УДК 510

ПРОБЛЕМЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

PROBLEMS OF MODELING AND TRANSFORMATION EQUATIONS DYNAMIC SYSTEMS

©Королев В. С.
канд. физ.–мат. наук
Санкт–Петербургский государственный университет
г. Санкт–Петербург, Россия, vokorol@bk.ru
©Korolev V.
Ph.D., Saint–Petersburg State University
St. Petersburg, Russia, vokorol@bk.ru

Аннотация. Рассматриваются возможности выбора алгоритмов для построения математических моделей динамических систем и дальнейшие преобразования полученных уравнений в процессе исследования или анализа свойств решений. Обсуждаются фундаментальные понятия и определения в задачах классической и небесной механики, астрофизики или космологии: пространство, время, движение, материя, энергия, взаимодействие, силы, гравитация, преобразования уравнений. Классическая механика занимается описанием, исследованием и прогнозированием движения, а также наблюдаемые явления, современные открытия, гипотезы и теории. Решение уравнений динамики для сложных систем использует дополнительные преобразования для устранения особенностей самих уравнений или последовательных этапов приближения.

Abstract. The possibilities of selection algorithms to construct mathematical models of dynamic systems and the further transformation of the equations obtained in the course of research or analysis of the properties of solutions. It is proposed to analysis and discussion of the classical definitions and properties of the fundamental concepts: space, time, motion, matter, energy, interaction, force, gravity, transformation equations. Classical mechanics deals with the description, research and prediction of motion, as well as the observed phenomena, modern discoveries, hypotheses and theories. Solution of the equations of dynamics complex systems using additional conversion to eliminate the characteristics of the equations themselves or the successive stages of approximation.

Ключевые слова: динамические системы, преобразования уравнений, пространство и время; взаимодействие материи и энергии.

Keywords: transformations of space and time, matter and energy.

Воображение важнее, чем знания. Знания ограничены,
тогда как воображение охватывает целый мир,
стимулируя прогресс, порождая эволюцию.
А. Эйнштейн.

Для построения математических моделей динамических систем прежде всего следует выделить предмет или совокупность объектов исследования и определить условия существования и взаимодействия внутри системы, а также возможное влияние извне. Можно считать, что во Вселенной все взаимосвязано, но при решении практических задач необходимо ограничить себя и учитывать только главное, чтобы постановка и описание проблемы помогали процессу исследования.

Еще в древние времена человечество научилось замечать и осознавать окружающий мир, использовать в своей жизни опыт и полезные открытия, передавать другим, а также создавать новую информацию. Поэты и философы размышляли о многих проблемах. Создавали мифы, гипотезы или теории [1, 2, 4, 8, 10, 15]. Делали практические выводы. Позднее смогли придумать средства сохранения информации или передачи другим с помощью алфавита и записи на папирусах или бумажных носителях.

Философские школы Пифагора, Платона и Аристотеля [1, 8, 10] собирали и обсуждали утверждения, наводили в них порядок, разрабатывали гипотезы или новые теории на основе формальных логических построений, удобных определений и аксиом, которые все принимали на веру без доказательства. Физические науки основаны на наблюдениях, открытиях, экспериментах, индукции, ожидая повторения явлений при воспроизведении обстоятельств или условий, при которых они произошли в прошлый раз. Это вероятно и может случится, но не всегда достоверно. Математическое моделирование процессов для сложных динамических систем может менять наше представление о наблюдаемых явлениях. Воображение позволяет сформировать, а компьютер может изобразить на экране даже то, чего не может быть в реальном мире.

Гипотезы о строении окружающего мира создавали еще во времена Платона и Птолемея: видимое движение звезд пытались представить вращением вокруг Земли особой хрустальной сферы, на которой они так красиво размещены. После работ Коперника и Ньютона центром мироздания стали считать Солнце [4, 15, 23].

Платон анализировал понятие времени в контексте деления на бытие и становление. Время есть образ вечности, подобие вечности в эмпирическом мире становления. Он мыслил время как категорию космическую: оно творится вместе с космосом, проявлено в движении небесных тел и подчиняется закону чисел, при этом сопрягаются множественное и единое.

Понятия «бесконечность», «вечность» и «время» принадлежат к числу самых фундаментальных и сложных. Бесконечность — категория человеческого мышления, используемая для характеристики безграничных, беспредельных, неисчерпаемых предметов и явлений, для которых невозможно указание границ. Первые проблемы бесконечности — вопросы конечности пространства и времени, количества вещей в мире, возможность бесконечного деления. Не случайно эти категории стали предметом живейшего интереса и пристального внимания. В античности время рассматривается в связи с жизнью космоса, а потому порой отождествляется с движением небосвода.

Вечность есть интервал времени, который содержит в себе любой конечный интервал времени. Под вечностью подразумевается продолжение или повторение данного события во времени, то есть не имеющего ни начала, ни продолжения, ни конца во времени.

Время, как считал Аристотель, определяется движением и изменением, и не случайно некоторые философы отождествляли его с движением небосвода. Но, тем не менее, его нельзя отождествить с движением, ибо движение может быть быстрее и медленнее, а время нет. Время не есть движение, но не существует и без движения. Математическое время само

по себе и по самой своей сущности, протекает равномерно и иначе называется длительностью. Ньютон был убежден в том, что существует абсолютное время. Оно не зависит ни от чего внешнего, его самостоятельность настолько велика, что не зависит даже от того, существует или не существует мир.

Методика сравнения

Учение Ньютона об абсолютных времени и пространстве было критически воспринято частью научного сообщества. Пуанкаре считал, что физика должна строиться на следующих представлениях: «Абсолютного пространства не существует, а мы познаем только относительные движения. Не существует абсолютного времени. Утверждение, что два промежутка времени равны, не имеет смысла и можно принять его только условно. Мы не способны к непосредственному восприятию не только равенства двух промежутков времени, но даже факта одновременности двух событий, происходящих в различных местах. Наша евклидова геометрия есть лишь род условного языка. Мы могли бы изложить факты механики, относя их к неевклидову пространству, которое было бы основой, менее удобной, но столь же законной, как и наше обычное пространство».

Пуанкаре в работе «Последние мысли» писал [24]: «Объектом науки может быть только то, что измеримо, а измеримое время по существу своему относительно. Отсюда вытекает важный вывод: время и пространство по своему существу инструментально; его содержание определяется свойством измерительных инструментов. Свойства времени — это только свойства часов».

Для сравнения одинаковых или подобных объектов давно придумали особые обозначения для меры или количества единиц и упорядоченные множества чисел, которые являются основным объектом арифметики. Например, натуральные числа. Каждое следующее число на «единицу» больше предыдущего. Используют для нового объекта новое обозначение словами или символами римской или арабской математики. С их помощью можно распределить, пересчитать и переписать всех, кто попался на глаза. Если множество содержит конечное число элементов, то все очень просто. «Множество есть многое, мыслимое нами как единое» [11]. Для бесконечных множеств нужно придумать правило или порядок следования. А затем организовать процесс проверки, даже если он будет бесконечным [13, 17].

Развитие понятия числа (появление нуля и отрицательных чисел, обыкновенных и десятичных дробей), способы записи чисел (цифры, обозначения, системы счисления) — все это имеет свою богатую историю [4, 8, 10, 16].

Множество рациональных чисел получают с помощью операции «отношение» [11]. Результат записывают в виде дроби (отношение числителя к знаменателю). Это действие может использовать еще одну операцию — представление чисел в виде произведения сомножителей. Оказалось, что разные дроби могут соответствовать одному значению с учетом действия сокращения одинаковых множителей. Две четверти — это столько же, сколько одна вторая. В математике это так, можно изображать одним числом или говорить о равенстве. Но два камешка из четырех не равны одному камешку из двух [13, 17]. Таким образом, представление множества рациональных чисел в виде двумерной бесконечной таблицы Кантора или массива дробных чисел вполне оправдано. Сравнение двух множеств получается взаимно–однозначным в соответствие с алгоритмом, который предложил Кантор.

Понятие вещественного числа прошло свой путь. Пифагорейцы первыми признали необходимость таких чисел [10]. Они уподобляли их геометрическим точкам. Всякая величина, которая считается непрерывной (линия, поверхность, тело), могла быть отождествлена с некоторым числом — «количеством» (длина, площадь, объем), которые должны иметь свою единицу измерения.

В поисках такой общей единицы измерения смогли придумать бесконечно делимые величины. Но это привело к затруднениям перед понятиями бесконечного и непрерывного,

которое проявилось в парадоксах Зенона. Апории «Ахилл и черепаха» и «Дихотомия» противостоят идее бесконечной делимости. Парадокс «Стрела» основан на предположении, что пространство и время составлены из неделимых элементов (точек и моментов). Аристотель подверг это утверждение критике [1, 4].

Алгоритмы и гипотезы

Аристотель указывает, что существует причина изменений, которую нельзя отожествлять с самим изменением. Он находит, что есть действия, которые обусловливаются не своим началом, а своим концом, составляющим их цель. Всякое разумное человеческое действие объясняется из своего конца, из своей цели. Из материи не объясняется форма материи, ее вид или род, из субстрата изменения не объясняется та окончательная форма, которую он получает. Согласно Аристотелю, конечный продукт, который надо получить, и форма, которую нужно развить в процессе роста, так или иначе присутствуют в самом начале (в семени), вырастающем в полноценное растение при правильном питании. Говоря языком современной науки, генетический код семени дает набор направлений для его роста и развития. Мы можем называть это управляющим потенциалом или генами в составе ДНК, программирующими процесс возможного развития. В одной молекуле ДНК соединяется всего четыре основных элемента в особой последовательности в таком количестве, сколько звезд в галактике. В результате эволюции при движении или самоорганизации получаем разного вида и формы проявления живой материи. Они соединяются в материальные конструкции в виде молекул и формируют многообразие существующего мира.

Многие признавали Вселенную единой как материю, которая заполняет пространство, считая телесным и непрерывным, бесконечно протяженным, хотя возможно ошибались в каких-то отношениях. Основные варианты и формы материи образовались еще на ранней стадии эволюции Вселенной [7, 12, 14]. В настоящее время можно предполагать существование других форм и новых свойств материи. Устойчивые состояния представлены известными элементарными частицами, которые имеют разное время существования, а также наиболее устойчивыми формами в виде атомов.

В давние времена указывали элементы только для выделенных реальных тел и считали, что мир состоит из однородных неизменяемых частей, которым дали название «атомы». Оказалось, что сами атомы состоят из частиц: протон, нейтрон, электрон. Известны уже многие элементарные частицы: мезон, мюон, нейтрино, фотон и другие. Определение материи расширяется с развитием различных областей науки.

Изучением свойств вещества в различных агрегатных состояниях занимаются физика твердого тела, физика жидкостей и газов, физика плазмы. Свойства и структуру материи на микроскопическом уровне изучают атомная физика, ядерная физика, физика элементарных частиц. Распределение на «макроуровне» и структуру материи во Вселенной изучает астрофизика и космология.

Классическое вещество может находиться в одном из нескольких состояний: аморфном, газообразном, жидком, твердом или в виде плазмы. Твердые тела только кажутся нам едиными, непрерывными, абсолютно твердыми, сохраняя форму и объем в процессе движения. Это благодаря множеству взаимосвязей всех элементов и частей тела.

Классическая механика занимается описанием, исследованием и прогнозированием движения, прежде всего для абсолютно твердых тел или воображаемых материальных точек, которые могут выделяться в виде механических систем из окружающего мира [3, 16, 21, 23]. Начальный этап моделирования задач динамики предполагает переход к обоснованному выбору законов и условий, которые могут учитываться для записи уравнений на основе принципов или аксиом, алгоритмов и методов. Принцип относительности Галилея и упрощенный вариант однородного поля тяготения, принцип линейной зависимости сил упругости при деформации тел, который установил Гук, принцип детерминированности Ньютона и вариант центрального гравитационного поля.

Особое значение имеет удачный выбор системы отчета или обобщенных координат. Рациональный подход Декарта предоставил для пространства Евклида ортогональную систему, а набор углов Эйлера дал удобный способ описания относительного положения твердого тела при изучении классических задач вращательного движения. Принцип Даламбера позволил получить замечательный способ составления уравнений Лагранжа второго рода, а затем использовать переход с помощью преобразования Лежандра к каноническим уравнениям Гамильтона и методам их интегрирования Якоби [3, 21, 24].

Решение уравнений динамики для сложных систем могут использовать дополнительные преобразования [3, 9, 20], устранение особенностей самих уравнений или решений [27], методику аппроксимации функций и поиска особых приближенных форм в виде рядов Тейлора или Пуанкаре [21, 24].

Гипотезы о строении окружающего мира и границах Вселенной были в работах многих философских и научных школ. Те, кто признавал мир как единое, непрерывное и бесконечное образование, указывали на материю и с разных сторон изучали элементы тел, как основу всего существующего, забывая объяснить причины возникновения и изменения или причины движения. Взаимодействие астрономии, физики и математики привело к созданию новых представлений о пространстве и времени, о вечности и бесконечности, а также породило новые теории о возникновении и развитии Вселенной: Пуанкаре одним из первых разработал и опубликовал [5, 24] основы теории относительности, которую в полной мере развили Эйнштейн и Фридман [25, 28] в своих математических моделях и уравнениях.

Солнце вместе с его планетной системой — это лишь одна из звезд нашей Галактики. Кроме звезд в Галактике имеются и другие виды материи (пыль, межзвездный газ, космические лучи), но их мало. Они составляют всего несколько процентов от полной массы. Этот газ настолько разрежен, что столкновения между его «молекулами» не происходят. Скопления галактик насчитывают сотни и тысячи членов. Они в свою очередь образуют сверхскопления, содержащие десятки членов.

Все многообразие Вселенной в процессе развития описывали Гамов [7], Хокинг [26] и многие другие последователи [5, 6, 12, 18]. В попытках моделирования они предполагали, что «пространство–время» и материя возникли в результате Большого Взрыва. Они предлагали единую конструкцию «пространство–время», а также специальные методы и алгоритмы отображений или функции для описания динамических процессов.

«Пространство–время» — это особая модель, дополняющая классическое физическое трехмерное пространство равноправным новым измерением и создающая абстрактную конструкцию под называнием пространственно–временной континуум. «Пространство–время» непрерывно с точки зрения математиков и представляет собой четырехмерное многообразие с метрикой Лоренца. В космологических теориях также объединяют пространство и время в одну абстрактную Вселенную [5, 14. 16, 18], которая является многообразием, состоящим из «событий», описанных новой системой координат. Математические модели возможной структуры пространства и времени пытаются подтвердить или проверить астрофизики. Находят косвенные признаки для момента зарождения всего существующего мира из абстрактной точки. При этом нарушаются прежние представления других великих ученых, что материя и энергия не исчезают и не возникают из ничего. Просто происходит возможное преобразование формы или структуры, переход из одного состояния в другое.

В *классической механике* закон всемирного тяготения и основные законы динамики со времен Ньютона хорошо описывают движение планет Солнечной системы и многих других естественных или искусственных небесных тел. Величина и направление гравитационной силы определяется положением Солнца и планет в системе отсчета, которую вводится по своему выбору и считается инерциальной.

Законы классической механики выполняются в соответствии с *принципом относительности Галилея* одинаково во всех инерциальных системах отсчета. Другими словами, все системы отсчета механически эквивалентны. Среди выделенной совокупности тел принципиально невозможно определить какие из них находятся «в движении», а какие «покоятся». Говорить о движении можно лишь относительно какой-либо системы отсчета.

Необходимо учитывать также влияние других сил, которые могут периодически изменяться со временем. В свою очередь это определяет изменения гравитационного поля в окрестности нашей планеты. Поля моделируются скалярными силовыми функциями, градиент которых определяет величину и направление силы.

Гипотезы и теории

Если бесконечное разнообразие Вселенной появилось из первоматерии, то откуда она появилась и когда? Что породило структуру пространства и времени, материи, энергии, информации?

Если Вселенная когда-то вдруг образовалась, это должно было происходить во взаимодействии «энергии–материи–пространства–времени–информации», которые начинали бы формировать первоначальную структуру и создавать основные элементы или кирпичики нового мира [12, 16, 22].

Наблюдая природу на Земле и в космосе, получили много возможностей для описания отдельных сторон и проявлений, для открытия законов и разработки теорий. Но создать «единую теорию поля» пока не получается. Были попытки наделить Вселенную «эфиром» или межзвездным газом. Сейчас предлагают темную материю и энергию или считают фундаментальными кирпичиками материи не элементарные частицы, а некие струны [6].

Находясь внутри теории или учения невозможно доказать его непреложную истину или опровергнуть. Человек религиозный не может доказать другим, что «Бог есть». Он может просто верить в это. Атеист не может доказать, что бога нет. Невозможно доказать, что нет того, что им не определено.

Можно разрабатывать непротиворечивые теории или учения и даже пытаться применять это на практике. Можно вообразить кривизну трехмерного физического пространства в «других измерениях» многомерного мира или заметить это в параллельных Вселенных. Но трудно увидеть или измерить это, находясь внутри.

В начале XX века обнаружили явление разбегания галактик благодаря красному смещению в спектре их излучения, для которого указали линейную зависимость скорости от расстояния. Вскоре стали объяснять это следствием Большого Взрыва при образовании Вселенной. Сейчас утверждают, что галактики разбегаются ускоренно, и даже получили за открытие премию, хотя пока не нашли причину такого поведения.

Могу предложить свою гипотезу, если этого еще никто не делал:

«Ускоренное разбегание Вселенной является результатом вращения сферического слоя S^3 или движения многообразия D^3 в n–мерном пространстве–времени R^n, в котором располагается вся видимая часть Вселенной».

Это позволит определить радиус кривизны физического трехмерного пространства по законам классической механики, если будем знать зависимость ускорения от взаимных расстояний между галактиками.

Главное здесь, что наш реальный мир может находиться в более общем пространстве (5, 10 или 26-мерном) и двигаться в неинерциальной системе, которую мы считаем абсолютной. Появляются силы инерции, которые определяют кажущееся относительное ускоренное разбегания всех звездных систем от нашей галактики при условии, что в этом пространстве продолжают действовать известные нам принципы. Наблюдателю будет казаться, что они разбегаются и чем дальше от центра, тем быстрее. Аналогично этому пассажир поезда, если он крепко держится за поручни, сможет увидеть, как различные

предметы начинают улетать, падать и ускоренно двигаться при крутом повороте или резком торможении транспорта.

А параллельные миры, о которых говорят фантасты и другие мечтатели, не такие уж параллельные. Они могут как-либо и где-то пересекаться с нами, двигаясь по своим законам. Многообразие природы окружающего мира еще не полностью проявилось для нас. Если Вселенная будет существовать бесконечно долго, то человечеству будет чем заняться.

Многие проблемы бесконечности и непрерывности связаны с обобщениями в математике. Появление теории множеств Кантора [11] в свое время позволило решить многие проблемы, получило развитие и применение, но было встречено критикой со стороны Пуанкаре и других ученых. «Почему мощность континуума не такая же, как и мощность целых чисел?» [24].

Это приводило к попыткам доказать или опровергнуть теоремы Кантора и другие результаты теории множеств, появлению новых течений и логически идеальных теорий. При этом такие учения опровергают не только утверждения Кантора на основе диагонального метода, но и сами себя.

Но «утверждения о несчетности числа точек на прямой» не доказаны, поскольку не приводится явного определения понятий математической точки и прямой кроме «интуитивного». Не все из существующего или мыслимого можно обозначить. Но множество действительных чисел можно считать счетным и бесконечным, соответствующим множеству точек прямой [8, 13, 17].

В математике [19] есть много полезных понятий и определений. В аналитической геометрии прямая и точка определяются с помощью чисел (элементов множества вещественных чисел) и элементов аффинного и векторного пространств, которые связывает алгоритм ассоциированности.

В классической физике элементы пространства и времени считают бесконечно малыми (то есть не имеющими размера) и непрерывными в своем единстве при формировании прямой, кривой, плоскости или более сложной поверхности. Позднее пытались трактовать элементарные частицы как кирпичики пространства или создавать кванты времени, пренебрегая непрерывностью. Если на прямой «выколоть» одну точку, то потеряет ли она свою непрерывность так же как график кусочно–непрерывных функций при отображении с разрывами первого рода, которые считают устранимыми? Как можно удалить то, что не имеет размера? Фактически рассматривается отображение и подмена множества точек на множество чисел. Можно ли точки считать реальными объектами пространства или это всего лишь условные границы выделяемых множеств на прямой? Если на прямой выделить отрезок и удалить, то разрыв заметен. Прямые и кривые линии, плоскости и поверхности также не имеют размера под названием «толщина», а являются лишь условными границами выделяемых множеств.

В квантовой физике придумали много сложностей, так что многие не могут разобраться и представить себе: как это частица связана с себе подобными мгновенными сообщениями, то есть может передавать информацию быстрее скорости света.

Но говорят, что это позволит создать супермощный квантовый компьютер.

В астрофизике для описания наблюдаемых процессов движения звездных скоплений придумали темную материю, которую пока невозможно увидеть, хотя предполагается, что ее в десятки раз больше той реальной материи, которую мы можем наблюдать. С помощью темной материи и такой же темной энергии пытаются обосновать некоторые особенности или странности в наблюдаемом движении звезд и галактик с помощью математического моделирования. Необходимо только установить законы взаимодействия на глобальном уровне. Возможно, вся наша действительная материя в галактиках и звездных системах как-то преобразовывается из невидимой темной материи или залетает из параллельных миров, продолжая обновление Вселенной.

Можно в качестве «исходных» элементов предполагать существование «проточастиц» очень малых размеров и малой массы, а также считать, что вакуум наполнен ими, что все объекты состоят из этих проточастиц в виде устойчивых образований или сочетаний. Если исходить из гипотезы первоначального «большого взрыва» Вселенной, то можно допустить, что процессы преобразования материи продолжаются. Этот взрыв мог произойти на разных этапах эволюции, в частности на нулевой стадии из протоматерии, как рассматривает стандартная модель [7, 18, 22, 25]. Взрыв может произойти на других стадиях, если вещество встретится с антивеществом. В момент взрыва большое число проточастиц выбрасывается в пространство. Происходит также отделение или разделение осколков, составленных в конечном виде из проточастиц. Эти осколки являются основами галактик и отдельных звезд.

Выводы

При математическом моделировании динамических процессов или событий во Вселенной «нельзя объять необъятное». Поэтому стараются выделить что-то главное и отбросить не самое существенное или учитывать это на следующих этапах приближения к реальности.

Всеобщая взаимная непрерывная связь всех объектов, событий или явлений во Вселенной — именно это определяет пространство Вселенной. Возможно, что это лишь абстрактное, виртуальное, невидимое в некоторой степени или действительное, реальное, натуральное, физическое пространство.

Физики определяют правила и записывают законы. Математики составляют уравнения процессов с учетом различных условий и получают свойства решений. Галилей наблюдал за падением камней и установил закономерность движения тел в поле силы тяжести. Ньютон получил уравнения и решения для описания движения тела, которое можно считать материальной точкой, в центральном гравитационном поле. Фарадей в своих исследованиях электричества и магнетизма, наблюдениях или экспериментах дошел до открытия и создания электромагнитного поля, получил примеры явных проявлений, придумал возможности практического использования, а основную математическую модель и уравнения предложил Максвелл. Это Фарадей предполагал единство мироздания через влияние на лучи света и взаимодействие с ними электричества и магнетизма, вызывая их поляризацию. Эйнштейн пытался создать единую теорию поля для всех существующих сил, соединяя время, пространство и силы тяготения в своих уравнениях теории относительности. Ему принадлежит огромная роль в популяризации и введении в научный оборот новых физических концепций и теорий.

Создание новых гипотез или формирование логически непротиворечивых теорий полезно и даже необходимо. В процессе обсуждения и развития в разных направлениях фундаментальных исследований они могут давать замечательные результаты, способствуя ускорению или совершенствованию науки, а также новые возможности практического применения.

Список литературы:

1. Аристотель. Сочинения. М., 1975.
2. Арнольд В. И. Истории давние и недавние. М.: ФАЗИС, 2002, 96 с.
3. Арнольд В. И. Математические методы классической механики. М.: Наука, 1979. 432 с.
4. Боголюбов А. Н. Математики, механики. Биографический справочник. Киев: Наукова думка, 1983.
5. Буфеев В. А. Кто и как создал теорию относительности. М., 2015.
6. Габсер С. Маленькая книга о большой теории струн. В поисках принципов устройства Вселенной. СПб.: Питер, 2015.
7. Гамов Г. А. Создание Вселенной (The Creation of the Universe). Viking Press, 1952.

8. Даан–Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики / перевод с французского А. А. Бряндинской (Routes et dedales. Histoire des mathematiqeus). М.: Наука, 1986.

9. Демьянов В. Ф. Математическая модель динамического процесса // Доклады Академии Наук. 2004. Т. 395. №2. С. 178–182.

10. Жмудь Л. Я. Пифагор и его школа. Л.: Наука, 1990.

11. Кантор Г. Труды по теории множеств. М.: Наука, 1985.

12. Королев В. С. Структура окружающего мира при образовании и развитии Вселенной // Сб. статей: «Актуальные направления научных исследований: от теории к практике». Чебоксары: Интерактив плюс, 2014. С. 188–192.

13. Королев В. С. Размышления о мощности числовых множеств. Как пересчитать все действительные числа // Studying the Nature of Matter and Physical Fields in the Search for Ways of the Fundamental Scientific Gnoseology Problems Solution. London: IASHE, 2014. P. 41–44.

14. Королев В. С. Размышления о структурном строении и возможном развитии вселенной // Variety of Interaction Forms of Material Objects through a Prism of the Latest Analytical Concepts. London: GISAP, 2014. P. 25–27.

15. Королев В. С. История становления аналитической механики // Естественные и математические науки в современном мире. 2015. №10 (34). С. 28–43.

16. Королев В. С. Философские основы натуральной астрофизики и математики // Наука вчера, сегодня, завтра. 2016. №10 (32). С. 16–23.

17. Королев В. С., Королева О. П. Главные проблемы теории множеств // «Инновации в науке». Сб. статей по материалам международной конференции. №10 (47). Новосибирск: АНС СибАК, 2015. С. 14–20.

18. Королев В. С., Новоселов В. С. Пространство, время и кватернионы // Наука вчера, сегодня, завтра. 2016. №2–1 (24). С. 28–41.

19. Математическая энциклопедия. М.: Советская энциклопедия, 1982.

20. Новоселов В. С. Статистические модели механики: учеб. пособие. СПб.: Изд–во С.–Петерб. ун–та, 1999. 200 с.

21. Новоселов В. С., Королев В. С. Аналитическая механика управляемых систем. СПб: Изд–во С.–Петерб. ун–та, 2005. 298 с.

22. Новоселов В. С., Королев В. С. Материя Вселенной // Естественные и математические науки в современном мире. 2016. №12 (47). С. 28–43.

23. Ньютон И. Математические начала натуральной философии / в серии «Классики науки». Перевод с латинского и комментарии А. Н. Крылова. М.: Наука. 1989. 687 с.

24. Пуанкаре А. О науке / перевод с французского под ред. Л. С. Понтрягина. М.: Наука, 1990. 736 с.

25. Фридман А. А. Мир как пространство и время. М.: Наука, 1965.

26. Хокинг С. Краткая история времени. От большого взрыва до черных дыр. СПб: Амфора, 2007. 231 с.

27. Штифель, Шейфеле Г. Линейная и регулярная небесная механика. М.: Мир, 1975. 304 с.

28. Эйнштейн А. Собрание сочинений в 4-х томах. М.: Наука, 1967.

References:

1. Aristotel. Sochineniya. Moscow, 1975.

2. Arnold V. I. Istorii davnie i nedavnie. Moscow, FAZIS, 2002, 96 p.

3. Arnold V. I. Matematicheskie metody klassicheskoi mekhaniki. Moscow, Nauka, 1979. 432 p.

4. Bogolyubov A. N. Matematiki, mekhaniki. Biograficheskii spravochnik. Kiev, Naukova dumka, 1983.

5. Bufeev V. A. Kto i kak sozdal teoriyu otnositelnosti. Moscow, 2015.

6. Gabser S. Malenkaya kniga o bolshoi teorii strun. V poiskakh printsipov ustroistva Vselennoi. St. Petersburg, Piter, 2015.

7. Gamov G. A. Sozdanie Vselennoi (The Creation of the Universe). Viking Press, 1952.

8. Daan–Dalmediko A., Peiffer Zh. Puti i labirinty. Ocherki po istorii matematiki. Perevod s frantsuzskogo A. A. Bryandinskoi (Routes et dedales. Histoire des mathematiqeus). Moscow, Nauka, 1986.

9. Demyanov V. F. Matematicheskaya model dinamicheskogo protsessa. Doklady Akademii Nauk, 2004, v. 395, no. 2, pp. 178–182.

10. Zhmud L. Ya. Pifagor i ego shkola. Leningrad, Nauka, 1990.

11. Kantor G. Trudy po teorii mnozhestv. Moscow, Nauka, 1985.

12. Korolev V. S. Struktura okruzhayushchego mira pri obrazovanii i razvitii Vselennoi. Sb. statei: “Aktualnye napravleniya nauchnykh issledovanii: ot teorii k praktike”. Cheboksary, Interaktiv plyus, 2014, pp. 188–192.

13. Korolev V. S. Razmyshleniya o moshchnosti chislovykh mnozhestv. Kak pereschitat vse deistvitelnye chisla. Studying the Nature of Matter and Physical Fields in the Search for Ways of the Fundamental Scientific Gnoseology Problems Solution. London, IASHE, 2014, pp. 41–44.

14. Korolev V. S. Razmyshleniya o strukturnom stroenii i vozmozhnom razvitii vselennoi. Variety of Interaction Forms of Material Objects through a Prism of the Latest Analytical Concepts. London, GISAP, 2014, pp. 25–27.

15. Korolev V. S. Istoriya stanovleniya analiticheskoi mekhaniki. Estestvennye i matematicheskie nauki v sovremennom mire, 2015, no. 10 (34), pp. 28–43.

16. Korolev V. S. Filosofskie osnovy natural'noi astrofiziki i matematiki. Nauka vchera, segodnya, zavtra, 2016, no. 10 (32), pp. 16–23.

17. Korolev V. S., Koroleva O. P. Glavnye problemy teorii mnozhestv. “Innovatsii v nauke”. Sb. statei po materialam mezhdunarodnoi konferentsii. №10 (47), Novosibirsk, ANS SibAK, 2015, pp. 14–20.

18. Korolev V. S., Novoselov V. S. Prostranstvo, vremya i kvaterniony. Nauka vchera, segodnya, zavtra, 2016, no. 2–1 (24), pp. 28–41.

19. Matematicheskaya entsiklopediya. Moscow, Sovetskaya entsiklopediya, 1982.

20. Novoselov V. S. Statisticheskie modeli mekhaniki: ucheb. posobie. SPb.: Izd–vo S.–Peterb. un–ta, 1999. 200 p.

21. Novoselov V. S., Korolev V. S. Analiticheskaya mekhanika upravlyaemykh sistem. St. Petersburg, Izd–vo S.–Peterb. un–ta, 2005, 298 p.

22. Novoselov V. S., Korolev V. S. Materiya Vselennoi. Estestvennye i matematicheskie nauki v sovremennom mire, 2016, no. 12 (47), pp. 28–43.

23. Nyuton I. Matematicheskie nachala naturalnoi filosofii. V serii “Klassiki nauki”. Perevod s latinskogo i kommentarii A. N. Krylova. Moscow, Nauka, 1989, 687 p.

24. Puankare A. O nauke. Perevod s frantsuzskogo pod red. L. S. Pontryagina. Moscow, Nauka, 1990. 736 p.

25. Fridman A.A. Mir kak prostranstvo i vremya. Moscow, Nauka, 1965.

26. Khoking S. Kratkaya istoriya vremeni. Ot bolshogo vzryva do chernykh dyr. St. Petersburg, Amfora, 2007. 231 p.

27. Shtifel, Sheifele G. Lineinaya i regulyarnaya nebesnaya mekhanika. Moscow, Mir, 1975. 304 p.

28. Einshtein A. Sobranie sochinenii v 4-kh tomakh. Moscow, Nauka, 1967.

Работа поступила в редакцию 25.11.2016 г.

Принята к публикации 28.11.2016 г.