

## PRIMENA METODA UGAONE SUPERREZOLUCIJE ZA KONCIPIRANJE GLAVE ZA SAMONAVOĐENJE PROTIVRADARSKJE RAKETE

UDC:623.465.3 : [623.46 :: 623.623]

### Rezime:

*U radu su analizirani sistemi klasične pasivne radarske detekcije ciljeva i definisani zahtevi superrezolucije dva vrlo bliska radarska cilja. Analizirane su referentne metode superrezolucije zasnovane na određivanju ugla dolazećih elektromagnetnih talasa uzorkovanjem talasa i određivanju spektra snage signala u zavisnosti od prostorne frekvencije uz neodvojivo prisustvo ugaonog šuma. Uzorkovanjem određenog broja snimaka, procenom prostorne frekvencije i matrice kovarijacije primljenih korisnih signala i šuma, moguće je egzaktno obnovljati neophodnu informaciju o rezoluciji dva bliska cilja u senzoru glave za samonavođenje protivradarske rakete. Upoređujući zahtevane i dobijene parametre: tačnost smera, rasipanje smera, tačnost razdvajanja dva izvora i verovatnoća pouzdanog razdvajanja, u radu se preporučuje modifikovana metoda maksimalne entropije kao najbolja metoda za rezoluciju-razdvajanje dva ugaono vrlo bliska cilja koje „vidi“ glava za samonavođenje protivradarske rakete.*

*Ključne reči: protivradarska raketa, glava, metoda, superrezolucija, verovatnoća, sličnost, entropija, rasipanje, snimak, tačnost, šum, greška.*

---

## ANGULAR SUPERPOSITION WETHOD AND ITS APPLICATION IN THE CONCEPT OF THE ANTIRADAR MISSILE HOMING HEAD

### Summary:

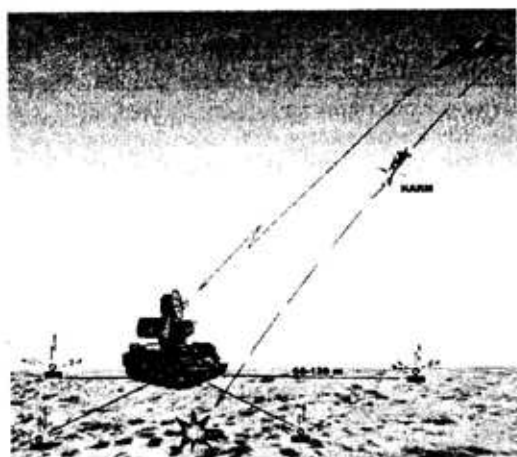
*In this paper the systems of classic passive radar detection of radar targets are analyzed and the requests of superposition of two very close radar targets are defined. Also, there are analyzed reference methods of superposition based on the angle determination of incoming electromagnetic waves by waves sampling and determination of signal power spectrum as a function of space frequency in the presence of angular noise (clutter). By sampling a number of footprints of signals and by the estimation of the space frequency and the covariation matrix of received useful signals and noise, it is possible to repeat accurately necessary information about the resolution of two close targets at the sensor of the antiradar missile homing head. After comparing required and gained parameters: accuracy of direction, standard deviation of direction, accuracy of separation of two sources and probability of reliable separation, it is recommended in the paper to use a modified method of maximum entropy, as the best method for the separation of two angular very close targets that are seen by the homing head of the antiradar missile.*

*Key words: antiradar missile, homing head, method, superposition, probability, similarity, entropy, dissipation, footprint, accuracy, angular noise, error.*

Efikasnost ugaone rezolucije glave za samonavljenje protivradarske rakete može kvantitativno da se ustanovi ako se glava posmatra kao određeni sistem za ugaono razdvajanje dva radarska izvora zračenja, uz relativno stroge uslove, a to su [3, 5]: odnos signal / šum  $< 20$  dB i razmak izvora zračenja  $< 1^\circ$ .

Klasični sistemi, prikazani u tabeli 1, sa specificiranim tačnošću ( $1-3^\circ$ ) kao na slici 3, ne mogu rešiti ovaj problem. Zato se pravac, odnosno vrlo precizan smer izvora zračenja, može odrediti primenom određenih savremenih metoda superrezolucije, koje se temelje na uzorkovanju fronta dolazećeg talasa. Osnovne funkcije, koje bi ovako koncipiran sistem (glava) trebalo da izvrši, kada se posmatraju dva ugaono vrlo bliska izvora zračenja, jesu:

– uzorkovanje M uzoraka – snimaka fronta talasa, koji se pamte u određenoj memoriji glave za samonavljenje uz pomoć linearnog niza p – neusmerenih senzora, uniformno raspoređenih;



Sl. 1 – Realna preciznost pogadjanja protivradarske rakete

Tabela 1  
Karakteristike sistema pasivne radarske detekcije

Red broj	Sistemi pasivne radarske detekcije		
	Vrsta radarskog senzora	Merni radari, izviđačka sredstva i samonavodene rakete	Upozoravajuća radarska sredstva (lokatori zračenja)
	Tehničke karakteristike	Visoko zahtevane karakteristike	Nisko zahtevane karakteristike
1.	Frekventno područje	0,5 do 18 GHz	2 do 18 GHz
2.	Greška merenja	0,5 do $1^\circ$	5 do $15^\circ$
3.	Osetljivost antenskog kanala	-70 dBm	-45 dBm
4.	Dinamičko područje	60 dB	30 do 60 dB
5.	Verovatnoća detekcije	100%	100%
6.	Analiza prepoznavanja svih parametara	ne	da
7.	Vreme odziva	nije kritično	minimalno
8.	Ostali zahtevi	visoka tehnologija	srednja i visoka tehnologija
		srednji i visoki dobitak antene	ne
		mogućnost prijema zračenja višefrekvencijskih i agilnih radara	ne
		sektorsko memo područje (90 do $180^\circ$ )	ne

– procenjivanje matrice kovarijacije uzoraka talasa (koja treba da bude hermitska, odnosno zatvorena i pozitivno semidefinitna. Za određene metode procenjuje se i matrica kovarijacije šuma samog sistema, uz pohranjivanje snimaka i izvršenje operacije konjugovano kompleksne transpozicije na svakom snimku;

– oduzimanje doprinosa šuma od doprinosa korisnog signala, za dobijanje bolje rezolucije uz što niži odnos signal-šum, što se postiže modifikovanim metodom superrezolucije, koje se temelje na poznavanju procene nove matrice kovarijacije.

Poznate savremene metode superrezolucije (razdvajanje dva ugaono vrlo bliska izvora) zračenja elektromagnetskih talasa su:

- metoda maksimalne entropije (MEM);
- metoda maksimalne sličnosti (MLM);
- Pisarnečkova metoda (PIS);
- modifikovana metoda maksimalne entropije (MEM)\*;
- modifikovana metoda maksimalne sličnosti (MLM)\*.

Smerovi zračenja izvora elektromagnetskih talasa, za sve navedene metode, određuju se na osnovu zavisnosti spektra snage od funkcije prostorne frekvencije, odnosno, funkcije tzv. prostornog ugla.

### Uzorkovanje fronta talasa

Neka se razmatra slučaj kada se elektromagnetni talasi šire u jednoj ravni i kada su prostor i vreme nezavisne veličine, tj. mogu se odvojeno analizirati. Korisni signali, koji datiraju od dva ugao vrlo bliska izvora  $C_1$  i  $C_2$ , su dva ravna talasa, (slika 2). Pretpostavka je da se oni prikupljaju pasivnim monoimpulsnim antenskim sistemom hipotetičke glave za samonavodjenje. Svaki od ovih talasa može se shvatiti kao kompleksni sinusoidalni vremensko prostorni talas, prema relaciji:

$$f(t, r) = c \exp [j(2\pi f t + k r)] \quad (1)$$

gde je:

$c$  – kompleksna slučajna amplituda talasa,

$t$  – kontinualna vremenska promenljiva,

$f$  – vremenska frekvencija,

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$  – kontinualna prostorna promenljiva,

$\vec{k} = k_x\vec{i} + k_y\vec{j} + k_z\vec{k}$  – talasni broj (prostorna frekvencija),

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – jedinični vektori u pravougaonom koordinatnom sistemu.

Talas koji putuje u smeru  $\vec{k}$ , brzinom prostiranja  $v = 2\pi f / |\vec{k}|$ , uzorkuje se linearnim nizom neusmerenih antenskih dipola (senzora), uniformno raspoređenih duž  $x$ -ose, na međusobnoj udaljenosti  $d$ , gde je  $y = z = 0$ . Tako se za detektovani signal, u pasivnom monoimpulsnom antenskom sistemu glave, može napisati:

$$f_x(t, x) = c \exp [j2\pi f t + k_x x] \quad (2)$$

Uz poznati iznos konstante brzine prostiranja može se odrediti veličina talasnog broja  $|k| = 2\pi f / v$  i tzv. polarni ugao  $\gamma$ , pridružen talasu koji datira iz cilja  $C_1$ , a iz sledeće relacije  $\cos \gamma = k_x / |k|$ .

Ako su vreme i prostor nezavisni, i ako se posmatra da se talas širi u  $x$ - $y$  ravni, problem sa 4 promenljive svodi se na jednu dimenziju, tako da se odvojeno može analizirati  $f$  i  $k_x$ . Ugao koji ravni talas zatvara prema  $y$  osi je  $\theta$  i on je komplement polarnog ugla  $\gamma$ , tako da važi  $\sin \theta = k_x / |k| = k_x \lambda / 2\pi$ , odakle za talasni broj duž ose  $x$  sledi:

$$k_x = 2\pi \sin \theta / \lambda \quad (3)$$

gde je  $\lambda$  talasna dužina ravnog talasa.

Ako se u nultom senzoru  $O$  definiše koordinatni početak, tada će  $n$ -ti senzor uzorkovati talas u tački  $x = n d$ . U bilo kom trenutku vremena, na izlazima senzora, dobiće se vrednost [3]:

$$y(n) = f_x(nd) = c \exp \{ [j2\pi n d \sin \theta] / \lambda \} \quad (4)$$

$$0 \leq n \leq p-1$$

Skup  $p$ , istovremeno uzetih prostornih uzoraka, prema relaciji (3) naziva se snimak. To je, u stvari, niz uzoraka, kompleksne sinusoide, čija je prostorna frekvencija  $\omega$ :

$$\omega = k_x d = 2\pi d \sin \theta / \lambda \quad (5)$$

Procena prostorne frekvencije  $\omega$  daje direktno procenu smera rasprostiranja  $\theta$ , za ravni talas, za koji je poznata talasna dužina  $\lambda$ , odnosno odnos  $d/\lambda$ . Ovaj model može se proširiti na dva i više ravnih talasa, pri čemu je potrebno uključiti i doprinos šuma u sensorima sistema za uzorkovanje talasa. Procena smera za dva izvora elektromagnetnih

talasa  $C_1$  i  $C_2$ , ugaono vrlo bliska, utoliko se bolje određuje ukoliko se koristi veći broj snimaka, koji, uz  $\omega k$ -tu prostornu frekvenciju, imaju sledeći oblik:

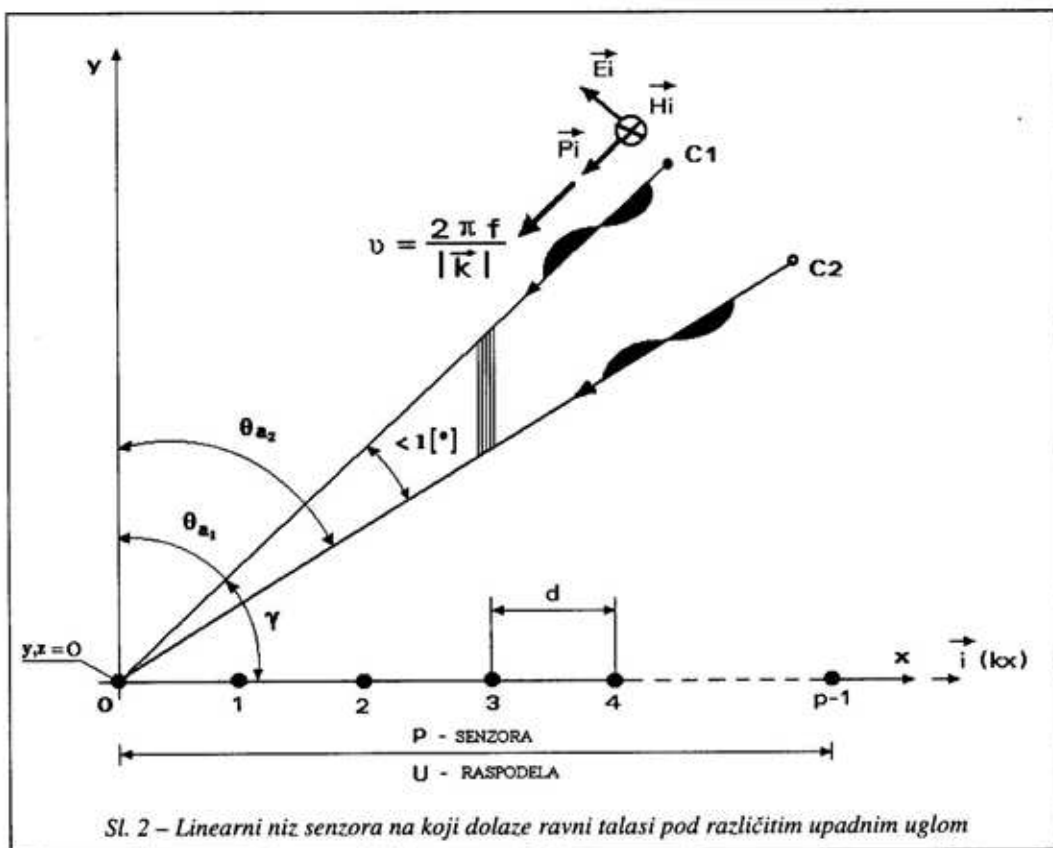
$$y_m(n) = \eta_m(n) + \sum_{k=1}^q C_{km} \exp(jn\omega_k);$$

$$1 \leq m \leq M, 0 \leq n \leq p-1 = \quad (6)$$

$$= \eta_m(n) + \sum C_k \{ \cos(n\omega_k) + j \sin(n\omega_k) \}$$

gde je  $m$  – redni broj snimaka, a  $M$  – ukupan broj snimaka.

Ako se koriste određene vektorske oznake, snimak dat relacijom (6), poprima oblik koji je slučajan, zbog zavisnosti od šuma  $\eta_m$  i korisnog signala  $C_m$ :



$$y_m = \eta_m + \sum_{k=1}^q \alpha_{k,m} S_{\omega_k} = \eta_m + S C_m; \quad (7)$$

$$1 \leq m \leq M$$

gde je:

$S_{\omega_k}$  – vektor kompleksnih sinusoida,

$C_m$  – vektor amplituda korisnog signala,

$S$  – matrica dimenzije  $p \times q$ , koja je uvedena da se snimak, prikazan šumom, može algebarski napisati.

Cilj istraživanja, iz [3, 4], a koja se ovde samo elaboriraju i predlažu, jeste procenjivanje prostorne frekvencije  $\omega_k$  uz što veći broj snimaka.

### Procenjivanje matrice kovarijacije

Snimak je vektor podataka. Dimenzije su mu određene brojem senzora, a svi elementi vektora su oblika  $KA \exp j\phi$ , gde je  $K$  – determinisana konstanta, a  $A$  i  $\phi$  su nezavisne slučajne veličine. Matrica kovarijacije, uz pretpostavku da je srednja vrednost vektora podataka  $E\{y_m\} = 0$ , jeste:

$$R = E\{y_m y_m^*\} = N + S P S^* \quad (8)$$

gde je:

$N = E\{\eta \eta^*\}$  – matrica kovarijacije šuma,

$P = E\{C_m C_m^*\}$  – matrica kovarijacije korisnog signala,

$S = [S_{\omega_1}, S_{\omega_2}, \dots, S_{\omega_m}]$  – matrica dimenzije  $p \times q$ ,

$*$  – operacija konjugovano-kompleksne transpozicije.

Procena matrice kovarijacije korisnog signala i šuma prikazana je uz pomoć sledećih izraza:

$$\hat{R} = 1/M \sum_{m=1}^M y_m y_m^*; \hat{N} = 1/M \sum_{m=1}^M \eta_m \eta_m^* \quad (9)$$

gde je:

$M$  – ukupan broj snimaka,

$p$  – broj senzora,

$y_m, \eta_m$  – snimak, dimenzije  $p \times 1$ ,

$y_m^*, \eta_m^*$  – konjugovano transponovani snimak, dimenzije  $1 \times p$ .

Da bi se dobila procena matrice kovarijacije u elektronskom sklopu (trekeru) glave za samonavodjenje, treba pomnožiti vektore  $y_m y_m^*$ , izvršiti operaciju konjugovano-kompleksne transpozicije na svakom snimku, pohraniti snimke i dobijenu sumu podeliti sa brojem snimaka. Ova procena  $\hat{R}$  sadrži doprinos korisnog signala i šuma koji potiče samo od šuma u kanalu, tj. od elektronike iza senzora. Tada je matricu kovarijacije šuma moguće odrediti pre uključivanja sistema za uzorkovanje fronta talasa korisnog signala. Niz senzora može se realizovati kao niz prijemnih antena (npr. dipola, štampanog monoimpulsnog antenskog sistema u strip tehnologiji). Tako koncipirane pasivne antene osetljive su na promenu međusobne udaljenosti, tj. međuumpedancijsko delovanje, tako da se uz pomoć  $p$  prilagođenih tereta može prikupiti  $m$  uzoraka šuma samog sistema, prikazanog jednačinom (9) pre njegovog uključenja. Ako se analizira slučaj kada je broj uzoraka šuma jednak broju uzoraka fronta talasa, moguće je primeniti određenu proceduru obnavljanja matrice kovarijacije šuma i signala, uz sukcesivno prikupljanje uzoraka.

## Prikaz metoda za određivanje smera izvora zračenja

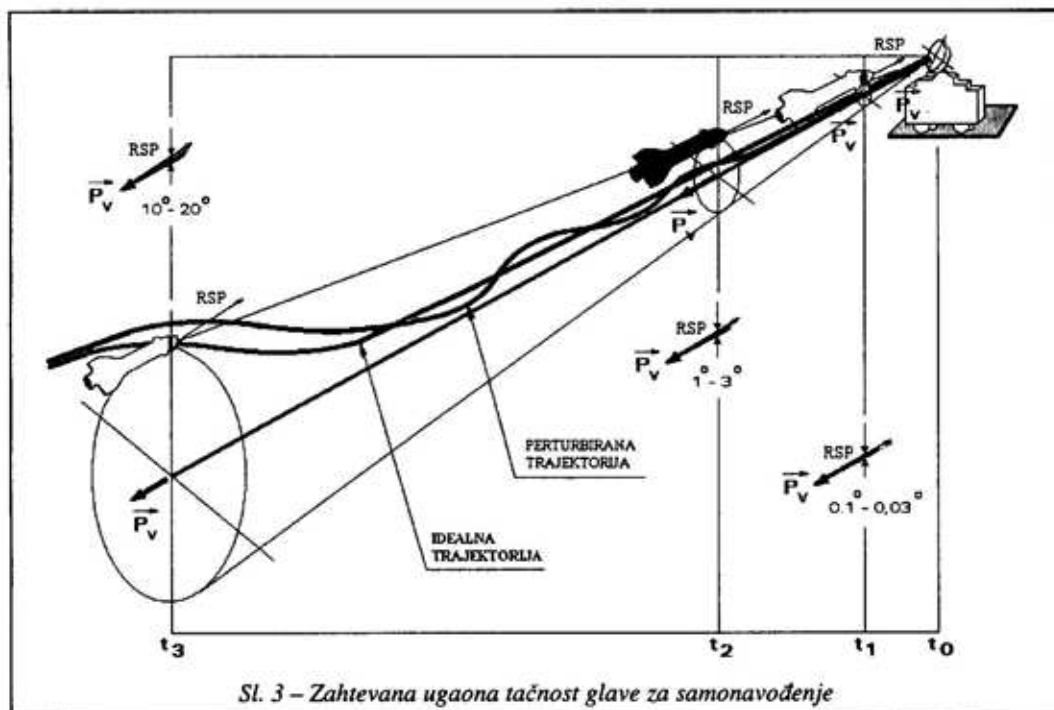
Za sve metode zajednički je oblik funkcije koja daje zavisnost spektra snage od prostorne frekvencije. Budući je prostorna frekvencija  $\omega$  funkcija prostornog ugla  $\theta$ , moguće je odrediti i grafički prikazati ovu zavisnost. Položaj maksimuma spektra snage  $P [xxx]$  određuje tačan položaj izvora zračenja, gde indeks  $[xxx]$  predstavlja skraćenu oznaku metode. Dijagrami određivanja smera zračenja prikazani su na slici 4, za različite metode, odnosno parametre razdvajanja. Ti parametri su: odnos signal / šum ( $S/N$ ), broj snimaka ( $M$ ), odnos ( $d/\lambda = 0,5$ ), broj prilagođenih tereta (udaljenost između senzora) ( $p = 8$ ) i uglovi razdvajanja (ugaoni sektor  $\theta_1 = 20^\circ$  i  $\theta_2 = 21^\circ$ ).

Kao što se uočava na slikama 4 i 5, u slučaju dva izvora postoje dva maksimuma i jedan minimum između njih, koji menja svoju dubinu u zavisnosti od primenjene metode, odnosa  $S/N$  i ugaone udaljenosti između senzora.

Metoda maksimalne entropije (MEM) ekvivalentna je Winer-ovom linearnom prediktivnom filtru sa najmanjom kvadratnom greškom predikcije [1].

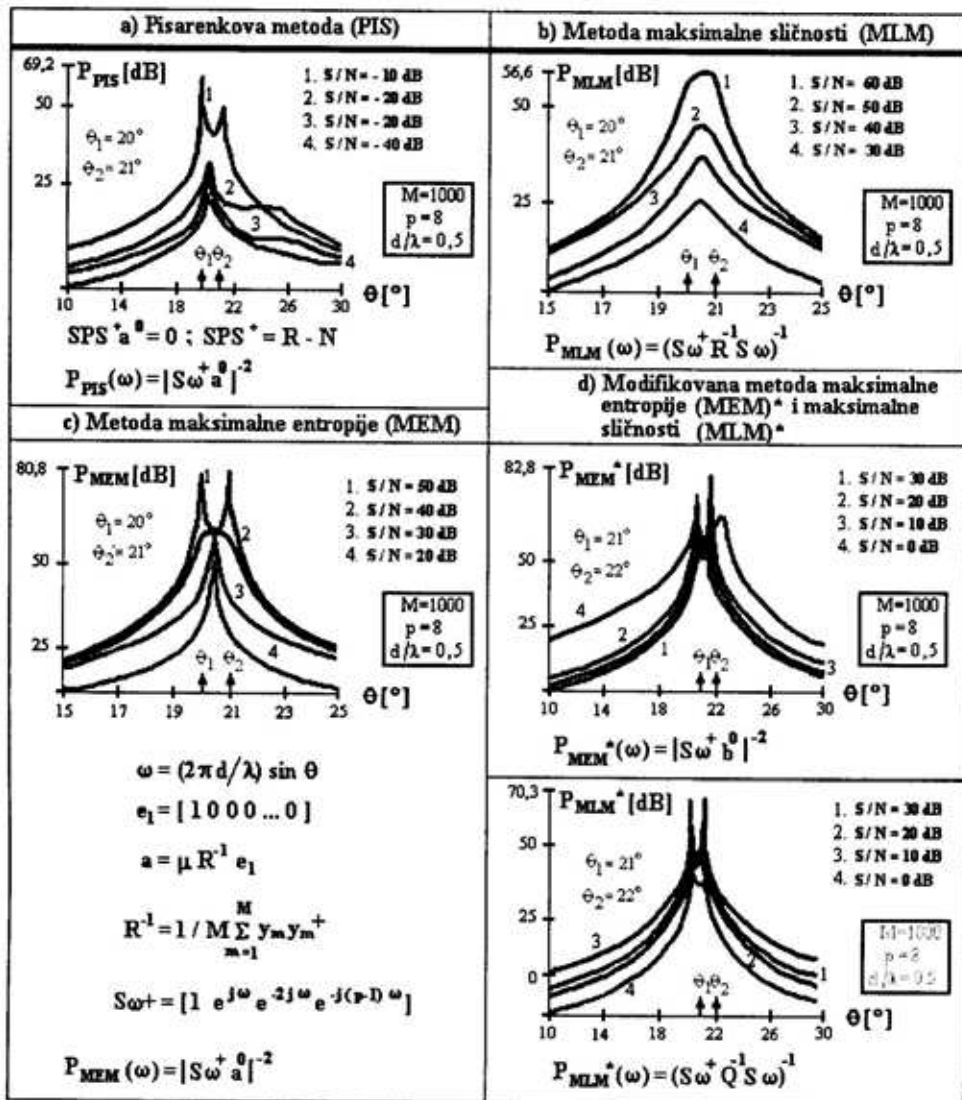
Metoda maksimalne sličnosti (MLM) ekvivalentna je filtru koji propušta snagu na prostornim frekvencijama od interesa, a snagu na svim ostalim frekvencijama potiskuje na optimalan način.

Pisarenkova metoda (PIS) najpre identifikuje i odstranjuje doprinos šuma u matrici kovarijacije, određuje optimalne koeficijente filtra iz uslova ortogonalnosti, a zatim, pomoću izračunatih koeficijenata, određuje spektar snage.



Sl. 3 – Zahtevana ugaona tačnost glave za samonavođenje





Sl. 4 – Ilustracija komparacije metoda superrezolucije radarskog zračenja

Modifikovane metode maksimalne entropije i maksimalne sličnosti (MEM, MLM) postižu bolju rezoluciju izvora zračenja uz niži odnos S/N. One se koriste kada šum potiče samo od sistema za uzorkovanje fronta talasa, tj. od prijemnika glave. Tada se doprinos šuma izraču-

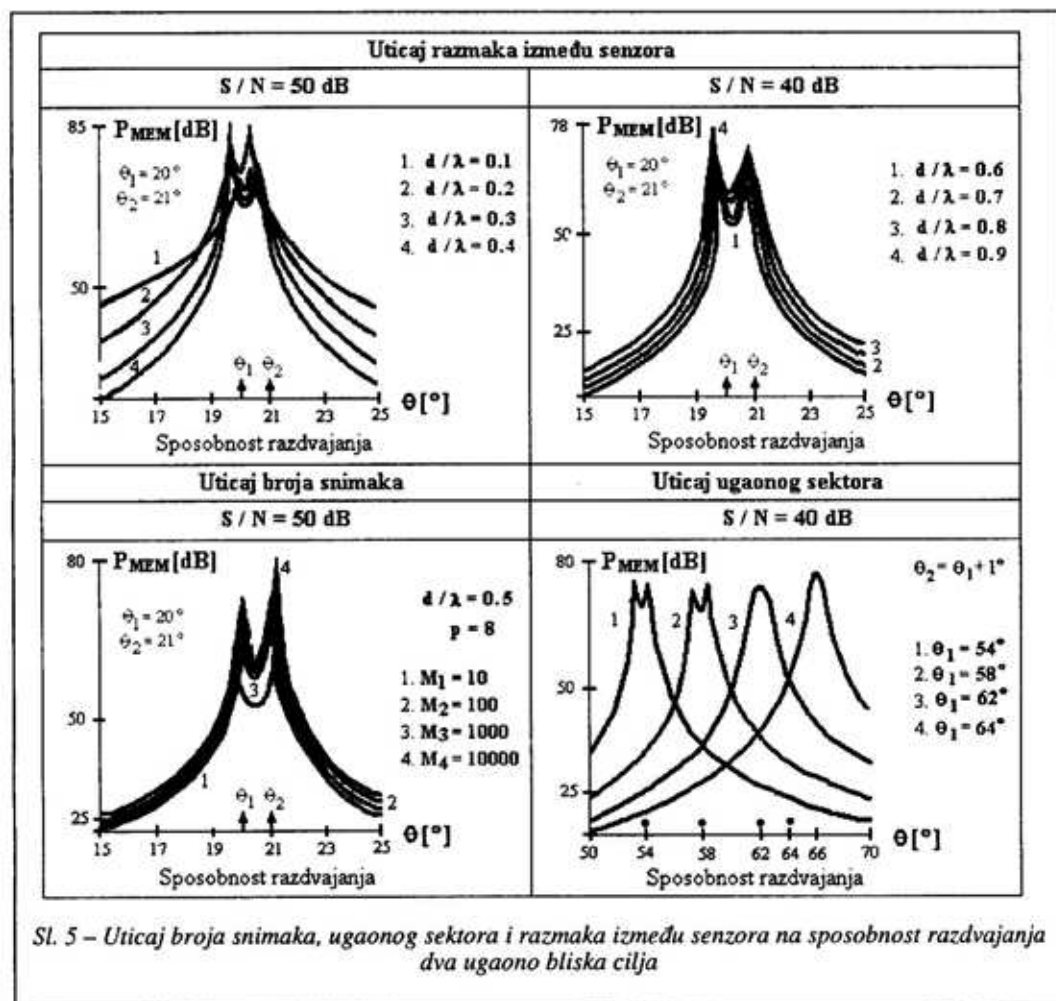
nava pre uključivanja sistema za uzorkovanje i sadržan je u proceni matrice kovarijancije šuma.

Pouzdanost razdvajanja i upoređenje pojedinih metoda određuje se na osnovu verovatnoće razdvajanja u funkciji od broja snimaka i statističke analize simula-

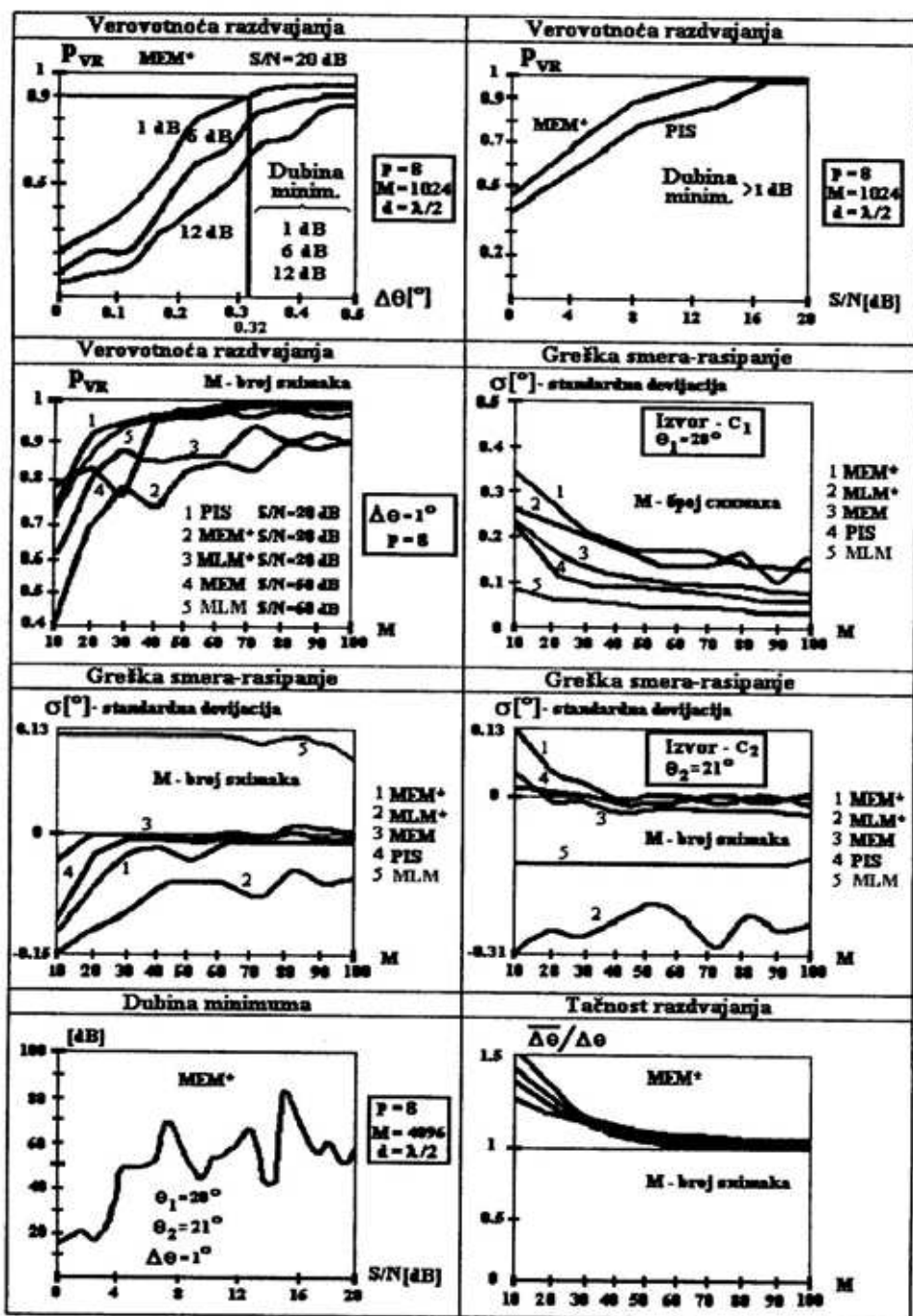
cionih eksperimenata uz zadate parametre. Računaju se srednja vrednost, kao indikator tačnosti, i standardna devijacija izmerenog smera, kao indikator rasipanja. Uz parametre razdvajanja: broj snimaka talasnog fronta, ugaoni sektor, udaljenost između senzora, broj senzora, ugaona udaljenost, statistika korisnog signala i šuma, navedena statistička analiza treba da odgovori na pitanje da li su zadovoljeni zahtevi, koji se odnose na završni deo putanje leta protivradarske rakete, kao na slici 3 (trenutak  $-t_1$ ), a to su:

- tačnosti smera  $\pm 0,04^\circ$ ,
- rasipanje smera  $0,2^\circ$ ,
- tačnost razdvajanja dva izvora 14-26%,
- verovatnoća pouzdanog razdvajanja 0,95.

Greška smera definiše se kao razlika tačne vrednosti smera i iznosa srednje vrednosti smera dobijene za datu metodu. Srednja vrednost smera računa se onda, i samo onda, kada je dubina minimuma u odnosu na niži maksimum  $\geq 1$  dB. Tačnija je ona metoda koja daje manji iz-







Sl. 6 – Zavisnost greške smjera, rasipanja greške, tačnosti, dubine minimuma dva cilja i verovatnoće razdvajanja dva cilja

nos greške smera. Istraživanja sprovedena u [3, 4] pokazuju, kao na slici 6, da se za broj snimaka  $M > 40$ , vrednosti greške kreću unutar granica  $\pm 0,004^\circ$  za metode MEM, PIS i MEM\*.

Tačnost razdvajanja određuje se na temelju procene srednje vrednosti ugao-nog razmaka  $\Delta\theta$ , normirane na stvarni iznos ugaonog razmaka od  $\Delta\theta = 1^\circ$ . U [3, 4] pokazano je da metode MEM, PIS i MEM\* tačno razdvajaju dva izvora, jer normirana vrednost uglova  $\Delta\theta/\Delta\theta \rightarrow 1^\circ$  sa porastom broja snimaka praktično teži razdvajanju od 100%. Kod metode MLM\* to razdvajanje iznosi 14%, a kod MLM približno 26%. Greška razdvajanja u direktnoj je vezi sa iznosom greške smera. Metoda sa većom tačnošću smera ima i veću tačnost razdvajanja, i obratno. Tako se metoda MEM odbacuje po kriterijumu odnosa  $S/N$ , metoda MLM\* po kriterijumu tačnosti, a MLM po kriterijumu tačnosti i odnosa  $S/N$ . Na slici 4 vidi se da najbolje rezultate, po tačnosti razdvajanja, daju metode MLM\* i PIS.

Verovatnoća razdvajanja definiše se kao sposobnost da se uz određeni odnos  $S/N$  razdvoje dva izvora na nekoj ugaonoj udaljenosti, ako je zadata potrebna dubina minimuma u odnosu na niži maksimum (bočnu lepezu). Verovatnoća razdvajanja koristiti se i kao indikator pouzdanosti pojedine metode superrezolucije. Ako se poveća odnos  $S/N$  za metode MEM\* i PIS, kao u [5], dobija se 100% verovatnoća razdvajanja za svaki  $M$ -i snimak. Pri određivanju navedene verovatnoće razdvajanja potrebno je unapred ostvariti zadatu dubinu minimuma, a većem odnosu  $S/N$  ne odgovara uvek i veća dubina navedenog minimuma. Ako se

Tabela 2  
Granice ugaonog razmaka za metode MEM\* i PIS dobijene uz odgovarajući odnos  $S/N$  [dB] i verovatnoću razdvajanja  $p_{vr} = 90\%$

Metoda	$\Delta\theta$		
	Dubina minimuma		
	1 dB	6 dB	12 dB
PIS	0,34°	0,43°	>0,5°
MEM*	0,32°	0,40°	0,5°

kao parametar upoređivanja posmatra odnos  $S/N$ , to će metoda MEM\* sa većom verovatnoćom razdvojiti dva izvora, na standardnoj ugaonoj udaljenosti od  $\Delta\theta = 1^\circ$ , u odnosu na metodu PIS. Smanjenjem odnosa  $S/N$  smanjuje se i verovatnoća ovog razdvajanja. Analiza u [2, 4, 5], kao što se vidi i u tabeli 2, pokazuje da se metode MEM\* i PIS neznatno razlikuju po iznosu ugaone udaljenosti na kojoj se mogu razdvojiti dva izvora zračenja. Presentacija ovih istraživanja predstavljena je na slikama 5 i 6.

## Zaključak

Stroge polazne tehničke zahteve za ugaono razdvajanje dva bliska radarska cilja, moguće je realizovati sistemom pasivne radarske detekcije koji ima ugrađenu proceduru koja obuhvata uzorkovanje snimaka fronta nailazećih elektromagnetnih talasa, procenjivanje njihove matrice kovarijacije i neophodno oduzimanje doprinosa šuma.

Kako je istraženo, sistem sa visokim zahtevima ugaone rezolucije radarskih ciljeva procenjuje njihovu prostornu frekvenciju formiranjem vektora podataka korisnog signala, uz izvršenje neophodnih matematičkih operacija konjugovano-kompleksne transpozicije signala po određenoj

metodi superrezolucije, uz tačno definisan kriterijum tačnosti razdvajanja, odnosa signal/šum i verovatnoće razdvajanja.

Uzimajući u obzir kriterijume koje treba da realizuje glava za samonavođenje protivradarske rakete na završnom delu putanje, a uz istraživanje uticaja razmaka između senzora i broja neophodnih snimaka, približno optimalni rezultati sposobnosti razdvajanja postignuti su metodom PIS i MEM\*.

Analizirajući u ovom radu dubinu minimuma radvajanja dva bliska radarska cilja, kao dodatni parametar, modifikovanoj metodi maksimalne entropije – MEM\* daje se određena prednost u realizaciji sistema ugaone superrezolucije pri

procesiranju signala u glavi za samonavođenje protivradarske rakete.

*Literatura:*

- [1] Bogdanović, M.: Optimalni prijem radarskih signala, Zagreb, TSC, lekcije, 1980.
- [2] Basalov, F. A.: Statističeskaja teorija radio – lokacij protjačennih ciljev, Moskva, Radio i svjaz, 1982.
- [3] Čosović – Bajić, S.: Komparativna analiza i modifikacija metoda kutne superrezolucije za nekorelisanu smetnju, Beograd, VTI, NTP, br. 5–6, vol. XXXVII, 1987.
- [4] Čosović – Bajić, S.: Statistička analiza metoda kutne superrezolucije za nekorelisanu smetnju, Beograd, VTI, NTP, br. 7, vol. XXXVII, 1987.
- [5] Hovanessian, S. A.: Introduction to Sensor Systems, New York, Artech House, 1988.
- [6] Marković, S.; Šunjevarić, M.: Otkrivanje protivradarske rakete – preduslov i polazna mera za protivielektronsku zaštitu radarskog sistema, Beograd, VTI, NTP, vol. XLII, br. 10, str. 32–38, 1992.
- [7] Marković, S.; Šunjevarić, M.: Analiza efikasnosti mera protivielektronske zaštite radara od protivradarskih raketa, Beograd, VTI, NTP, vol. XLIII, br. 10, str. 18–28, 1993.