

УДК 004: 658.08

**ПОШАГОВАЯ КОРРЕКЦИЯ ЭКСПЕРТНЫХ ОЦЕНОК В ПРЯМОМ МЕТОДЕ
АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ**

**STEP-BY-STEP CORRECTION OF EXPERT EVALUATIONS FOR ANALYTIC
HIERARCHY PROCESS**

©*Вотякова Е. М.*

*Костромской государственный технологический университет
г Кострома, Россия*

elzvtk@gmail.com

©*Votyakova E.*

Kostroma State University of Technology

Kostroma, Russia

elzvtk@gmail.com

Аннотация. В статье рассмотрен алгоритм пошаговой коррекции экспертных оценок в прямом методе анализа иерархий. Для получения согласованных соотношений трех критериев предложено корректировать одну или несколько попарных соотношений одним из шести способов. Предлагается принять исправление, если необходимая корректировка попарных оценок не превышает 5%.

Abstract. Algorithm of step-by-step correction of expert evaluations for Direct Analytic Hierarchy Process is analyzed. Six different methods of pairwise comparisons are suggested to reach coordinated evaluations. It is suggested to approve the correction if it does not exceed 5%.

Ключевые слова: метод анализа иерархий, прямой метод, пошаговая коррекция оценок.

Keywords: analytic hierarchy process, direct method, correction of evaluations, step-by-step correction.

На практике для решения задач многокритериального выбора из нескольких альтернатив, широко применяются методы экспертных оценок. Одним из них является метод анализа иерархий (МАИ). Он позволяет аргументировано обосновать выбор той или иной альтернативы и определить значимость каждого критерия, влияющего на выбор [1].

Основные этапы МАИ заключаются в следующем:

- структуризация задачи в виде иерархи с несколькими уровнями: обобщающие критерии (требуемые показатели, характеристики, свойства); детализирующие критерии или параметры, которых может быть, в свою очередь, несколько уровней; сравниваемые альтернативы;

- попарное сравнение экспертами элементов каждого уровня на основе использования девятибалльной шкалы;

- вычисление коэффициентов веса элементов каждого уровня.

- расчет результирующих показателей веса каждой из альтернатив и их ранжирование по этим показателям.

Для получения согласованных весов критериев в МАИ предложено использовать пошаговую коррекцию оценок экспертов. На первом этапе вводятся попарные оценки для первых трех критериев, и проверяется их относительная согласованность. Если оценки не согласованы, то требуется их коррекция экспертом непосредственно на данном этапе.

На следующем шаге в проверку согласованности добавляется четвертый критерий, т. е. проверяется согласованность попарных оценок второго, третьего и четвертого критерия. При этом проверяется согласованность новых попарных оценок относительно полученных на первом шаге (в данном случае второго и третьего критериев, т. к. они участвовали в оценке в первом шаге). Далее второй шаг повторяется для последующих критериев до полной согласованности всех попарных оценок [2].

На основе МАИ предложен принципиально новый способ прямого метода анализа иерархии (ПМАИ), позволяющий устраниТЬ недостатки стандартного метода. Значительно сокращается количество операций экспертных оценок; применяется линейная шкала оценок с малым шагом дискретности; обеспечивается лучшая согласованность экспертных оценок; появляется больше возможностей формировать наиболее сопоставимые группировки критериев и альтернатив; автоматически решается проблема оценки альтернатив по наращиваемому набору критериев [3].

В Таблицах 1, 2 и на Рисунках 1, 2 показано преимущество ПМАИ перед МАИ с точки зрения равномерности шкалы экспертных оценок.

Таблица 1.

ШКАЛА ОЦЕНОК МАИ

<i>МАИ</i> $a_{ij} = \frac{W_i}{W_j}$	<i>МАИ</i> W_i	<i>МАИ</i> $W_i = 1 - W_i$	<i>Интервал между оценками</i> $W_{i+1} - W_i$
$1/9=0,11$	0,10	0,90	
$1/8=0,13$	0,11	0,89	0,011
$1/7=0,14$	0,13	0,88	0,014
$1/6=0,17$	0,14	0,86	0,018
$1/5=0,20$	0,17	0,83	0,024
$1/4=0,25$	0,20	0,80	0,033
$1/3=0,33$	0,25	0,75	0,050
$1/2=0,50$	0,33	0,67	0,083
1	0,50	0,50	0,167
2	0,67	0,33	0,167
3	0,75	0,25	0,083
4	0,80	0,20	0,050
5	0,83	0,17	0,033
6	0,86	0,14	0,024
7	0,88	0,13	0,018
8	0,89	0,11	0,014
9	0,90	0,10	0,011

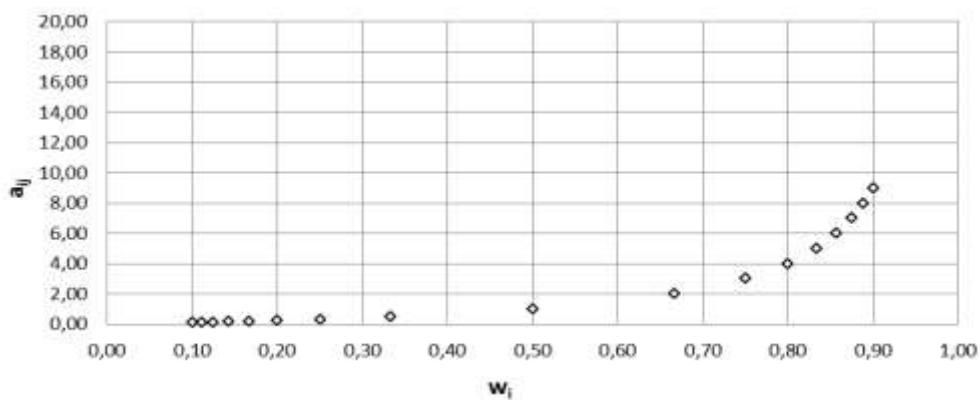


Рисунок 1. Шкала оценок ПМАИ.

Таблица 2.

ШКАЛА ОЦЕНОК ПМАИ

ПМАИ $a_{ij} = \frac{W_i}{W_j}$	ПМАИ W_i	ПМАИ $W_j = 1 - W_i$	Интервал между оценками $W_{i+1} - W_i$
0,01	0,01	0,99	
0,05	0,05	0,95	0,04
0,11	0,1	0,9	0,05
0,18	0,15	0,85	0,05
0,25	0,2	0,8	0,05
0,33	0,25	0,75	0,05
0,43	0,3	0,7	0,05
0,54	0,35	0,65	0,05
0,67	0,4	0,6	0,05
0,82	0,45	0,55	0,05
1,00	0,5	0,5	0,05
1,22	0,55	0,45	0,05
1,50	0,6	0,4	0,05
1,86	0,65	0,35	0,05
2,33	0,7	0,3	0,05
3,00	0,75	0,25	0,05
4,00	0,8	0,2	0,05
5,67	0,85	0,15	0,05
9,00	0,9	0,1	0,05
19,00	0,95	0,05	0,04
99,00	0,99	0,01	

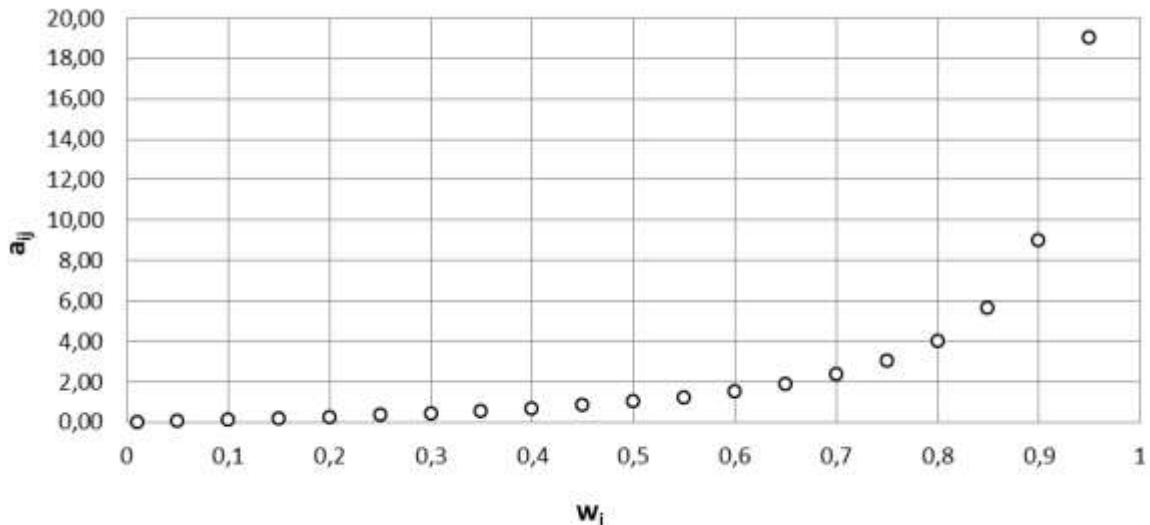


Рисунок 2. Шкала оценок ПМАИ.

Предлагается следующий алгоритм пошаговой коррекции экспертных оценок.

Шаг 1.

Эксперт определяет попарные соотношения (1), (2), (3).

$$w_{12} + w_{21} = 1; \quad (1)$$

$$w_{23} + w_{32} = 1; \quad (2)$$

$$w_{13} + w_{31} = 1; \quad (3)$$

Шаг 2.

На основе определенных экспертом данных при помощи выражений (4)–(7), высчитываются значения весов W_1, W_2, W_3 .

$$W_1 + W_2 + W_3 = 1; \quad (4)$$

$$W_{12} = \frac{w_1}{w_1 + w_2}; \quad (5)$$

$$W_{23} = \frac{w_2}{w_2 + w_3}; \quad (6)$$

$$W_{13} = \frac{w_1}{w_1 + w_3}; \quad (7)$$

Значения W_1, W_2, W_3 вычисляются по формулам (8)–(10)

$$W_1 = \frac{1}{1 + \frac{w_2 + w_3}{w_1}} = \frac{1}{1 + \frac{\frac{w_2}{w_1 + w_2} + \frac{w_3}{w_1 + w_3}}{\frac{w_1}{w_1 + w_2} + \frac{w_1}{w_1 + w_3}}} = \frac{1}{1 + \frac{w_{21} + w_{31}}{w_{12} + w_{13}}} = \frac{1}{1 + \frac{(1 - w_{12}) + (1 - w_{13})}{w_{12} + w_{13}}}; \quad (8)$$

$$W_2 = \frac{1}{1 + \frac{w_1 + w_3}{w_2}} = \frac{1}{1 + \frac{\frac{w_1}{w_1 + w_2} + \frac{w_3}{w_2 + w_3}}{\frac{w_2}{w_1 + w_2} + \frac{w_2}{w_2 + w_3}}} = \frac{1}{1 + \frac{w_{12} + w_{32}}{w_{21} + w_{23}}} = \frac{1}{1 + \frac{w_{12} + (1 - w_{23})}{w_{21} + w_{23}}}; \quad (9)$$

$$W_3 = \frac{1}{1 + \frac{w_1 + w_2}{w_3}} = \frac{1}{1 + \frac{\frac{w_1}{w_1 + w_3} + \frac{w_2}{w_2 + w_3}}{\frac{w_3}{w_1 + w_3} + \frac{w_3}{w_2 + w_3}}} = \frac{1}{1 + \frac{w_{13} + w_{23}}{w_{31} + w_{32}}} = \frac{1}{1 + \frac{w_{13} + (1 - w_{23})}{w_{31} + w_{32}}}; \quad (10)$$

Шаг 3.

Если равенство (4) выполняется, то оценки согласованы и их корректировка не требуется. Если равенство (4) не выполняется, т. е. $w_1 + w_2 + w_3 \neq 1$, то оценки не согласованы. Следовательно, требуется коррекция одного или нескольких из введенных значений (1), (2) и (3).

Шаг 4.

Определяются возможные варианты корректировки экспертных оценок, а также значения, на которые необходимо скорректировать ту или иную оценку.

4.1. Для получения согласованных оценок необходимо скорректировать w_{12} на величину ε_{12} . Тогда система из уравнений (1)–(4), (8)–(10) будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{12} + w_{21} = 1 \\ w_{23} + w_{32} = 1 \\ w_{13} + w_{31} = 1 \\ w_1 = \frac{1}{1 + \frac{(1-w_{12})}{w_{12}} + \frac{(1-w_{13})}{w_{13}}} \\ w_2 = \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}} \\ w_3 = \frac{1}{1 + \frac{w_{13}}{(1-w_{13})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}} \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (8) \\ (9) \\ (10) \\ (4) \end{array} \quad (11)$$

где $w_{12} = w_{12} \pm \varepsilon_{12}$, $w_{21} = w_{21} \mp \varepsilon_{12}$ — это скорректированные значения экспертной оценки $w_{12} + w_{21} = 1$

Из введенных экспертом оценок (2) и (3) w_{12} и w_{21} определяются однозначно:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{12} \pm \varepsilon_{12} = \frac{\frac{w_{13}}{(1-w_{13})} \cdot \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}{1 + \frac{w_{13}}{(1-w_{13})} \cdot \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}} \\ w_{21} \mp \varepsilon_{12} = \frac{\frac{w_{23}}{(1-w_{23})} \cdot \frac{(1-w_{13})}{w_{13}}}{1 + \frac{w_{23}}{(1-w_{23})} \cdot \frac{(1-w_{13})}{w_{13}}} \end{array} \right. \quad (12)$$

В системе (12) ε_{12} — это то значение, скорректировав на которое оценку (1), изменив величины w_{12} и w_{21} , можно получить выполнение равенства (4), т. е. согласованные оценки.

4.2. Для получения согласованных оценок необходимо скорректировать w_{23} на величину ε_{23} . Тогда система из уравнений (1)–(4), (8)–(10) будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{12} + w_{21} = 1 \\ w_{23} + w_{32} = 1 \\ w_{13} + w_{31} = 1 \\ w_1 = \frac{1}{1 + \frac{(1-w_{12})}{w_{12}} + \frac{(1-w_{13})}{w_{13}}} \\ w_2 = \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}} \\ w_3 = \frac{1}{1 + \frac{w_{13}}{(1-w_{13})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}} \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (8) \\ (9) \\ (10) \\ (4) \end{array} \quad (13)$$

где $w_{23} = w_{23} \pm \varepsilon_{23}$, $w_{32} = w_{32} \mp \varepsilon_{23}$ — это скорректированные значения экспертной оценки $w_{23} + w_{32} = 1$

Из введенных экспертом оценок (1) и (3) w_{23} и w_{32} определяются однозначно:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{23} \pm \varepsilon_{23} = \frac{\frac{(1-w_{12})}{w_{12}} \frac{w_{13}}{(1-w_{13})}}{1 + \frac{(1-w_{12})}{w_{12}} \frac{w_{13}}{(1-w_{13})}} \\ w_{32} \mp \varepsilon_{23} = \frac{\frac{(1-w_{13})}{w_{13}} \frac{w_{12}}{(1-w_{12})}}{1 + \frac{(1-w_{13})}{w_{13}} \frac{w_{12}}{(1-w_{12})}} \end{array} \right. \quad (14)$$

В системе (14) ε_{23} — это то значение, скорректировав на которое оценку (2), изменив величины w_{23} и w_{32} , можно получить выполнение равенства (4), т. е. согласованные оценки.

4.3. Для получения согласованных оценок необходимо скорректировать w_{13} на величину ε_{13} . Тогда система из уравнений (1)–(4), (8)–(10) будет иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{12} + w_{21} = 1 \\ w_{23} + w_{32} = 1 \\ w_{13} + w_{31} = 1 \\ w_1 = \frac{1}{1 + \frac{(1-w_{12})}{w_{12}} + \frac{(1-w_{13})}{w_{13}}} \\ w_2 = \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}} \\ w_3 = \frac{1}{1 + \frac{w_{13}}{(1-w_{13})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}} \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1) \\ (2) \\ (3) \\ (8) \\ (9) \\ (10) \\ (4) \end{array} \quad (15)$$

где $w_{13} = w_{13} \pm \varepsilon_{13}$, $w_{31} = w_{31} \mp \varepsilon_{13}$ — это скорректированные значения экспертной оценки $w_{13} + w_{31} = 1$

Из введенных экспертом оценок (2) и (3) w_{13} и w_{31} определяются однозначно:

$$\begin{cases} W_{13} \pm \varepsilon_{13} = \frac{\frac{w_{12}}{(1-w_{12})} \cdot \frac{w_{23}}{(1-w_{23})}}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} \cdot \frac{w_{23}}{(1-w_{23})}} \\ W_{31} \mp \varepsilon_{13} = \frac{\frac{(1-w_{23})(1-w_{12})}{w_{23}}}{1 + \frac{w_{23}}{(1-w_{23})} \cdot \frac{w_{12}}{(1-w_{12})}} \end{cases} \quad (16)$$

В системе (16) ε_{13} — это то значение, скорректировав на которое оценку (3), изменив величины W_{13} и W_{31} , можно получить выполнение равенства (4), т. е. согласованные оценки.

4.4. Для получения согласованных оценок необходимо скорректировать W_1 так, чтобы выполнялось равенство (4). Тогда необходимо скорректировать W_{12} на величину ε_{12}, w_{23} на величину ε_{23}, W_{13} на величину ε_{13} .

$$W_1 = 1 - w_2 - w_3; \quad (4)$$

$$W_2 = \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}; \quad (9)$$

$$W_3 = \frac{1}{1 + \frac{w_{13}}{(1-w_{13})} + \frac{w_{23}}{(1-w_{23})}}; \quad (10)$$

$$W_{12} = \frac{w_1}{w_1 + w_2} = \frac{1-w_2-w_3}{1-w_2-w_3+w_2} = \frac{1-w_2-w_3}{1-w_3} = \frac{1 - \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{w_{13}}{(1-w_{13})} + \frac{w_{23}}{(1-w_{23})}}}; \quad (5)$$

$$W_{23} = \frac{w_2}{w_2 + w_3} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}; \quad (6)$$

$$W_{13} = \frac{w_1}{w_1 + w_3} = \frac{1-w_2-w_3}{1-w_2-w_3+w_3} = \frac{1-w_2-w_3}{1-w_2} = \frac{1 - \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}}; \quad (7)$$

$$\begin{cases} W_{12} \pm \varepsilon_{12} = \frac{1 - \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{w_{13}}{(1-w_{13})} + \frac{w_{23}}{(1-w_{23})}}} \\ W_{23} \pm \varepsilon_{23} = \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}} \\ W_{13} \pm \varepsilon_{13} = \frac{1 - \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{w_{12}}{(1-w_{12})} + \frac{(1-w_{23})}{w_{23}}}} \end{cases} \quad (17)$$

В системе (17) $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}$ — это те значения, скорректировав на которые оценки (1)–(3) соответственно, можно получить выполнение равенства (4), т. е. согласованные оценки.

4.5. Для получения согласованных оценок необходимо скорректировать W_2 так, чтобы выполнялось равенство (4). Тогда необходимо скорректировать W_{12} на величину ε_{12}, W_{23} на величину ε_{23}, W_{13} на величину ε_{13} .

$$W_2 = 1 - W_1 - W_3; \quad (4')$$

$$W_1 = \frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}; \quad (8)$$

$$W_3 = \frac{1}{1 + \frac{W_{13}}{(1-W_{13})} + \frac{W_{23}}{(1-W_{23})}}; \quad (10)$$

$$W_{12} = \frac{w_1}{w_1 + w_2} = \frac{w_1}{w_1 + 1 - w_1 - w_3} = \frac{w_1}{1 - w_3} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{W_{13}}{(1-W_{13})} + \frac{W_{23}}{(1-W_{23})}}}; \quad (5')$$

$$W_{23} = \frac{w_2}{w_2 + w_3} = \frac{1-w_1-w_3}{1-w_1-w_3+w_3} = \frac{1-w_1-w_3}{1-w_1} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}} \frac{\frac{1}{1 + \frac{W_{13}}{(1-W_{13})} + \frac{W_{23}}{(1-W_{23})}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}; \quad (6')$$

$$W_{13} = \frac{w_1}{w_1 + w_3} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{W_{13}}{(1-W_{13})} + \frac{W_{23}}{(1-W_{23})}}}; \quad (7')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{12} \pm \varepsilon_{12} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{W_{13}}{(1-W_{13})} + \frac{W_{23}}{(1-W_{23})}}} \\ W_{23} \pm \varepsilon_{23} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}} \frac{\frac{1}{1 + \frac{W_{13}}{(1-W_{13})} + \frac{W_{23}}{(1-W_{23})}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}} \\ W_{13} \pm \varepsilon_{13} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{W_{13}}{(1-W_{13})} + \frac{W_{23}}{(1-W_{23})}}} \end{array} \right. \quad (18)$$

В системе (18) $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}$ — это те значения, скорректировав на которые оценки (1)–(3) соответственно, можно получить выполнение равенства (4), т. е. согласованные оценки.

4.6. Для получения согласованных оценок необходимо скорректировать W_3 так, чтобы выполнялось равенство (4). Тогда необходимо скорректировать W_{12} на величину ε_{12}, W_{23} на величину ε_{23}, W_{13} на величину ε_{13} .

$$W_3 = 1 - W_1 - W_2; \quad (4')$$

$$W_1 = \frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}; \quad (8)$$

$$W_2 = \frac{1}{1 + \frac{W_{12}}{(1-W_{12})} + \frac{(1-W_{23})}{W_{23}}}; \quad (9)$$

$$W_{12} = \frac{w_1}{w_1 + w_2} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}} + \frac{1}{1 + \frac{W_{12}}{(1-W_{12})} + \frac{(1-W_{23})}{W_{23}}}}; \quad (5')$$

$$W_{23} = \frac{w_2}{w_2 + w_3} = \frac{w_2}{w_2 + 1 - w_1 - w_2} = \frac{w_2}{1 - w_1} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{W_{12}}{(1-W_{12})} + \frac{(1-W_{23})}{W_{23}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}; \quad (6')$$

$$W_{13} = \frac{w_1}{w_1 + w_3} = \frac{w_1}{w_1 + 1 - w_1 - w_2} = \frac{w_1}{1 - w_2} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{W_{12}}{(1-W_{12})} + \frac{(1-W_{23})}{W_{23}}}}; \quad (7')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{12} \pm \varepsilon_{12} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}} + \frac{1}{1 + \frac{W_{12}}{(1-W_{12})} + \frac{(1-W_{23})}{W_{23}}}} \\ W_{23} \pm \varepsilon_{23} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{W_{12}}{(1-W_{12})} + \frac{(1-W_{23})}{W_{23}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}} \\ W_{13} \pm \varepsilon_{13} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{(1-W_{12})}{W_{12}} + \frac{(1-W_{13})}{W_{13}}}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{W_{12}}{(1-W_{12})} + \frac{(1-W_{23})}{W_{23}}}} \end{array} \right. \quad (19)$$

В системе (19) $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}$ — это те значения, скорректировав на которые оценки (1)–(3) соответственно, можно получить выполнение равенства (4), т. е. согласованные оценки.

Шаг 5.

Для возможных корректировок 1–6 высчитано, на сколько можно изменить каждую из величин, определенных экспертом в выражениях (1)–(3).

Корректировка 1: ε_{12} в системе (12), корректировка 2: ε_{23} в системе (14), корректировка 3: ε_{13} в системе (16), корректировка 4: $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}$ в системе (17), корректировка 5: $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}$ в системе (18), 6: $\varepsilon_{12}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{13}$ в системе (19). Любая из предложенных корректировок приведет к согласованию попарных оценок (1)–(3).

Предлагается выбрать ту из корректировок, которая меньше всего повлияет на введенные экспертом величины и сравнить значение этой корректировки с минимально допустимой ошибкой $\varepsilon_{ij\text{ доп}} = 0,05$. Корректировка экспертных оценок (1), (2) и (3) на величину $\varepsilon \leq 0,05$ психологически слабо ощутима, т.е. кардинально не меняет выбор эксперта. Тем не менее, она может помочь достичь согласованности экспертных оценок, т. е. выполнения равенства (4).

5.1. Если описанная корректировка возможна, ее результат можно принимать для вычисления весов критериев w_1, w_2, w_3 и переходить к следующему шагу — добавлению четвертого критерия и вычислению следующей тройки согласованных попарных оценок.

5.2. Если для согласованности экспертных оценок оценки необходимо изменить более, чем на 0,05, значит ошибка эксперта достаточно грубая, попарные оценки эксперта не согласованы и на основе них невозможно вычислить согласованные веса критериев w_1, w_2, w_3 ,

Предлагается вернуть эксперта на шаг 1 и пересмотреть попарные оценки

$$w_{12} + w_{21} = 1; \quad (1)$$

$$w_{23} + w_{32} = 1; \quad (2)$$

$$w_{13} + w_{31} = 1; \quad (3)$$

Шаг 6.

Следующим шагом вводится четвертый критерий.

$$w_{23} + w_{32} = 1; \quad (2)$$

$$w_{34} + w_{43} = 1; \quad (20)$$

$$w_{24} + w_{42} = 1; \quad (21)$$

Проводится оценка согласованности и корректировка попарных оценок критериев аналогично шагу 4. При этом оценка (2) проверена и согласована на первом этапе, т. е. её корректирование невозможно. Далее вводятся следующие критерии и повторяются действия шага 6. Для всех оцениваемых критериев.

В результате проведенных действий имеем согласованные попарные оценки:

$$\left\{ \begin{array}{l} w_{12} + w_{21} = 1 \\ w_{23} + w_{32} = 1 \\ w_{13} + w_{31} = 1 \\ w_{34} + w_{43} = 1 \\ w_{24} + w_{42} = 1 \\ \dots \\ w_{(n-1)n} + w_{n(n-1)} = 1 \\ w_{(n-2)n} + w_{n(n-2)} = 1 \end{array} \right.$$

После попарного перебора всех критериев или альтернатив, входящих в один слой иерархии и в одну группу, вычисляется общее соотношение весовых коэффициентов на основании окончательных попарных соотношений:

$$w_1 + w_2 + \dots + w_i + \dots + w_n = 1$$

$$\begin{aligned} w_i &= \frac{1}{1 + \frac{w_1}{w_i} + \frac{w_2}{w_i} + \dots + \frac{w_{i-1}}{w_i} + \frac{w_{i+1}}{w_i} + \dots + \frac{w_n}{w_i}} = \\ &= \frac{1}{1 + w_{1i} + w_{2i} + \dots + w_{(i-1)i} + w_{(i+1)i} + \dots + w_{ni}} \end{aligned}$$

В результате разработан алгоритм пошаговой коррекции попарных оценок в прямом методе анализа иерархий. Выведены формулы корректировки попарных соотношений, а также формулы для вычисления итоговых попарных соотношений. Если требуемая корректировка требует изменения оценки более, чем на 0,05, то оценки не согласованы и эксперту необходимо изменить свои попарные оценки.

Список литературы:

1. Saati T. L. Prinyatie reshenii. Metod analiza ierarkhii. M.: Radio i svyaz, 1993. 320 c.
2. Ogurtsov A. N., Staroverova N. A. Algoritm povysheniya soglasovannosti ekspertnykh otsenok v metode analiza ierarkhii // Vestnik IGEU. Vyp. 5, Ivanovo, 2013. С. 144–153.
3. Gnatyuk A. B., Votyakova E. M., Staroverov B. A. Reshenie zadachi mnogokriterial'nogo vybora tekhnicheskoi komponovki tsifrovoi podstantsii s pomoshch'yu pryamogo metoda analiza ierarkhii // Vestnik IGEU. Vyp. 2, Ivanovo, 2016.

References:

1. Saati T. L. Prinyatie reshenii. Metod analiza ierarkhii. Moscow, Radio i svyaz, 1993, 320 p.
2. Ogurtsov A. N., Staroverova N. A. Algoritm povysheniya soglasovannosti ekspertnykh otsenok v metode analiza ierarkhii. Vestnik IGEU, Vyp. 5, Ivanovo, 2013, pp. 144–153.
3. Gnatyuk A. B., Votyakova E. M., Staroverov B. A. Reshenie zadachi mnogokriterial'nogo vybora tekhnicheskoi komponovki tsifrovoi podstantsii s pomoshch'yu pryamogo metoda analiza ierarkhii. Vestnik IGEU, Vyp. 2, Ivanovo, 2016.

Работа поступила в редакцию
26.04.2016 г.

Принята к публикации
28.04.2016 г.