Мстислав Казаков

КАЗАКОВ Мстислав Андрійович *– здобувач кафедри теорії та практики управління Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Сфера наукових інтересів – епістемологія та філософія науки, філософія свідомості (аналітичний підхід), аналіз феномену псевдонауки, філософія мови.*

ІНТЕНСІОНАЛЬНО-ПРАГМАТИЧНИЙ ПІДХІД ДО АНАЛІЗУ D-ПРОПОЗИЦІЙ У ФОРМАЛЬНИХ СИСТЕМАХ: МЕТАМАТЕМАТИЧНИЙ АСПЕКТ

У статті пропонується вирішення проблеми верифікації математичних D-пропозицій (пропозицій, істинність яких ґрунтується на їх доведеності в межах однієї або декількох формальних систем) шляхом звернення до засновків метаматематичного характеру, які виключають контекст партикуляризованої формальної системи. До таких засновків можна віднести прагматичні аспекти існування формальної системи, наявність інтенсіоналів трьох класів в рамках кожної конкретно взятої системі, або наявність вирішальних аргументів «A-типу» в рамках кожного конкретного доказу. Дані аргументи, на думку автора, слід відокремлювати від сингулярних P-пропозицій, які виступають антецедентами доказу істинності / хибності конкретно взятої D-пропозиції, але не здатні виступати в якості повноцінних епістемічних гарантій її істинності за відсутності вирішальних аргументів, які імплікують істинність / хибність D-пропозицій.

Ключові слова: *метаматематика, D-пропозиції, інтенсіонал, прагматика, формальні системи, доведення, алгоритми, аксіоми.*

Помимо интенсиональных и экстенсиональных истин, проблемы, сформулированных Фреге [7], Расселом [14], и Карнапом [3], в метаматематике существует также проблема дихотомии истин по их эпистемическим гарантиям, независимо от типа отношений, в которые вступает то или иное суждение. Интенсиональные истины Карнапа, говоря современным языком [12], можно считать концептуальными

http://doi.org/10.5281/zenodo.208944

объяснениями (установлением отношений между двумя определениями или определением и термином или концептом), в то время как экстенсиональные истины следует относить к каузальным объяснениям (установлениям отношений между объектом реальности и его описанием или концептом, выражающим этот объект). Однако, и интенсиональные и экстенсиональные истины каждая также могут делиться на P- или D-истины (с разным уровнем превосходства в отдельно взятом языке или формальной системе). Основанием этих истин служат P- или D-пропозиции, эпистемическая гарантия которых является асимметричной. D-пропозиции – это пропозиции, которые могут быть построены лишь в ходе диалога в результате исчерпывающего доказательства, составленного из совокупности P-пропозиций (сингулярных истинных / ложных суждений), либо – в случае эмпирических наук – благодаря остензии и эксперименту. Эпистемические гарантии P-пропозиций в рамках конкретной формальной математической системы не нуждаются в конструктивном обосновании, в то время, как D-пропозиция может быть получена лишь путем ограничений, гарантий, опровержений или через создание формальных систем, в которых такие предложения будут истинны. В свою очередь, это говорит о необходимости пересмотра прагматических аспектов построения формальных систем и формальных моделей на уровне метаматематики: каждая система, выстроенная в духе операционализма с соответствующими ограничениями, метаязыковыми знаками, аксиомами и алгоритмами, обладает своими собственными эпистемическими гарантиями, которые не нуждаются в обязательном онтологическом обосновании и непротиворечивости по экстенсионалам. Однако, формальная система всегда неизменно нуждается в условиях производства неограниченного количества высказываний и исчислений за счет ограниченного числа алгоритмов, операциональных возможностей, ограничений и разрешений. Это, в свою очередь, достижимо путем построения ограниченной, замкнутой операционально, рекурсивной и непротиворечивой формальной системы, способной обеспечивать производство D-пропозиций определенного конкретного типа (или типов), основываясь на конечном количестве условий, выражаемых аксиомами или описаниями алгоритмов. Подобную мысль высказал Л. Витгенштейн в «Заметках по основаниям математики» (II. 1939-1940 гг.), когда, в противовес идеям Фреге и Пеано, по мнению которых вся математика должна быть выводима из ограниченного числа аксиом [2], писал: «Математика – это пестрая смесь техник доказательства. – И на этом основывается возможность ее многообразного применения и ее значимость» [1, с. 90].

Однако, при этом, следует понимать, что каждая новая математическая система должна быть верифицируемой и открытой для критики на формальном уровне, способной указать на необходимость абстрагирования, редукции или наоборот – допускать своего рода «номинализации» наиболее абстрактных типов к более конкретным вариантам (вроде элиминации классов более высокой мощности в пользу классов с меньшей мощностью, если мы, например, говорим о теории множеств или о формальной системе, связанной с натуральными классами в метафизике). Подобный анализ формальных структур и построений возможен лишь при интенсионально-прагматическом анализе. Исходя из этого, наша цель – предложить требования и процедуры, которым может быть подвержена формальная система с целью установления ее операциональной валидности, в интенсионально-прагматическом ключе, основываясь на разработках, предложенных в номиналистической семантике Н. Мулуда, в критике крайнего антиреализма у Д. Лиггинса и в некоторых аспектах философии позднего Л. Витгенштейна.

В первую очередь, вернемся к основаниям доказательства в конкретно взятой формальной системе. Доказательство в ней является в первую очередь логическим, то есть проистекающим из безусловной надежности основных логических законов и правил логического вывода, утверждаемых в качестве оснований формальной модели, в рамках которой производятся доказательства и опровержения. Таковы, например, основания закона исключенного третьего в двухзначной логике: «p или не-p». Однако, в трехзначной логике этот закон может и не соблюдаться. Вполне очевидно, что здесь истинность «p или не-p» зависит от условий, правил и алгоритмов, в которых производится исчисление, таких, как, например, вхождение или запрет на вхождение в систему тех или иных элементов (если в систему S входит, например, элемент p’, согласно правилам системы представляющий собой «среднее между p и не-p», закон исключенного третьего может игнорироваться). Соответственно, «p или не-p» может рассматриваться как D-пропозиция, зависимая от совокупности P-пропозиций, каждая из которых представляет собой один из шагов в доказательстве истинности или ложности D-пропозиции в рамках формальной системы, обосновываемой P-пропозициями. Можно взять другой пример сверхлогического типа – предложение P(P), в котором значение P(E) было бы, например, ~E(E). Данное предложение не содержит переменных, поскольку отрицание предложения, утверждающее его же, не может существовать в рамках логической системы, однако, оно может существовать в рамках другой системы – системы демонстрации сверхлогических предложений, для которых условием существования (конституентой) может считаться немыслимость предложений с точки зрения логики (см. [1, с. 139]).

Примером доказательства математического D-предложения может служить описание схемы доказательства у Э. Бета [10], построенное в духе конструктивной логики: $(P_1, P_2, \ldots P_n, A) \Rightarrow B \ \& \Rightarrow \& \ (A \longrightarrow B)$. Данное выражение может читаться следующим образом: «если устанавливается, что присоединение суждения А к совокупности посылок $(P_1, \ldots P_n)$ ведет к истинности выражения В, то, отказавшись от В, мы автоматически должны отказаться от А, что ведет к ложности совокупности посылок, что, в свою очередь, говорит о том, что импликация $(A \longrightarrow B)$ должна быть обоснована в рамках системы». Если попытаться придать значения посылкам и выражению А по алгоритму «примеров-контрпримеров», описанному И. Лакатосом, доказательство истинности В в рамках системы может, например, иметь следующий вид:

1). P_1 может обладать значением: «Пускай В ложно, тогда P_2»;

2). P_2 может обладать значением: «Если В ложно, то Х»;

3). P_n может обладать значением: «Но не Х, потому что С».

4). Выражение А может выглядеть как: «Если С и не-Х, то не-P_2 и если не-P_2, то В».

5). Если А, то В.

Таким образом, изначальные посылки доказательства оказываются заведомо ложными для того, чтобы быть опровергнутыми «решающим аргументом» (понятием, выводимым из эпистемологии Поппера [5]). При этом, в каждой системе доказательств возникает вопрос об истинности А и его полномочиях на опровержение того или иного Р-предложения. Вполне очевидно, что А, являющееся эпистемическим гарантом истинности D-предложения В, также является Р-предложением. Выражаясь языком П. Лоренцена, оно Р-определенно [13]. Но при этом, его эпистемическая ценность превосходит ценность Р-предложений, выступающих посылками в 1).-3). приведенного доказательства. В случае с объектами физической реальности, мы просто апеллируем к онтологии, используя «grounding»-обоснование, т.е. строим критический аргумент согласно корреспондентской теории истины, основания которой заложены А. Тарским. Но реализм не спасает нас, когда А является элементом формальной системы, и речь идет о выводе и посылках, не имеющим соответствующего референта в физической реальности. Тогда доказательство доказывает, в первую очередь, не нечто, скрытое за ним в онтологическом фундаменте, но само доказательство, а импликация $(A \longrightarrow B)$ представляет собой некий «образец», как выражается Витгенштейн. Этот образец, в свою очередь, формирует новую математическую парадигму, выходящую за пределы существующих систем и моделей, но существующую так же правомерно. Одновременно с этим, мы не можем говорить о том, что Р-предложение А превосходит остальные доказательства по своей эпистемической ценности исключительно за счет конструкции доказательства (несмотря на очевидно конструктивный характер D-предложения B). Что предоставляет A особый статус, дающий обосновывать истинность B? Вполне очевидно, это операциональные предпосылки, алгоритмы, согласно которым изначально функционирует формальная система. Иными словами, алгоритмы как правила действий, которым может следовать математик в рамках той или иной формальной системы, формируют парадигму действия и тип высказываний, получаемых при исчислениях в рамках формальной системы. И эти алгоритмы предоставляют «критическим аргументам» вроде A привилегированный статус относительно других P-пропозиций. Их характер – не прокламационный, но ограничительный. В другом случае, они выступают «медиатором», представляющим собой суждение, интенсионально тождественное аксиоме, но используемое не как аксиома, входящая в доказательство, а как аргумент. Довольно ярким примером того, как ограничивают и одновременно дают возможность действовать алгоритмы, являются ограничения, которые накладывает Р. Смаллиан на элементарную формальную систему в одной из своих работ:

«Пусть K – алфавит, состоящий из двух знаков a и b. Предположим, что мы хотим определить множество S всех выражений, составленных из двух чередующихся знаков a и b, т.е. строк, которые не содержат двух последовательных вхождений a или b» [6, с. 16]. Подобное множество, согласно Смаллиану, ограничено 4-мя базовыми знаками, исключая кванторы и юнкторы, и само содержание этого множества определяется посредством формулировки семи аксиом: 1) Sa; 2) Sb; 3) Sab; 4) Sba; 5) Sxa ⟶ Sxab; 6) Sxb ⟶ Sxba; 7) Метааксиома, представляющая собой основу для высказывания A в приведенной импликации Э. Бета: «Никакой элемент не находится в S, если это не следует из аксиом 1 – 6» [6, с. 16]. Вводя дополнительное правило выводимости, Смаллиан конституирует выводимость неограниченного числа высказываний X из аксиом 1 – 6. Таким образом, речь идет о том, что X составляется из i числа символов алфавита K и переменных, вхождение которых в систему допустимо на основании аксиом 1 – 6. Мы можем использовать систему Смаллиана для конкретизации приведенного выше алгоритма доказательства импликации (A⟶B). Предположим, что B означает: «$X_E = a_1a_2z'b_1z$ и X_E не является термом системы S», что необходимо доказать. Тогда:

1). P_1 может обладать значением: «Пускай X_E – терм системы S»;

2). P_2 может обладать значением: «Тогда Sz и z не является любой строкой (как *x* в аксиомах 5 и 6), а представляет собой такой же элемент S, как a или b»;

3). P_n может обладать значением: «Если X_E – терм S, тогда элемент z находится в S».

4). Тогда A будет конкретизацией общей аксиомы 7 Смаллиана, высказыванием: «Элемент z не находится в S, если это не следует из аксиом 1 – 6».

5). Поскольку z не следует из аксиом 1 – 6, B истинно, а если B истинно, то X_E не является термом системы S.

Вполне очевидно, что привилегированность аксиомы 7 определяется исключительно интенсионально-прагматическими аспектами: назначь мы z элементом, тождественным субстанционально элементу x, получающему право на вхождение в систему на основании аксиом 5 и 6, X_E был бы термом S, но, поскольку интенсиональное значение z в S в случае с этим доказательством приравнивается к интенсиональным значениям a и b, изначальные условия аксиоматики элементарной формальной системы, в рамках которой происходит доказательство, нарушаются. Таким образом, можно также говорить о том, что наивысшей гарантией парадигмальности системы S является аксиома 7, представляющая крайний рубеж операциональным возможностям, которые предоставляют субъекту аксиомы 1 – 6, дающие, безусловно, неограниченное количество D-пропозиций, алгоритм создания которых подвержен конкретным ограничениям, которые формулируются в седьмой аксиоме. Аксиоматизация представляет собой условия партикуляризации парадигмальности формальной системы, условия создания системы путем создания отличий от других существующих формальных систем и обоснования необходимости введения системы различений. Пример полипарадигмальности партикулярного математического выражения, имеющего P-форму, но представляющему собой D-пропозиции в контексте анализа формальных систем, можно встретить в примечании 1, Ч.2, гл. IV, § 1. работы Ноэля Мулуда «Анализ и смысл». Говоря о структуре выражения в контексте проблемы интенциональных значений (как концептуальных отношений), Мулуд пишет: «Выразить структуру функции «$y = ax^2$» – это значит в языке анализа зафиксировать модус непрерывности и основания симметрии некоей параболической формы; в языке теории множеств – выявить закон проекции реальных тел на одно из подмножеств; в языке комбинаторики – обозначить иерархию синтаксических категорий посредством формулы BWax = y» [4, с. 198]. Таким образом, мы говорим о наличии трех математических парадигм, в контексте которых может восприниматься одна и та же функция, и этот контекстуальный груз представляет собой интенсионально-прагматический фундамент, делающий функцию «$y = ax^2$» D-истиной. Структура же функции в данном случае зависит от взаимодействия законов, которые определяют формирование этой функции в каждой конкретно взятой формальной системе. Соответственно, и Р-предложения, выводимые из «$y = ax^2$» в рамках каждой конкретно взятой парадигмы, ведут к разным результатам, представляя собой множества высказываний, которые не будут совпадать по значению.

Следуя Лиггинсу [12, с. 89], можно подчеркнуть, что они, таким образом, не будут образовывать концептуальных отношений друг относительно друга. Так, мы можем сказать, что, например, математическое выражение *b* будет следовать из выражения *a*, если *a* предицируется определенным образом в рамках парадигмы формальной системы P_1, и *c* будет следовать из *a* (вид которого сохраняется), если *a* предицируется в рамках парадигмы формальной системы P_2. Налицо вывод, противоречивый с точки зрения экстенсиональных языков: «a = a, если a, то b и если a, то c, но не b и c». Однако, экстенсиональный подход говорит о математических объектах, в то время как, принимая номиналистическую установку, напоминающую субстанционально-атрибутивную теорию тропов Д. Армстронга [8], мы можем, скорее, говорить о двух математических тропах – $P_1(a)$ и $P_2(a)$ (выраженных на инстанциированной субстанции «математики»), и тогда две непересекающиеся импликации дадут непротиворечивый результат, обеспеченный интенсиональными отношениями между математическими выражениями. В рамках подобного подхода, можно также сказать, что A является подобной экземплификацией любой аксиомы или алгоритма в пределах формальной системы. Пример того, когда один алгоритм становится на мета-уровень по отношению к двум формальным системам S и S’, соединенным в одну, можно встретить и у Фреге, когда тот использует общие свойства классов, образующие последовательности, для создания индуктивной таблицы (приведем лишь конечные значения: $(1 = 1 \longrightarrow 1' = 1') \ldots (m' = n' \longrightarrow m = n)$. По мнению Мулуда, если мы говорим об импликации с *m* и *n*, «отрицание этого тезиса равнозначно отказу от консеквента при принятии антецедента. Однако антецедент может быть построен в таблице референтов лишь при условии, что консеквент уже был предварительно построен. Тезис является разрешимым или D-определимым на основе действительно формулируемых Р-определенных выражений» [4, с. 149]. При этом, следует подчеркнуть, что основания в виде консеквентов были даны в индуктивном виде, и подобного рода индуктивность вполне совпадает со способами аксиоматизации формальных систем, поскольку дедуктивные возможности систем, обоснованных подобным образом, всегда ограничены. Но это ограничение в данном случае носит конструктивный характер – оно создает рекурсивные процедуры разрешения, позволяющие строить бесконечное количество D-пропозиций при условии непротиворечивости аксиоматической системы, представленной – в прескриптивной форме – аксиомами и – в операциональной форме – алгоритмами. Предпосылками для создания операциональных и прескриптивных «настроек» аксиоматической системы являются интенция автора и установление им непротиворечивого типа интенсиональных (концептуальных) отношений между понятиями, алгоритмами и доказательными процедурами внутри системы, которую их совокупность образовывает.

Однако, указания на интенсиональные отношения между выражениями недостаточно для установления истинности D-пропозиции, равно как недостаточно и простого отнесения этой пропозиции к формальной системе. Неверно также, что критериями верификации в пределах системы являются исключительно рекурсивность и непротиворечивость. Не менее важный критерий – интенсионально-прагматический анализ, то есть поиск в совокупности алгоритмов, дающих новые связи в отдельно взятых исчислениях, в элементах, делающих формальную систему операционально ликвидной, возможностей выведения доказательства истинности порождаемых системой D-предложений. Для этого, по нашему мнению, необходимы следующие шаги:

(1) Отделение посылок от решающего аргумента и наличие этого решающего аргумента, носящего в первую очередь ограничивающий характер. Так, изначальные логические или эмпирические посылки могут быть ложными и для самой системы S, однако, наличие аргумента A, по статусу являющемуся P-пропозицией, как и предыдущие посылки, должно вести напрямую к истинной D-пропозиции, принадлежащей формальной системе. Гарантия истинности A – установление интенсионального значения между семантическим содержанием A и одной из аксиом, на которых основана система S, где A будет относиться к S как экземплификация универсалии.

(2) Установить все возможные схемы доказательства в рамках формальной системы, зафиксировав их как типы связей, возникающие в формальной системе. Одновременно с этим, если некая D-пропозиция будет обосновываться за счет схемы доказательства, не присущей системе изначально, такую D-пропозицию следует рассматривать как ложную до тех пор, пока использование этого нового доказательства не будет обосновано средствами самой системы или не будет продемонстрирована необходимость выхода за пределы системы в частном конкретном случае (в этом случае, возникает новая формальная система, обладающая новыми связями, в которую старая система входит либо целиком, либо частично).

(3) Следуя Витгенштейну, можно также сказать, что система должна обладать образцом доказательства, указывающим на парадигму, в пределах которой анализируется D-пропозиция. «Доказательство показывает нам, что должно получиться. – И поскольку каждое воспроизведение доказательства должно демонстрировать именно это, то оно должно автоматически воспроизводить, с одной стороны, результат, а с другой – обязательность его сохранения» [1, с. 97]. Для формальных систем это значит наличие как минимум одного примера, в котором наблюдаются условия и результат, с которыми могут сравниваться остальные D-пропозиции, которые можно (или нельзя) получить в рамках системы (вроде D-предложения системы предложений сверхлогического типа, рассмотренного выше).

(4) В случае апелляции ко внематематическому применению знаков в ходе доказательства в пределах формальной системы, необходима демонстрация истинности триадических каузальных отношений типа «объект – математический знак – формальная система», как это может иметь место в теории множеств в математике или в теории универсалий в метафизике. В этом случае, «подсоединение» онтологических ограничений и предпосылок играет роль ключевого аргумента типа А согласно требованию (1), разрушающего или подтверждающего посылки и апелляции, выдвинутые до А.

(5) Анализируя формальную систему, необходимо также установить наличие трех крупных классов элементов, без которых невозможна никакая формальная система (вопреки семантике Рассела, согласно которой, для формальной системы достаточно наличия референтного поля и интенсионального содержания [14]). Первый класс – изначальные аксиомы, представленные, по Карнапу, предложениями псевдообъектного типа [11], и совокупность интенсиональных значений вводимых терминов. Этот класс, собственно, задает условия существования системы и ее операциональные возможности, а также перечисляет все сущности и математические объекты, с которыми оперирует система. Второй класс – совокупность систем и алгоритмов доказательств, из которых выводимы партикулярные D-пропозиции или же новые понятия, вводимые посредством конструктивной деятельности. Критерием понимания конструктивного доказательства в математике служит то, что математик в состоянии делать с предложениями доказательства. Предположим, некто учит субъекта уравнению эллипса. Для его понимания мы предварительно должны изучить ряд понятий, без которых это обучение невозможно, и которые сразу очерчивают операциональную плоскость, в пределах которой мы сталкиваемся с этим уравнением: аффинная система координат; общее уравнение «плоской» прямой; уравнение линии

2-го порядка; канонический вид уравнения и т.д. Лишь потом мы обучаемся уравнению эллипса. Из этого уравнения, выступающего медиатором между аксиоматикой парадигмы и частным случаем, выводимы, собственно, частные случаи, сингулярные D-предложения, представляющие собой третий класс. Изучив понятие «уравнение эллипса», мы можем также увидеть другой тип доказательства: доказательство того, что конкретный эллипс E и прямая *a* пересекаются в точках X и Y. Мы имеем дело с новым понятием (связанным с конкретными значениями (E, *a*, X, Y)), однако его объем не совпадает с объемом понятий второго класса, представляющими собой своего рода универсалию, на основе которой экземплифицируется доказательство пересечения E и *a* в точках X и Y. Но и само это понятие второго класса выступает в качестве опосредующего кода (по выражению Р.В. Бирдсмора [9]) между конкретным случаем, который описывается единичным понятием и «миром», который формируется псевдообъектными предложениями аксиом, конституирующими условия действий и сами алгоритмы, задающие существование формальной системы.

(6) Формальная система, представляемая математиком, описывается как непротиворечивая и рекурсивная модель с конечным количеством алгоритмов и операциональных предписаний, способная порождать потенциально бесконечное количество высказываний и результатов исчислений. Однако еще одним критерием оценки этой модели должна стать оценка этих высказываний и исчислений в отрыве от модели, делающей их существование возможным. Иными словами, речь о необходимости демонстрации эффективности модели, преимуществ, которые дает формулирование этих высказываний и область их применения на формально-теоретическом или прикладном уровнях. «Модель ради модели» не может иметь ничего общего с математической деятельностью, поскольку формальные системы имеют прагматически-ориентированный генезис – та или иная область математического знания или междисциплинарная область со включением математики (такая как, например, математическая экономика). «Чистый» прагматический аспект формальной системы не подлежит никакому формальному анализу или перепроверке интенсионалов внутри системы – он может быть основан исключительно на герменевтическом подходе и «вопрошании» автора в случае, если цели и преимущества модели не выводятся явно из получаемых D-истин.

Витгенштейн считал, что логический вывод представляет собой «часть языковой игры. И тот, кто делает логические заключения в языковой игре, следует определенным инструкциям, которые были заданы при изучении самой языковой игры» [1, с. 189]. D-пропозиции математики представляют собой содержание разных языковых математических игр. Часто, их значение ограничивается правилами, аксиомами и алгоритмами, которые существуют лишь в рамках одной конкретно взятой формальной системы. В других случаях, их истинность выходит за пределы одной системы, либо же одно высказывание имеет абсолютно разные критерии его истинности как D-пропозиции, и разное значение, существование которого обеспечивается совокупностью разных наборов P- и A-пропозиций через доказуемость в рамках совокупностей правил, ограничений и алгоритмов. И верификация D-пропозиций математики, по нашему мнению, должна обеспечиваться не только изучением правил их образования, но также и через выход за пределы системы, анализ самой совокупности правил, причин создания формальной системы и преимуществ, которые дает ее существование по отношению к остальным формальным системам и математическому знанию как таковому. Эта цель, в свою очередь, достижима лишь в ходе интенсионально-прагматического подхода к изучению предложенных математиком идей. Анализ же в интенсионально-прагматическом ключе делает возможным определение правомерности существования D-пропозиций определенного типа в случае, если их легитимация не является самоочевидной для внешнего наблюдателя, изначально незнакомого с новой формальной системой.

Література

1. *Витгенштейн Л.* Философские работы. Часть II / Л. Витгенштейн. Вступ. Статья М.С. Козловой. Перевод М.С. Козловой и Ю.А. Асеева. М.: Издательство «Гнозис», 1994. – 214 с.

2. *Гёдель К.* Современное положение дел в основаниях математики // О Гёделе / Я. Хинтикка; Статьи / К. Гёдель. Составление, редакция и перевод В.В. Целищева и В.А. Суровцева. – М.: «Канон+» РООИ «Реабилитация», 2014. – С. 108-124.

3. *Карнап Р.* Значение и необходимость: Исследование по семантике и модальной логике / Р. Карнап. Пер. с англ. / Общ. ред. Д.А. Бочвара. Предисл. С.А. Яновской. Изд. 2-е. М.: Издательство ЛКИ, 2007. – 384 с.

4. *Мулуд Н.* Анализ и смысл / Н. Мулуд. Перевод с французского Автономовой Н.С. и Муравьева Ю.А. Общая редакция и вступительная статья кандидата философских наук Метлова В.И. М.: «Прогресс», 1979. – 358 с.

5. *Поппер К.* Логика и рост научного знания: избранные работы / К. Поппер. Сост., общ. ред. и вступ. ст. д.ф.н. В.Н. Садовского. М.: «Прогресс», 1983. – 605 с.

6. *Смаллиан Р.М.* Теория формальных систем / Раймонд М. Смаллиан. Перевод Н.К. Косовского; под ред. Н.А. Шанина. М.: «Наука», 1981. – 208 с.

7. *Фреге Г.* Логика и логическая семантика / Г. Фреге. Пер. с нем. / Под ред. З.А. Кузичевой; вступ. ст., введ. и послесл. Б.В. Бирюкова; Коммент. Б.В.

Бирюкова, З.А. Кузичевой. Изд. 2-е, испр. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. – 512 с.

8. *Armstrong D.M.* Universals: an opinionated introduction / D.M. Armstrong. Boulder: Westview Press, 1989. – 160 p.

9. *Beardsmore R.W.* Moral reasoning / R.W. Beardsmore. London: Routledge & Kegan Paul, 1969. – 146 p.

10. *Beth E.* Formal methods / E. Beth. Dordrecht, Holland, Reidel, 1962. – 170 p.

11. *Carnap R.* Philosophy and logical syntax / R. Carnap. AMS Press, Inc., 1979. – 100 p.

12. *Liggins D.* Deflationism, conceptual explanation, and the truth asymmetry / D. Liggins // The Philosophical Quarterly. – 2016. – № 66, Vol. 262. – pp. 84-101.

13. *Lorenzen P.* Formal logic / P. Lorenzen. Springer, 1964. – 123 p.

14. *Russell B.* Mathematical logic as based on the theory of types / B. Russell // American journal of mathematics. – 1908. – № 30. – pp. 222-262.

Казаков М.А.

ИНТЕНСИОНАЛЬНО-ПРАГМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ D-ПРОПОЗИЦИЙ В ФОРМАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ: МЕТАМАТЕМАТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

В статье предлагается решение проблемы верификации математических D-пропозиций (пропозиций, истинность которых основывается на их доказанности в пределах одной или нескольких формальных систем) путем обращения к исключающим контекст формальной системы основаниям метаматематического толка, таким как прагматические аспекты, наличие интенсионалов трех классов внутри системы или наличие решающих аргументов «А-типа» в каждом конкретном доказательстве. Последние предлагается отделять от P-пропозиций, выступающих посылками доказательства истинности / ложности конкретно-взятой D-пропозиции, но неспособных выступать в качестве полноценных эпистемических гарантий его истинности при отсутствии решающих аргументов, имплицирующих истинность / ложность D-пропозиции.

Ключевые слова: *метаматематика, D-пропозиции, интенсионал, прагматика, формальные системы, доказательство, алгоритмы, аксиомы.*

Kazakov M.A.

INTENSIONAL-PRAGMATICAL APPROACH TO D-PROPOSITIONS ANALYSIS: A CASE FOR METAMATHEMATICS

The paper is dedicated to the problem of analysis of D-propositions in mathematics (from the position of metamathematics). D-propositions, as for Mouloud and Lorenzen, are understood as sets of mathematical proposition which represent the result of conjectures-proofs/refutations process or logical deduction (which, in their turn, consist of singular propositions, represented by P-propositions). The author tries to indicate the insufficiency of the analysis of the course of the proof and the proof system itself in a particular formal system; the algorithms, provided by the formal system; the operational scope of the formal system for the verification of particular exemplified D-proposition. Instead of narrowing the analysis of D-propositions within the formal system itself, it is proposed, following Wittgenstein, to come out of the limits of a singular formal system and to turn to metamathematics, which is seen as the grounding for the construction of each particular formal system within the scope of mathematical knowledge.

While analyzing the problem from the metamathematical point of view, it is also proposed to include to the field of analysis the pragmatic aspect. In case for metamathematics, the concept 'pragmatic' means: the efficiency of formal system and the judgments derived from it for the salvation of the particular mathematical (as well as trans-mathematical) tasks; the author's intentions concerning the creation of the formal system and his expectations of its scope and limits. The second metamathematical aspect, which is proposed to be included into the analysis, is the intensional aspect, by which the philosophers shouldn't see only the meanings of concepts or mathematical propositions. The analysis of intension should also include the research of quality and character of relations between the three classes, which, to author's mind, are inevitably exist in every formal system: the primordial set of axioms and intensional-extensional meanings of the terms and concepts introduced as the basic elements of formal system set of proofs, grounded on the axioms, from which the particular propositions are derived (the amount of proposition may be potentially infinite or, vice versa, strictly quantified due to the conditions and rules, set by the first class); the singular D-propositions themselves, which are derived from the operations within the scopes of second class (including the false D-propositions, the possibility of falsity of which is an important element of a primordial set of algorithms and axioms, enabling the possibility of falsity of the proposition of a particular type, but not a falsity «in general»).

Background of the problem is analyzed within the context of Frege – Russell – Peano interpretation of mathematical knowledge and the theories 'hard core' and their criticism by late Ludwig Wittgenstein, particularly, taking into consideration his understanding of the essence of 'proof' in mathematics and the concept of 'mathematical language-game'. The author also appeals to David Liggins' concepts of 'causal relation' and 'conceptual relation' which represent the development of Carnap's intension / extension dichotomy, however, grounded on metaphysics similar to the correspondence theory of truth of Tarsky or Churchland. The foundations of the method of intensional-pragmatical analysis of formal system are, eventually, introduced in 6 paragraphs. To author, the proposed demands to the formal system evaluation, as well as the procedures of analysis themselves, are seen only as a beginning of the new metamathematical research program, which should be complemented by the new procedures and demands, reconceptualized and, surely, argued, as well as moved beyond the D-propositions of the mathematics to other areas of language.

Keywords: *metamathematics, D-propositions, intension, pragmatics, formal systems, proof, algorithms, axioms.*

Надійшла до редакції 3.09.2016 р.