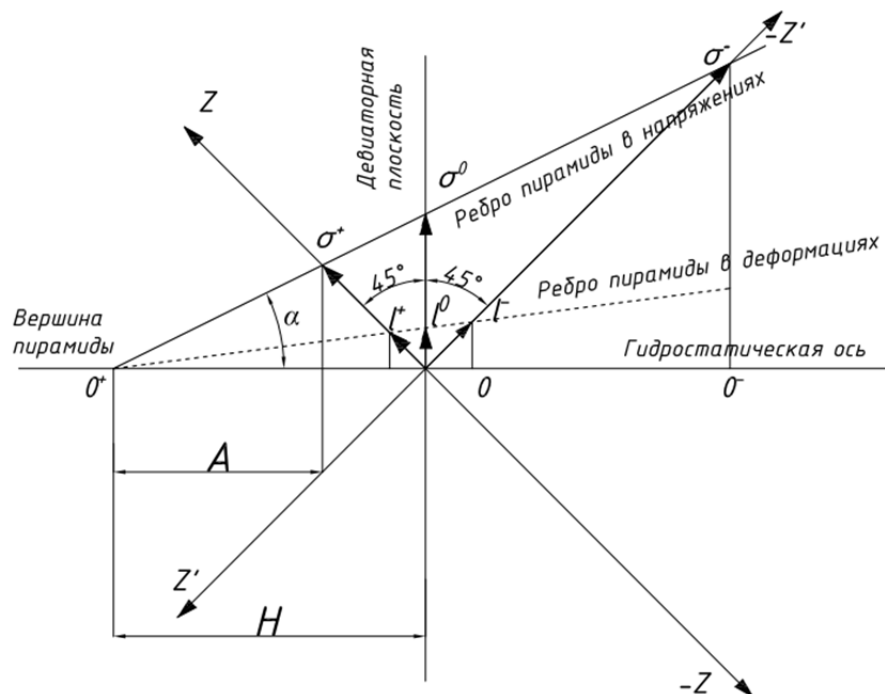


Рис. 7. Схема пересечения одного из ребер модели линейно упругого тела в напряжениях (сплошная линия) и в деформациях (штриховая линия) с гидростатической осью 00^+ и с осями главных напряжений и главных деформаций: векторы σ^+ и σ^- соответственно при растяжении, сдвиге и сжатии упругой среды

На нем изображена секущая плоскость пирамиды, включающая в себя гидростатическую ось 0^+00^+ , ребро девиаторной плоскости с началом координат O , перпендикулярное гидростатической оси, две координатные оси положительного направления z и $-z$, развернутые на 180° прямоугольных координатных систем, и две координатные оси $-z$ и z этих же систем отрицательного направления относительно ребра девиаторной плоскости. Здесь же показано одно из ребер пирамиды в напряжениях и соответствующее ребро пирамиды в деформациях и пересечениях этих ребер с осями прямоугольных координат, девиаторной плоскостью и гидростатической осью, а также векторы предельных упругих напряжений σ^+ и σ^- и предельных упругих деформаций γ^+ и γ^- . Независимые векторы – это σ^+ и σ^- . Отношение модулей векторов напряжений и деформаций определяет для каждой пары ребер два модуля упругости. Всего же таких пар в модели линейного упругого асимметричного тела – 12, а число независимых моделей упругости – 24. При этом все образующие пирамиды и ребра

ее прямолинейны, но не имеют общей вершины. Ребра пирамиды наклонены к гидростатической оси под разными углами α и пересекают ее на различных расстояниях 00^+ от начала координат. Каждое из этих расстояний однозначно определяется, как следует из построений на рисунке 10, модулями двух независимых векторов σ^+ и σ^- . Вектор σ^0 на девиаторной плоскости есть функция величин этих двух векторов.

Таким же образом могут быть изображены все остальные 11 ребер 12-гранной модели поверхности текучести тела с разными модулями линейной упругости.

В любом сечении, параллельном девиаторной плоскости, грани пирамиды могут быть в пределах угла поворота радиуса от $0...30^\circ$ плоскими, регулярно выпуклыми, регулярно вогнутыми. Их следы на секущей плоскости описываются в полярных координатах уравнением:

$$r_\alpha = \frac{r_o}{\cos[b(\alpha_x - a_o)]}$$

где r_o – радиус вписанной в сечение окружности;

α_x – независимая переменная, изменяющаяся в пределах $0 \leq \alpha_x \leq 30^\circ$;

a_o – параметр, принимающий фиксированное значение, например, $a_o = 30^\circ$ или $a_o = 0^\circ$ для кривых, расположенных соответственно внутри окружности радиуса r_o или вне его;

b – параметр, принимающий значения $0 \leq b \leq 1$ для выпуклых кривых поверхности и $1 \leq b \leq 3$ для вогнутых кривых.

Геометрическая модель 24-мерного пространства пригодна для исследования и описания свойств любых физических объектов, существующих во Вселенной от электрона до ядер Галактик.

Обычно среды обладают какими-либо видами структурной симметрии. Между симметрией строения кристаллов твердого тела, размерностью пространства и прочностными свойствами среды существует однозначное соответствие. Тогда число независимых направлений и координат векторов пространства будет определяться операциями преобразования симметрии структуры этой среды.

К. Ф. Черных [4] теоретически показал, что анизотропные кристаллографические системы могут иметь разное число существенно различных модулей: 21, 18, 15, 13, 12, 11, 9, 6, 5, 3, 2. В 24-мерном пространстве можно каждой системе поставить в соответствие геометрическую модель тела на указанное выше число независимых модулей упругости.

Например, для триклинной сингонии пригодна модель поверхности текучести в виде неправильной пирамиды, все 12 ребер которой пересекаются в одной вершине на гидротехнической оси под разными углами к ней. Такая модель упругой среды будет соответствовать пространству, число независимых направлений которого равно 24, а число независимых векторов равно 13. Модель будет построена, если сделать, как показано на рисунке 7, развертку всех ее 12 ребер на плоскость, в которой лежат главные оси предельных напряжений, и определить точки пересечения ребер с этими осями и девиаторной плоскостью. Тогда будут однозначно указаны модули всех векторов предельных упругих напряжений, их которых 12 должны быть получены при испытаниях на растяжение, 12 – на сжатие, 12 – на сдвиг (срез); всего – 36, но только 13 из них – хотя они численно различны – будут независимые. Можно считать независимыми, например, модули 12 векторов (концы их пронумерованы на рисунке 8), полученных по результатам испытаний материала на сжатие, и один модуль любого вектора – при испытании на расстояние. Его значение позволяет определить высоту H пирамиды от вершины до девиаторной плоскости. А условие пересечения всех ребер, как следует из построений этих рисунков, запишется в форме выражений:

$$H = \sigma_i^o \cdot \tan \alpha_i = const;$$

$$\alpha_i = \arctan \left(\frac{\sigma_i^o}{H} \right);$$

$$\sigma_i^o = \frac{\sqrt{2}(\sigma_i^+ \cdot \sigma_i^-)}{\sigma_i^+ + \sigma_i^-};$$

$$A_i = \frac{\sigma_i^+(\sigma_i^+ \cdot \sigma_i^-)}{\sqrt{2}(\sigma_i^+ - \sigma_i^-)};$$

где H – высота пирамиды от ее вершины 0^+ до девиаторной плоскости, это величина одинаковая для всех 12 ребер;

- угол между ребром пирамиды и гидростатической осью;
 - расстояние от вершины пирамиды вдоль гидростатической оси до проекции на нее вектора предельного нормального напряжения при испытании на растяжение;
 - модули векторов при испытаниях на растяжение, сдвиг и сжатие;
- i – номер ребра.

На рисунке 9 показаны проекции на девиаторную плоскость всех 36 векторов упругого тела на 13 независимых модулей. Они пронумерованы в соответствии с номерами развертки ребер пирамиды (рис. 8). Кусочными кривыми указаны линии пересечения граней пирамиды с девиаторной плоскостью 24-мерного пространства прямоугольных координат.

Текущее состояние материала или хрупкое разрушение будет проявляться, если любой вектор напряжений, выходящий из начала O прямоугольных координат главных нормальных напряжений, будет пересекать предельную поверхность текучести. Итак, необходимо будет найти проекции векторов напряжений для всех 8 независимых трехмерных систем ортогональных координат, образующих 24-мерное пространство, и сравнить их с предельно допустимым напряжением по данному направлению нагружения. Поверхности имеют разрывы в случае больших положительных и больших отрицательных напряжений, так как прямолинейные ребра и образующие граней пересекают гидростатическую ось на разных расстояниях от точки O начала координат. При возрастании гидростатических сжимающих напряжений любая среда должна изменяться по своей структуре: неоднородности будут исчезать вследствие многократных разрушений, а симметрия свойств будет возрастать.

Предельная поверхность упругости такой полностью однородной среды преобразуются в круговой конус, вершина которого совпадает с началом координат на девиаторной плоскости, а угол при вершине его становится равным 90° (см. рис. 7). Тогда предельные касательные напряжения будут равны нулю, что означает сверхтекучесть среды.

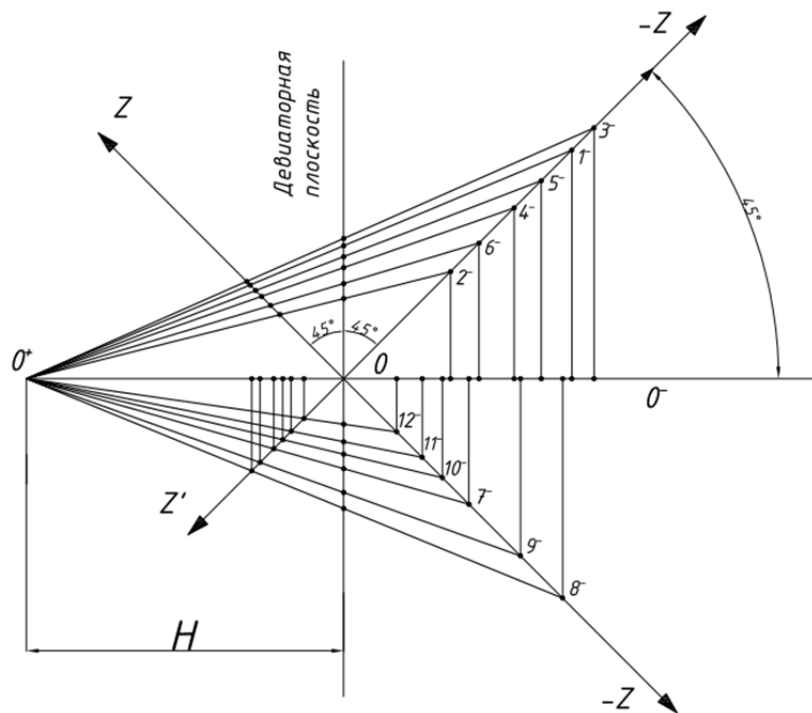


Рис. 8. Развертка 12 ребер геометрической модели (пирамиды) упругого тела на плоскость осей OZ , $O(-Z)$; OZ' , $O(-Z')$ и гидростатическую ось $O+O_0$

Разработанная общая модель асимметричного тела в принципе пригодна для описания предельного состояния сред, хорошо работающих на растяжение и слабо сопротивляющихся сжатию. В этом случае ребра образующих поверхностей будут пересекаться с гидростатической осью в отрицательном ее направлении. Реально это применимо для волокнистых и армированных материалов.

Предложенная теория размерностей упругого напряженного пространства может быть обобщена на другие векторные свойства сред, например, электрические, магнитные, ядерные и др.

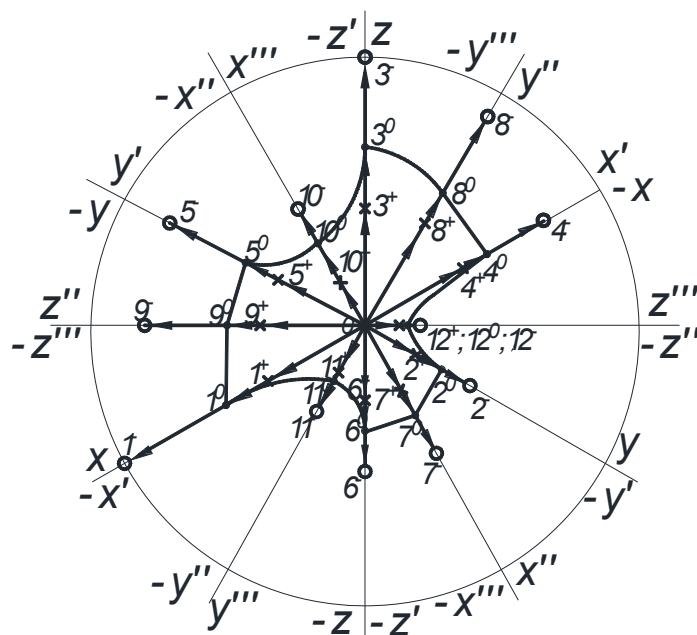


Рис. 9. Проекция на девиаторную плоскость 36 векторов предельных напряжений, характеризующих линейную упругость тела на 13 независимых модулях: кружочком обозначены концы проекций векторов сжимающих (отрицательных) напряжений; крестиком – концы проекций векторов растягивающих напряжений, точками – концы векторов касательных напряжений; сплошными кусочными линиями показаны следы пересечения пирамиды – геометрической модели упругого тела – с девиаторной плоскостью, а вектор гидростатического напряжения, перпендикулярный девиаторной плоскости, обозначен центром O начала осей всех 8 координатных систем 24-мерного пространства упругой среды

Совокупности возможных поверхностей пластичности и критериев предельного состояния материалов планального и аксиального классов гексагональной сингонии описаны в статье [6, с. 289 – 296].

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Дуплищев М. И. Теоретические и экспериментальные исследования явлений излучения и распространения света в пространстве: (биографический очерк) / О. М. Дуплищева, А. М. Дуплищев. – Д. : АРТ-ПРЕСС, 2012. – 352 с.
2. Маркс М., Энгельс Ф. Сочинения. Изд. 2-е. – Т. 20. – М. : Гос. изд. полит. лит., 1961.
3. Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А. М. Прохоров. – М. : Сов. Энциклопедия, 1983. – 928 с.
4. Черных К. Ф. Введение в анизотропную упругость. – М. : Наука, 1988. – 192 с.
5. Шпилов А. С. Критерии предельного состояния материалов планального и аксиального классов гексагональной сингонии / Интенсификация рабочих процессов строительного производства : Тем. сб. науч. тр. – К. : НСНО, 1993. – 320 с.
6. Юланов О. Природа разума (книга 1). Триединство природы. Ч. 3. Законы эволюции Вселенной. Гл. 3.1. Критика Большого взрыва. Биологическая Вселенная. Интернет-издание. – Ч. 4. – Екатеринбург, 2005.

SUMMARY

Problem statement. Significant difficulties appeared while the attempts to use the concept and the model of three-dimensional space for solution of the problems, for example, in mechanics of deformed anisotropic bodies, in physics for development of the theory of elementary particles and single theory of field. It is expected that new ideas will appear in the mentioned sciences with opening real dimensionality of anisotropic environment spaces. Dimensionality of space is the number of independent dimensions characterizing the environment.

Analysis of publications. Nowadays there are two approaches to the explanation of the space. The basis of the first one is on Democrit's idea used by Newton where vacuum is referred as the special kind of objective reality.

The second approach of understanding the space comes from Aristotle and Leibnitz. They consider geometrical characteristics of the material objects and properties of their environments [3].

A number of scientists stick to the combined version of the views on the space. According to M.I. Duplischev [1, page 28], «SPACE together with MATTER is the primary substance of the NATURE... and everywhere has its material content... is the endless reservoir of discrete matter of any forms and structural creations» [1, page 32]. Pramatter filling the space is ether. Ether particles are absolutely elastic small balls moving chaotically in the vacuum. [1, page 28]

O.Yulanov [6] thinks that the ether of physical vacuum is torsional (twisted, vortical) electromagnetic field, energy carriers that create the particles of the substance.

F. Engels [2] stated that through any point it is possible to draw three mutually perpendicular lines that means 2 vectors of the opposite direction. That is why vacuum is 6-dimensional. Nowadays it is supposed that the space is 3-dimensional.

To discover independent spatial directions in the environment, which resist to deformations of stretching and pressing in different ways, there were taken the following postulates:

1) two opposite vectors of different signs on one line acting by turns are independent and create 2-dimensional space;

2) two perpendicular vectors of the same or different signs acting simultaneously are independent and the space in case of different vector signs is divided by the bisector of the angle between them on two nonuniform spaces;

3) on the plane four perpendicular vectors coming from the same origin of coordinates pairwise positive and negative but not having turns of the signs, acting by turns in pairs, create two 2-dimensional independent spaces divided by the bisector on the positive and negative direction of the vectors;

4) two opposite differently signed 3-dimensional bases combined by the the same origin of coordinates, deviatoric plane and perpendicular hydrostatic axis divided on the negative and positive directions create 6-dimensional basis.

Conclusion. These postulates combined with the turns of 6-dimensional basis around its hydrostatic axis on the angles multiple of 90° , made it possible to come to the conclusion: dimensionality of the space of fully anisotropic environment is 24. Geometric model of such space represents a set of 8 three-dimensional rectangular coordinate systems consisting of 4 bases of positive and 4 bases of negative direction of the axis of coordinates coupled by common deviatoric plane and hydrostatic axes, lying at the same line divided by the starting point of the coordinate in two opposite directions, wherein systems in pairs as a whole are turned around hydrostatic angle of 90° , 180° , 270° relatively to one basis taken as a source.

There were given the examples of using open space in application to development of different-module theory of elasticity and for determination of the criteria of limiting state of anisotropic bodies while its tension.

REFERENCES

1. **Duplischev M. I.** Teoreticheskie i eksperimental'nuye issledovaniya yavlenii izlucheniia i rasprostraneniya sveta v prostranstve: (biograficheskii ocherk) / O. M. Duplischev, M. I. Duplischev. – D. : Art-press, 2012. – 352 s.

2. **Marks M., Engels F.** Sochineniya. Izd. 2-e – T. 20 – M. : Gos. izd. polit. lit., 1961.

3. Fizicheskii entsyklopedicheskii slovar' / Gl.red. A. M. Prohorov. – M. : Sov. Entsyclopediya, 1983. – 928 s.

4. **Chernyi K. F.** Vvedeniye v anizotropnyuyu uprugost – M. : Nauka, 1988. – 192 s.

5. **Shipilov A. S.** Kriterii predel'nogo sostoyaniya materialov planal'nogo i aksial'nogo klassov geksagonalnoi singonii / Intensificatsiya rabochih protsessov stroitel'nogo proizvodstva : tem. sbor. nauch. tr. – K. : NSNO, 1993. – 320 s.

6. **Yulanov O.** Priroda razuma (kniga 1). Triedinstvo prirody. Ch. 3. Zakony evolyutsii Vselennoi. Glava 3.1. kritika Bolshogo vzryva. Biologicheskaya Vselennaya. Internet-izdanie. – Ch. 4 – Yekaterinburg, 2005.