



Journal of Materials and Engineering Structures

Research Paper

Etude de la vibration transversale pour les nanotubes en carbone

Study of the Transverse Vibration for The Carbon Nanotubes

Berrabah Hamza Madjid^{a,c,*}, Adda Bedia El Abbas^{b,c}, Zemri Amine^{b,c}

^a Département de génie civil, centre universitaire de Relizane, Relizane, Algérie

^b Département de génie civil, université de Djillali Liabes, Sidi Bel Abbes, Algérie

^c Laboratoire des matériaux et hydrologies, Sidi Bel Abbes, Algérie

ARTICLE INFO

Historique de l'article :

Recu : 15 février 2015

Accépté : 30 avril 2016

Mots clés:

nanotubes en carbone

vibration

milieu élastique

fréquence

Keywords :

Carbon nanotubes

vibration

elastic materials

frequency

RESUME

Cette étude est consacrée sur le comportement dynamique des poutres composites en matériaux graduellement évalués à travers l'épaisseur. Notre travail est consacré à l'analyse des fréquences normales des poutres composites en FGM utilisées dans le renforcement des structures en génie civil souvent soumises à des chargements vibratoires dus aux séismes. Les caractéristiques de vibration des poutres spécifiques telles que les poutres encastées libres et orthotropiques sont étudiées sans inclure la déformation due au cisaillement et à l'inertie de rotation. Nous introduisons les effets de la déformation transversale due au cisaillement et l'inertie de rotation pour la prévision précise des fréquences normales. Une application aux nanotubes en carbone a été étudiée.

ABSTRACT

This study concerns the dynamic behavior of composite beams gradually evaluated through the thickness materials. Our work is devoted to the analysis of natural frequencies of composite beams FGM used in building structures in civil engineering often subjected to vibration loads due to earthquakes. The vibration characteristics of specific beams such as free and orthotropic fixed beams are studied without including deformation due to shear and rotational inertia. We introduce the effects of transverse deformation due to shear and rotational inertia for the accurate prediction of normal frequencies. An application to carbon nanotubes was investigated.

* Corresponding author. Tel.: +213 790351763.

E-mail address: b_hamza_2005@yahoo.fr

1 Introduction

Les nanotubes en carbone type (DWNT) sont utilisés pour les nanoélectroniques, nano-dispositifs, et nano-composites [1 – 5] en raison de leur caractéristiques électroniques, mécaniques, et d'autres propriétés physiques et chimiques. Le comportement mécanique de (DWNT) a été le sujet de nombreuses études récentes de recherche. Puisque les expériences nano-échelles sont difficiles, et les simulations dynamiques moléculaires demeurent chères et particulièrement complexe pour des systèmes à grande échelle, les modèles élastiques continus ont été largement utilisés avec succès pour étudier le comportement mécanique de (DWNT), comme la flexion [6], les vibrations thermiques [7 – 8], les fréquences de résonance et les modes [9 – 10]. Dans cette partie, on étudie les fréquences de résonance et les modes vibratoires d'un nanotube de carbone type DWNT incorporé dans un milieu élastique. L'analyse est basée sur un modèle multiple de poutre élastique. Le milieu élastique exerce par hypothèse une pression p par unité de longueur suivant l'axe x , agissant sur le tube extérieur, cette pression est due à l'entourage du milieu élastique. Ce modèle, consiste à modéliser le milieu d'entourage comme une suite de ressorts indépendants tous identiques et de module de réaction k_1 .

De ce fait, le milieu exerce une densité de force de rappel égale à $-k_1\omega$, là où le signe négatif indique que la pression $c_1(\omega_2 - \omega_1)$ est opposée à la déflexion du tube extérieur, et k_1 est une constante déterminée par les constantes matérielles du milieu élastique, le diamètre extérieur du DWNT incorporé, et la longueur d'onde des modes de vibration. (Fig. 1)

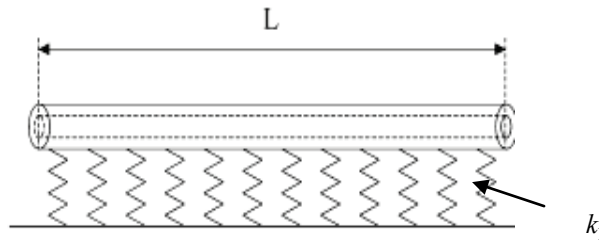


Fig1. Vibration d'un (DWNT) incorporé dans un milieu élastique caractérisé par un ressort k_1 constant

2 Equations d'équilibre

Les deux équations différentielles suivantes décrivent les vibrations libres transversales des nanotubes en carbone type (DWNT) avec la contrainte initiale [11], et l'ensemble couplé par l'interaction de Van Der Waals [12].

$$c_1(\omega_2 - \omega_1) = EI_1 \frac{\partial^4 \omega_1}{\partial x^4} + \rho A_1 \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial t^2} + EA_1 \theta T \frac{\partial^2 \omega_1}{\partial x^2} - (e_0 a)^2 \left[\rho A_1 \frac{\partial^4 \omega_1}{\partial x^2 \partial t^2} + EA_1 \theta T \frac{\partial^4 \omega_1}{\partial x^4} - c_1 \frac{\partial^2 (\omega_2 - \omega_1)}{\partial x^2} \right] \quad (1)$$

$$-k_1 \omega_2 - c_1(\omega_2 - \omega_1) = EI_2 \frac{\partial^4 \omega_2}{\partial x^4} + \rho A_2 \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial t^2} + EA_2 \theta T \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial x^2} - (e_0 a)^2 \left[\rho A_2 \frac{\partial^4 \omega_2}{\partial x^2 \partial t^2} + EA_2 \theta T \frac{\partial^4 \omega_2}{\partial x^4} + k \frac{\partial^2 \omega_2}{\partial x^2} + c_1 \frac{\partial^2 (\omega_2 - \omega_1)}{\partial x^2} \right] \quad (2)$$

Quand l'effet de la petite longueur et la contrainte initiale est ignoré, les équations (1) et (2) se réduisent au résultat local classique pour les nanotubes en carbone type (DWNT) ([13, 14]).

k_1 : Raideur du ressort

3 Détermination des modes

Considérons les nanotubes en carbone à doubles tubes (DWNT) de longueur L pour les quels les deux extrémités sont simplement appuyées, les modes vibratoires du DWNT s'écrivent sous la forme [15]

$$\omega_1 = a_1 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad (3)$$

$$\omega_2 = a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right); \text{ Avec } (n=1 ; 2 ; 3 \dots\dots) \quad (4)$$

Où a_1 et a_2 sont les amplitudes de flexion des tubes intérieurs et extérieurs [16]. Ainsi, les deux fréquences de résonance de DWNT d'ordre n avec la contrainte initiale peuvent être obtenues par l'intermédiaire du modèle non local [17]. En substituant les équations (3) et (4) dans les équations (1) et (2), nous obtenons [18]

$$\begin{aligned} c_1(a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) - a_1 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)) &= EI_1 \frac{a_1 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^4 \pi^4}{L^4} \\ -\rho A_1 a_1 \omega^2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) + EA_1 \theta T \frac{a_1 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} \\ -(e_0 a)^2 \left[\rho A_1 \frac{a_1 \omega^2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} + EA_1 \theta T \frac{a_1 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^4 \pi^4}{L^4} \right. \\ \left. + c_1 \frac{a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} - c_1 \frac{a_1 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} -k_1 a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) - c_1(a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) - a_1 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)) &= \\ EI_2 \frac{a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^4 \pi^4}{L^4} - \rho A_2 a_2 \omega^2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \\ + EA_2 \theta T \frac{a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} - (e_0 a)^2 \left[\rho A_2 \frac{a_2 \omega^2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} \right. \\ \left. + EA_2 \theta T \frac{a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^4 \pi^4}{L^4} - k_1 \frac{a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} \right. \\ \left. - c_1 \frac{a_2 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} + c_1 \frac{a_1 e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) n^2 \pi^2}{L^2} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

Divisant les équations (5) et (6) par l'expression $e^{i\omega t} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$ on aura

$$\begin{aligned} c_1(a_2 - a_1) &= EI_1 \frac{a_1 n^4 \pi^4}{L^4} - \rho A_1 a_1 \omega^2 + EA_1 \theta T \frac{a_1 n^2 \pi^2}{L^2} \\ -(e_0 a)^2 \left[\rho A_1 \frac{a_1 \omega^2 n^2 \pi^2}{L^2} + EA_1 \theta T \frac{a_1 n^4 \pi^4}{L^4} + c_1 \frac{a_2 n^2 \pi^2}{L^2} - c_1 \frac{a_1 n^2 \pi^2}{L^2} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} -k_1 a_2 - c_1(a_2 - a_1) &= EI_2 \frac{a_2 n^4 \pi^4}{L^4} - \rho A_2 a_2 \omega^2 + EA_2 \theta T \frac{a_2 n^2 \pi^2}{L^2} \\ -(e_0 a)^2 \left[\rho A_2 \frac{a_2 \omega^2 n^2 \pi^2}{L^2} + EA_2 \theta T \frac{a_2 n^4 \pi^4}{L^4} - k_1 \frac{a_2 n^2 \pi^2}{L^2} - c_1 \frac{a_2 n^2 \pi^2}{L^2} \right. \\ \left. + c_1 \frac{a_1 n^2 \pi^2}{L^2} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Simplifiant l'équation (7) par ρA_1 et l'équation (8) par ρA_2 on obtient :

$$EI_1 \frac{a_1 n^4 \pi^4}{\rho A_1 L^4} - a_1 \omega^2 + E\theta T \frac{a_1 n^2 \pi^2}{\rho L^2} - (e_0 a)^2 \left[\frac{a_1 \omega^2 n^2 \pi^2}{L^2} + E\theta T \frac{a_1 n^4 \pi^4}{\rho L^4} + c_1 \frac{a_2 n^2 \pi^2}{\rho A_1 L^2} - c_1 \frac{a_1 n^2 \pi^2}{\rho A_1 L^2} \right] - \frac{c_1 (a_2 - a_1)}{\rho A_1} = 0 \quad (9)$$

$$EI_2 \frac{a_2 n^4 \pi^4}{\rho A_2 L^4} - a_2 \omega^2 + E\theta T \frac{a_2 n^2 \pi^2}{\rho L^2} - (e_0 a)^2 \left[\frac{a_2 \omega^2 n^2 \pi^2}{L^2} + E\theta T \frac{a_2 n^4 \pi^4}{\rho L^4} - k_1 \frac{a_2 n^2 \pi^2}{\rho A_2 L^2} - c_1 \frac{a_2 n^2 \pi^2}{\rho A_2 L^2} + c_1 \frac{a_1 n^2 \pi^2}{\rho A_2 L^2} \right] + \frac{k_1 a_2}{\rho A_2} + \frac{c_1 (a_2 - a_1)}{\rho A_2} = 0 \quad (10)$$

Nous posons $\lambda_n = \frac{n\pi}{L}$ et $G = 1 + (e_0 a)^2 \lambda_n^2$ en les remplaçant dans les équations (9) et (10) :

$$\left(EI_1 \frac{\lambda_n^4}{\rho A_1} - \omega^2 G - E\theta T \frac{\lambda_n^2 G}{\rho} + c_1 \frac{G}{\rho A_1} \right) a_1 - \frac{c_1 G}{\rho A_1} a_2 = 0 \quad (11)$$

$$\left(EI_2 \frac{\lambda_n^4}{\rho A_2} - \omega^2 G - E\theta T \frac{\lambda_n^2 G}{\rho} + \frac{k_1 G}{\rho A_2} + c_1 \frac{G}{\rho A_2} \right) a_2 - \frac{c_1 G}{\rho A_2} a_1 = 0 \quad (12)$$

Calculons le déterminant de ce système d'équations, nous aurons l'expression (13) [19]

$$\begin{bmatrix} \left(EI_1 \frac{\lambda_n^4}{\rho A_1} - \omega^2 G - E\theta T \frac{\lambda_n^2 G}{\rho} + c_1 \frac{G}{\rho A_1} \right) a_1 & -\frac{c_1 G}{\rho A_1} a_2 \\ -\frac{c_1 G}{\rho A_2} a_1 & \left(EI_2 \frac{\lambda_n^4}{\rho A_2} - \omega^2 G - E\theta T \frac{\lambda_n^2 G}{\rho} + \frac{k_1 G}{\rho A_2} + c_1 \frac{G}{\rho A_2} \right) a_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

nous obtenons

$$\begin{aligned} \omega^4 - \left(EI_1 \frac{\lambda_n^4}{G \rho A_1} - 2E\theta T \frac{\lambda_n^2}{\rho} + \frac{c_1}{\rho A_1} + \frac{c_1}{\rho A_2} + \frac{k_1}{\rho A_2} + EI_2 \frac{\lambda_n^4}{G \rho A_2} \right) \omega^2 + \lambda_n^8 \frac{E^2 I_1 I_2}{G^2 \rho^2 A_1 A_2} \\ - E^2 \theta T \lambda_n^6 \frac{A_1 I_2 + A_2 I_1}{G \rho^2 A_1 A_2} + \lambda_n^4 \frac{E^2 \theta^2 T^2 A_1 A_2}{\rho^2 A_1 A_2} + c_1 \lambda_n^4 \frac{EI_2 + EI}{G \rho^2 A_1 A_2} - c_1 E\theta T \lambda_n^2 \frac{A_1 + A_2}{\rho^2 A_1 A_2} \\ + \left(EI_1 \frac{\lambda_n^4}{G \rho^2 A_1 A_2} - E\theta T \frac{\lambda_n^2}{\rho^2 A_2} + \frac{c_1}{\rho^2 A_1 A_2} \right) k_1 = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

En posant

$$\alpha_n = E \frac{\lambda_n^4 (A_1 I_2 + A_2 I_1)}{G \rho A_1 A_2} - 2E\theta T \frac{\lambda_n^2}{\rho} + \frac{c_1 (A_1 + A_2) + k_1 A_1}{\rho A_1 A_2} \quad (15)$$

et

$$\begin{aligned} \beta_n = \lambda_n^8 \frac{E^2 I_1 I_2}{G^2 \rho^2 A_1 A_2} - E^2 \theta T \lambda_n^6 \frac{A_1 I_2 + A_2 I_1}{G \rho^2 A_1 A_2} + \lambda_n^4 \frac{E^2 \theta^2 T^2 A_1 A_2}{\rho^2 A_1 A_2} + c_1 \lambda_n^4 \frac{EI_2 + EI}{G \rho^2 A_1 A_2} \\ - c_1 E\theta T \lambda_n^2 \frac{A_1 + A_2}{\rho^2 A_1 A_2} + \left(EI_1 \frac{\lambda_n^4}{G \rho^2 A_1 A_2} - E\theta T \frac{\lambda_n^2}{\rho^2 A_2} + \frac{c_1}{\rho^2 A_1 A_2} \right) k_1 \end{aligned} \quad (16)$$

L'équation (14) s'écrit

$$\omega^4 - \alpha_n \omega^2 + \beta_n = 0 \tag{17}$$

Nous remarquons que le discriminant de cette équation algébrique bicarrée s'écrit

$$\Delta = \alpha_n^2 - 4\beta_n \tag{18}$$

Ainsi l'équation (17) a deux racines réelles différentes

$$\omega_{nI}^2 = \frac{1}{2}(\alpha_n - \sqrt{\alpha_n^2 - 4\beta_n}) \tag{19}$$

$$\omega_{nII}^2 = \frac{1}{2}(\alpha_n + \sqrt{\alpha_n^2 - 4\beta_n}) \tag{20}$$

Pour chacune des fréquences de résonance [20], le rapport associé d'amplitude des modes vibratoires des tubes intérieurs et extérieurs pour DWNT avec la contrainte initiale est donné par :

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{(EI_2 \frac{\lambda_n^4}{\rho A_2} - \omega^2 G - E\theta T \frac{\lambda_n^2 G}{\rho} + \frac{k_1 G}{\rho A_2} + c_1 \frac{G}{\rho A_2})}{\frac{c_1 G}{\rho A_2}} \tag{21}$$

Après simplification nous obtenons

$$\frac{a_1}{a_2} = 1 + EI_2 \frac{\lambda_n^4}{c_1 G} - \frac{\omega^2 \rho A_2}{c_1} - E\theta T \frac{\lambda_n^2 A_2}{c_1} + \frac{k_1}{c_1} \tag{22}$$

Pour examiner l'influence du changement de température sur les vibrations des nanotubes type DWNT [21], nous discutons les résultats incluant et excluant l'effet thermique [22]. Il suit que les rapports des résultats avec le changement de température à ceux sans changement de température sont respectivement donnés par

$$\chi_I = \frac{\omega_{nI}}{\omega_{nI}^\circ} \text{ et } \chi_{II} = \frac{\omega_{nII}}{\omega_{nII}^\circ} ;$$

Avec (ω_{nI}° et ω_{nII}° ; on a $T = 0$)

Les paramètres utilisés dans les calculs pour le DWNT sont comme suit :

$$E = 1 \text{TPa} \quad \rho = 2.3 \text{g cm}^{-3} \quad k_1 = 0 \quad d_1 = 0.7 \text{nm} \quad d_2 = 1.4 \text{nm}$$

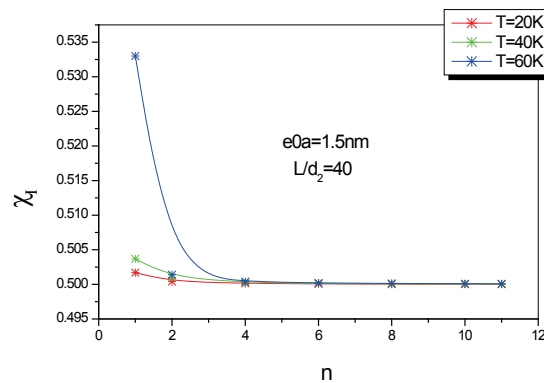


Fig2. Effet thermique sur la fréquence normale inférieure ω_{nI} avec l'allongement $\frac{L}{d_2} = 40$ dans le cas de basse température.

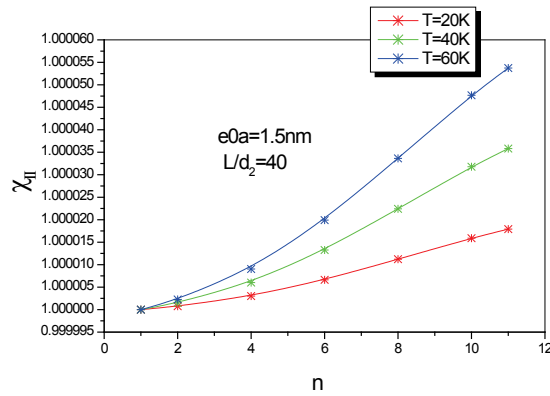


Fig3. Effet thermique sur la fréquence normale la plus élevée ω_{nII} avec l'allongement

$$\frac{L}{d_2} = 40 \text{ dans le cas de basse température}$$

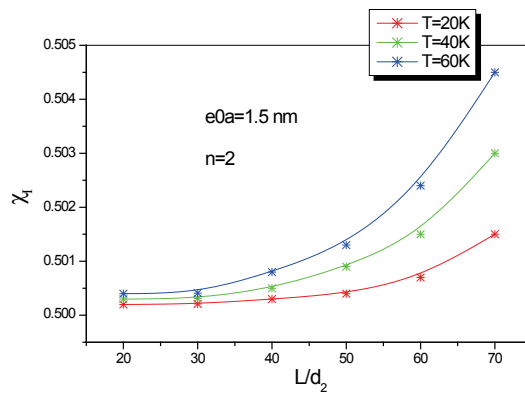


Fig4. Effet thermique sur la fréquence normale inférieure ω_1 avec le mode vibratoire $n=2$ dans le cas de basse température.

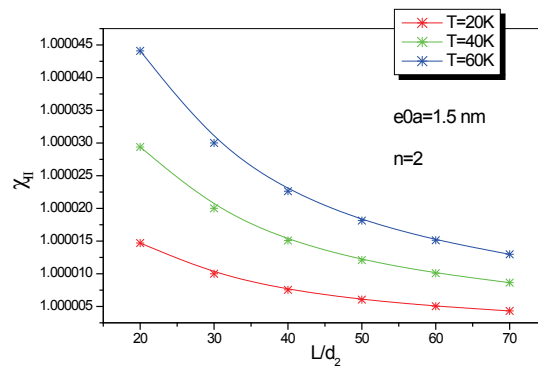


Fig5. Effet thermique sur la fréquence normale la plus élevée ω_{nII} avec le mode vibratoire $n=2$ dans le cas de basse température.

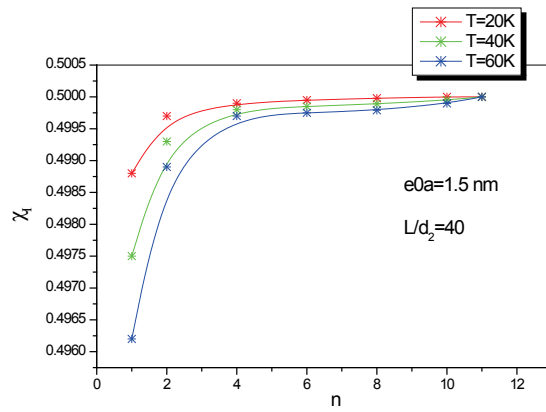


Fig6. Effet thermique sur la fréquence normale inférieure ω_{nI} avec l'allongement

$$\frac{L}{d_2} = 40 \text{ Dans le cas de haute température.}$$

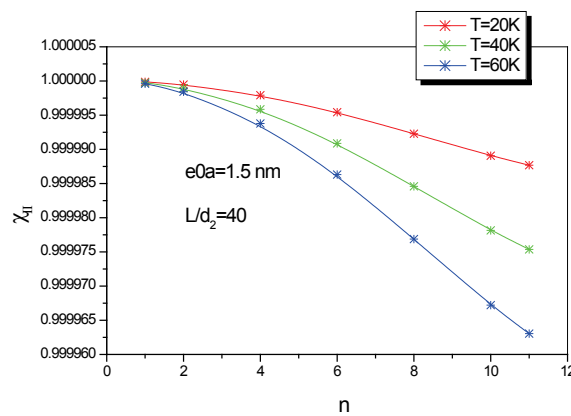


Fig7. L'effet thermique sur la fréquence normale la plus élevée ω_{nII} avec l'allongement

$$\frac{L}{d_2} = 40 \text{ Dans le cas de haute température}$$

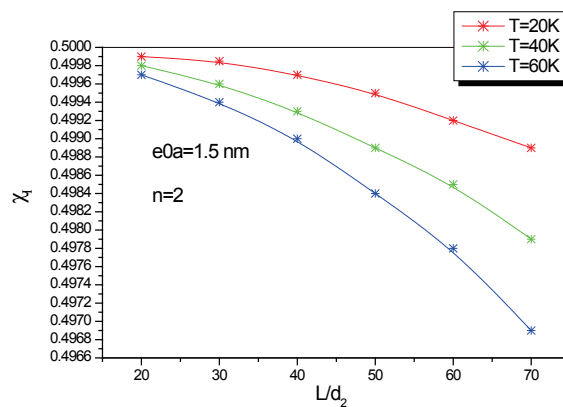


Fig8. Effet thermique sur la fréquence normale inférieure ω_1 avec le mode vibratoire $n=2$ dans le cas de haute température.

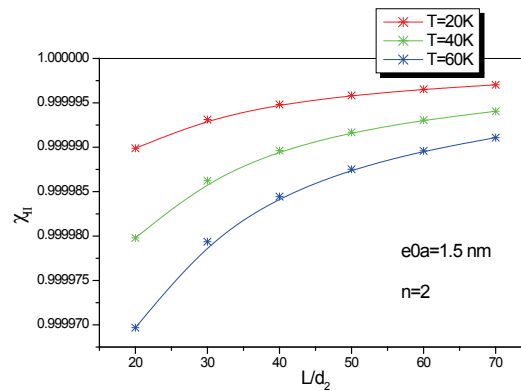


Fig9. Effet thermique sur la fréquence normale la plus élevée ω_{nII} avec le mode vibratoire $n=2$ dans le cas de haute température

Nous constatons que les coefficients de dilatation thermique pour les CNTs sont négatifs pour le cas de basse température et elles deviennent positives à température élevée [23]. En conséquence, les valeurs des rapports χ_I et χ_{II} ci-dessus calculés pour les deux cas des températures basses et élevées. Pour le cas de basse température, on suppose $\theta = -1.6 \times 10^{-6} K^{-1}$. Avec l'allongement $\frac{L}{d_2} = 40$, les effets thermiques sur la fréquence normale inférieure ω_{nI} et la fréquence normale élevée ω_{nII} sont montrés sur les figures 2 et 3, respectivement [24]. Avec le mode vibratoire $n=2$, les effets thermiques sur ω_{nI} et ω_{nII} représentés par les rapports χ_I et χ_{II} sont indiqués sur les figures 4 et 5.

L'effet thermique sur la fréquence normale inférieure ω_{nI} est significatif tandis que pour la fréquence normale plus élevée ω_{nII} est peu sensible au changement de température.

L'effet thermique sur la fréquence normale inférieure ω_{nI} diminue avec l'augmentation du nombre n et devient plus significatif avec l'augmentation de l'allongement $\frac{L}{d_2} = 40$ et du changement de température T .

D'ailleurs, on peut observer sur les figures 2, et 4 que les valeurs de la comptabilité ω_{nI} et ω_{nII} pour l'effet thermique sont plus grandes que ceux qui ignorent l'influence du changement de température [25].

Pour le cas de la haute température, on suppose $\theta = 1.1 \times 10^{-6} K^{-1}$ avec l'allongement $\frac{L}{d_2} = 40$, les effets thermiques sur la fréquence normale inférieure ω_{nI} et la fréquence normale plus élevée ω_{nII} sont obtenus, ce qui est illustré sur les figures 6 à 9 [26]. On trouve que l'effet thermique sur la fréquence normale inférieure ω_{nI} est significatif tandis que l'influence du changement de température sur la fréquence normale plus élevée ω_{nII} est très insignifiante.

C'est conformément au cas de la basse température [27]. On le voit bien sur les figures 6 à 9 que les valeurs de ω_{nI} et de ω_{nII} vu que l'effet thermique est plus petit que ceux à l'exclusion de l'influence du changement de température [23], ce qui est contraire au cas à la pièce ou à la basse température [28].

Les résultats concernant l'influence de l'effet non local e_0a pour les nanotubes en carbone type (DWNT) sont représentés sur les figures suivantes :

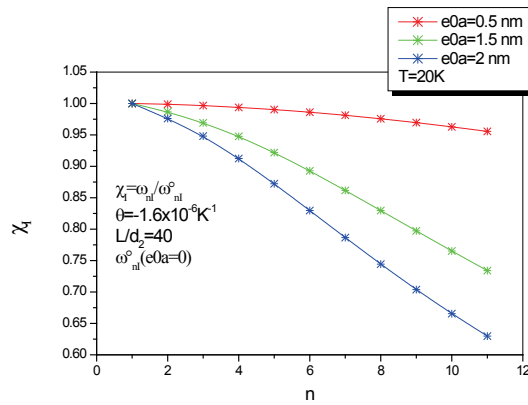


Fig10. Influence de l'effet non local sur la fréquence normale inférieure ω_{nI} dans le cas de basse température.

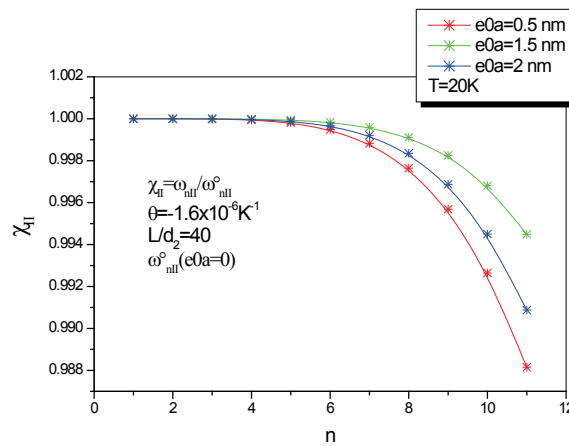


Fig11. Influence de l'effet non local sur la fréquence normale la plus élevée ω_{nII} dans le cas de basse température.

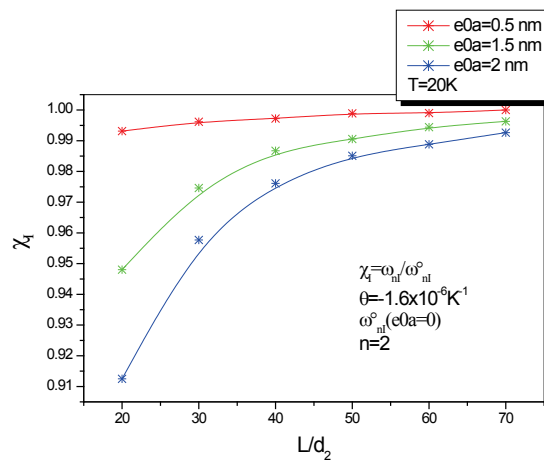


Fig12. Influence de l'effet non local sur la fréquence normale inférieure ω_I avec le mode vibratoire $n=2$ dans le cas de basse température.

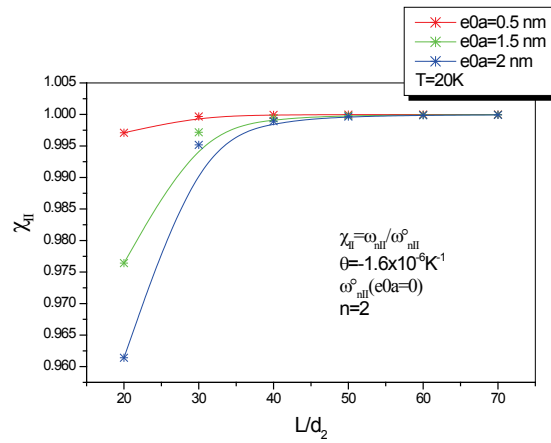


Fig13. Influence de l'effet non local sur la fréquence normale la plus élevée ω_{nII} avec le mode vibratoire $n=2$ dans le cas de basse température.

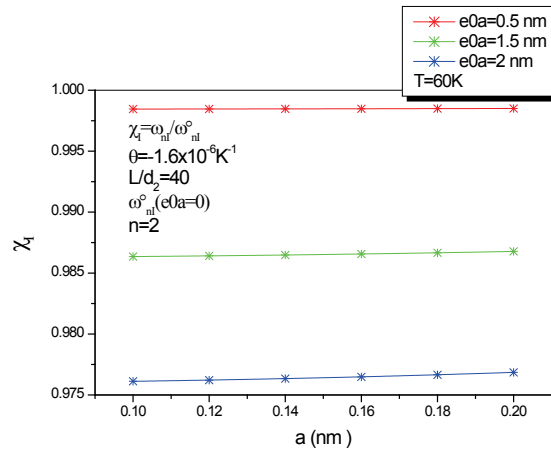


Fig14. Rapport entre la valeur de χ_I et le paramètre a dans le cas de basse température.

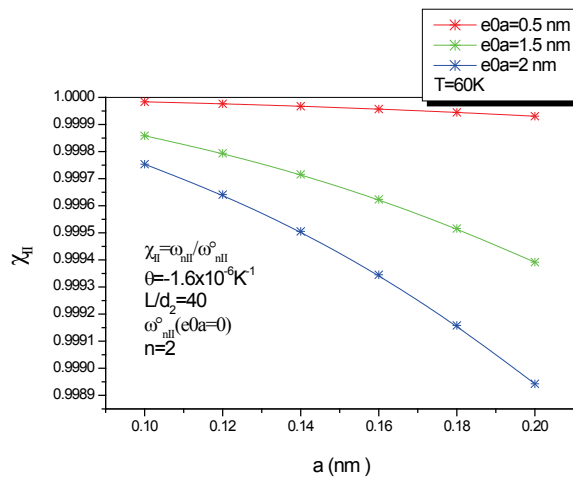


Fig15. Rapport entre la valeur de χ_{II} et le paramètre a dans le cas de haute température.

Il est bien clair sur les figures 10 à 13 que l'influence de l'effet non local sur les valeurs de ω_{nI} et ω_{nII} est plus petite pour le cas de basse température où on a plusieurs valeurs qui coïncident pour le rapport de χ_{II} [29]. Suivant les indications des figures 14 et 15, l'influence de l'effet non local sur les vibrations transversales des nanotubes en carbone type (DWNTs) avec un grand allongement sont peu sensibles à la variation du paramètre α [30], ceci implique que pour un effet spécifique de diamètre sur la vibration transverse de DWNT avec un grand allongement presque indépendant de sa géométrie [31, 32].

4 Conclusion

Sur la base de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli, l'équation générale de la vibration transversale d'une poutre élastique sous la pression transversale est formulée. A la suite de cette équation générale, un double modèle élastique de poutre est développé pour des vibrations transversales de DWNT, il tient compte de l'effet thermique. Pour le cas de DWNT simplement appuyées, les fréquences normales et les rapports associés aux amplitudes de l'intérieur et l'extérieur du tube sont déterminés. Nous concluons que l'effet thermique sur la fréquence normale inférieure ω_{n1} est significatif tandis que la fréquence normale ω_{n2} est élevée et peu sensible à la variation de température. Nous constatons également que les valeurs de la comptabilité ω_{n1} et ω_{n2} pour l'effet thermique sont plus grandes que celles qui ignorent l'influence du changement de température pour le cas de la pièce à basse température. Considérons que les valeurs de ω_{n1} et de ω_{n2} avec l'effet thermique sont plus petites que celles où il n'y a pas de température. En outre, nous constatons que le rapport d'amplitude a_1/a_2 est indépendant de la variation de température. Nous montrons également que pour un diamètre spécifique, l'effet thermique sur la vibration transversale d'un DWNT avec le grand allongement est presque indépendant de la géométrie.

REFERENCES

- [1]- T. Rueckers, K. Kim, E. Joselevich, G.Y. Tseng, C.L. Cheung, C.M. Lieber, Carbon nanotube-based nonvolatile random access memory for molecular computing. *Science* 289 (2000) 94–97. doi:10.1126/science.289.5476.94
- [2]- V. Derycke, R. Martel, J. Appenzeller, Ph. Avouris, Carbon nanotube inter- and intramolecular logic gates. *Nano Lett.* 1(9) (2001) 453–456. doi:10.1021/nl015606f.
- [3]- A. Bachtold, P. Hadley, T. Nakanishi, C. Dekker, Logic circuits with carbon nanotubes transistors. *Science* 294(2001) 1317–1320. doi:10.1126/science.1065824
- [4]- M. Ahlskog, P. Hakonen, M. Paalanen, L. Roschier, R. Tarkiainen, Multiwalled carbon nanotubes as building blocks in nanoelectronics. *J. Low Temp. Phys.* 124(1-2) (2001) 335–352.
- [5]- P.G. Collins, P. Avouris, Nanotubes for electronics. *Sci. Amer.* 283(6) (2000) 62–69.
- [6]- E.W. Wong, P.E. Sheehan, C.M. Lieber, Nanobeam mechanics: elasticity, strength, and toughness of nanorods and nanotubes. *Science* 277(1997) 1971–1975. doi:10.1126/science.277.5334.1971
- [7]- M.M.J. Treacy, T.W. Ebbesen, J.M. Gibson, Exceptionally high young's modulus observed for individual carbon nanotubes. *Nature* 381(1996) 678–680. doi:10.1038/381678a0
- [8]- N.G. Chopra, A. Zettl, Measurement of the elastic modulus of multiwall boron nitride nanotubes. *Solid State Commun.* 105(5) (1998) 297–300. doi:10.1016/S0038-1098(97)10125-9
- [9]- P. Poncharal, Z.L. Wang, D. Ugarte, W.A. de Heer, Electrostatic deflections and electromechanical resonances of carbon nanotubes. *Science* 283(1999)1513–1516. doi:10.1126/science.283.5407.1513
- [10]- D. Kahn, K.W. Kim, M.A. Stroschio, Quantized vibrational modes of nanospheres and nanotubes in the elastic continuum model. *AIP- J. Appl. Phys.* 89(9) (2001) 5107–5111. doi:10.1063/1.1356429
- [11]- W. Voigt, Über die Beziehung Zwischen den Beiden Elasticitäts-Constanten Isotroper Körper, *Ann. Phys.* 38(1889) 573-587.
- [12]- Z. Fan, P. Tsakirooulos, A.P. Miodownik, A generalized law of mixtures. *J. Mater. Sci.* 29(1) (1994) 141-150. doi:10.1007/BF00356585
- [13]- M. Finot, S. Suresh, Small and large deformation of thick and thin-film multilayers: Effect of layer geometry, plasticity and compositional gradients, *J. Mech. Phys. Solids* 44(5) (1996) 683-721. doi:10.1016/0022-5096(96)84548-0
- [14]- Y. Miyamoto, W.A. Kaysser, B.H. Rabin, A. Kawasaki, R.G. Ford, Functionally Graded Materials: Design,

Processing and Applications, Kluwer Academic Publishers, 1999

- [15]- T.G. Rogers, P. Watson, A.J.M. Spencer, Exact three-dimensional elasticity solutions for bending of moderately thick inhomogeneous and laminated strips under normal pressure. *Int. J. Solids Struct.* 32(12) (1995) 1659-1673. doi:10.1016/0020-7683(94)00208-E
- [16]- J.T. Oden, C.A.M. Duarte, O.C. Zienkiewicz, A new cloud-based hp finite element method, *Comput. Meth. Appl. M.* 153(1-2) (1998) 117-126. doi:10.1016/S0045-7825(97)00039-X
- [17]- L.F. Qian, R.C. Batra, Transient thermoelastic deformations of a thick functionally graded plate. *J. Therm. Stresses* 27(8) (2004) 705-740. doi:10.1080/01495730490440145
- [18]- T. Reiter, G.J. Dvorak, Micromechanical models for graded composite materials: ii. Thermomechanical loading. *J. Mech. Phys. Solids* 46(9) (1998) 1659-1673. doi:10.1016/S0022-5096(97)00039-2
- [19]- R. Hill, A self-consistent mechanics of composite materials, *J. Mech. Phys. Solids* 13(4) (1965) 213-222. doi:10.1016/0022-5096(65)90010-4
- [20]- C.T. Loy, K.Y. Lam, J.N. Reddy, Vibration of functionally graded cylindrical shells. *Int. J. Mech. Sci.* 41(3) (1999) 309-324. doi:10.1016/S0020-7403(98)00054-X
- [21]- S.N. Atluri, T. Zhu, A new meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics, *Comput. Mech.* 22(2) (1998) 117-127. doi:10.1007/s004660050346
- [22]- S.S. Vel, R.C. Batra, Three-dimensional exact solution for the vibration of functionally graded rectangular plates, *J. Sound Vib.* 272(3-5) (2004) 703-730. doi:10.1016/S0022-460X(03)00412-7
- [23]- S.S. Vel, R.C. Batra, Exact Solution for Thermoelastic Deformations of Functionally Graded Thick Rectangular Plates. *AIAA J.* 40(7) (2002) 1421-1433. doi:10.2514/2.1805
- [24]- Z.Q. Cheng, R.C. Batra, Exact correspondence between eigenvalues of membranes and functionally graded simply supported polygonal plates. *J. Sound Vib.* 229(4) (2000) 879-895. doi:10.1006/jsvi.1999.2525
- [25]- Z.Q. Cheng, R.C. Batra, Three-dimensional thermoelastic deformations of a functionally graded elliptic plate. *Compos. Part B-Eng.* 31 (2) (2000) 97-106. doi:10.1016/S1359-8368(99)00069-4
- [26]- I. Ono, S. Kobayashi, K. Yoshida, Optimal lens design by real-coded genetic algorithms using UNDX. *Comput. Meth. Appl. M.* 186(2-4) (2000) 483-497. doi:10.1016/S0045-7825(99)00398-9
- [27]- J.R. Cho, D.Y. Ha, Optimal tailoring of 2D volume-fraction distributions for heat-resisting functionally graded materials using FDM. *Comput. Meth. Appl. M.* 191(2002) 3195-3211. doi:10.1016/S0045-7825(02)00256-6
- [28]- W.K. Liu, S. Jun, Y.F. Zhang, Reproducing kernel particle method, *Int. J. Numer. Meth. Fl.* 20(1995) 1081-1106. doi:10.1002/fld.165020082
- [29]- S.S. Vel, R.C. Batra, Three-dimensional analysis of transient thermal stresses in functionally graded plates. *Int. J. Solids Struct.* 40(25) (2003) 7181-7196. doi:10.1016/S0020-7683(03)00361-5
- [30]- R. Lipton, Design of functionally graded composite structures in the presence of stress constraints. *Int. J. Solids Struct.* 39(9) (2002) 2575-2586. doi:10.1016/S0020-7683(02)00129-4
- [31]- J. Huang, G.M. Fadel, V.Y. Blouin, M. Grujicic, Bi-objective optimization design of functionally gradient materials. *Mater. Des.* 23(7) (2002) 657-666. doi:10.1016/S0261-3069(02)00048-1
- [32]- K. Deb, Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms, John Wiley & Sons, LTD, 2001.