

**Dr Zoran Ristić,**  
pukovnik, dipl. inž.  
**sc Slobodan Ilić,**  
major, dipl. inž.  
**Aleksandar Kari,**  
kapetan, dipl. inž.  
Vojna akademija –  
Odsek logistike,  
Beograd

## MEHANIZAM TRENJA I TROŠENJA VODEĆEG PRSTENA PROJEKTILA

UDC: 531.43 : 623.51

### Rezime:

*U radu je opisan mehanizam trenja i trošenja vodećeg prstena projektila usled zagrevanja i topljenja kontaktne površine projektila. Primenjen je model hidrodinamičkog klizanja vodećeg prstena i postavljena Reynoldsova jednačina za „fluid“ (otopljeni film). Pretpostavlja se da je temperatura fluida konstantna i jednaka temperaturi topljenja na kontaktnim površinama. Na osnovu ukupnog prelaza toplote sa filma koji je stvoren između topljive i netopljive površine (model Landan) određeni su rezultati za debljinu filma, koeficijent trenja i trošenje materijala. U radu je određena veličina trošenja vodećeg prstena i uticaj nekih parametara na silu trenja i debljinu filma otopljenog materijala prstena. Dobijeni rezultati ilustrovani su na odabranom primeru.*

*Ključne reči: vodeći prsten, trošenje, trenje, topljenje, koeficijent trenja, klizanje, toplotne karakteristike.*

---

## FRICION AND WEAR MECHANISM OF THE PROJECTILE ROTATING BAND

### Summary:

*Friction and wear model of rotating band, due to, heating and melting material between the contact surface of a bore and projectile is described in this paper. The hydrodynamic slider-bearing model of the metal rotating band is applied and the Reynold's equation for the „fluid“ (melting film) has been used in this work. The fluid temperature was assumed to be constant and equal to the melting temperature on the contact surface. Based on the total heat transfer from the film, which is made, between the melting on the non-melting surface (Landan model) and certain results of the film thickness, the coefficient of melt friction and the material wear were achieved. The size wears of the projectile rotating band and influence of certain parameters on the friction force and the film thickness are given in this paper. The achieved results have been illustrated by chosen example.*

*Key words: rotating band, wear, friction, melting, friction coefficient, sliding, thermal properties.*

---

### Uvod

Trenje i trošenje vodećeg prstena projektila stalna je i neizbežna pojava u toku procesa opaljenja. Ona nastaje interakcijom između projektila i cevi, na njihovim kontaktnim površinama za vreme kretanja u vodištu cevi. U fizičkom i ma-

tematičkom smislu stvarni mehanizam trenja i trošenja vodećeg prstena projektila vrlo je složen i još uvek neistražen. Kod nas postoji mali broj radova o ovom problemu.

Na osnovu teorije trenja i topljenja materijala vodećeg prstena [1], u ovom radu su određeni parametri i veličine tro-

šenja vodećeg prstena projektila, i njihov uticaj na silu trenja i debljinu filma, tj. skinutog materijala prstena topljenjem između kontaktnih površina čelika (kanal cevi) i rotirajućeg projektila. U tačkama dodira površina koje klizaju jedna po drugoj, projektil sa vodećim prstenom se razmatra kao klizač koji se kreće velikom brzinom klizanja bez urezivanja. Zbog velikog opterećenja na kontaktnim površinama i razmene količine toplote po jedinici površine u zoni kontakta, potpuno topljenje materijala pri velikim brzinama klizanja je verovatna pojava.

Na to ukazuju Sternlicht i Apkarian [5], koji su eksperimentalno pomoću pin-disk mašine merenjem trenja i habanja dokazali da dolazi do topljenja. Slično su pokazali Bowden i Freitag [6] između kontaktnih površina čelika i rotirajućeg projektila, odnosno Montgomeri [4], koji je dokazao potpuno topljenje materijala vodećeg prstena.

Osim u slučaju velikih opterećenja, što je inače realno za interakciju cevi sa projektilom, istopljeni sloj može da se javi i pri malim brzinama klizanja. O tome svedoče radovi Tanake u slučaju trenja sa čeličnom i staklenom površinom pri relativnoj brzini trenja od 2,5 m/s i Clerica u slučaju rotirajućeg poliacetatnog diska i brzini trenja od 0,76 m/s. Na kraju, dobar dokaz da se materijal troši usled topljenja u tačkama dodira površine koje klizaju jedna po drugoj, dali su Bowden i Tabor [7].

U svakom slučaju između paralelnih površina materijala u kontaktu dolazi do podmazivanja topljenjem materijala i formiranja tankog filma otopine, kao i provođenja toplote sa površine na film. Za ovakav model hidrodinamičkog klizanja vodećeg prstena u [1] date su osnovne

jednačine modela i definisane relacije za debljinu filma, koeficijent trenja, temperature površina u kontaktu i Rejnoldsov broj. Proračunski rezultati modela ilustrovani su na primeru klizača od metala.

U ovom radu prikazane su samo najvažnije relacije matematičkog modela radi utvrđivanja uticaja pojedinih parametara na mehanizam trenja i trošenja vodećeg prstena projektila. Analiza uticaja relevantnih veličina je preko programskog rešenja u MATLAB-u i datog algoritma ilustrovana na odabranom primeru sa komentarom dobijenih rezultata.

### Opis modela

Mehanizam trenja i trošenja materijala, usled klizanja i formiranja tankog filma otopljenog materijala u zoni kontakta, opisan je poznatim jednačinama hidrodinamičke teorije [1]. U modelu su korišćene sledeće polazne pretpostavke:

- strujanje fluida (otopljenog materijala) laminarno je i nestišljivo;
- pritisak je konstantan po celoj površini tankog filma;
- debljina filma je mala u odnosu na dimenzije klizajućeg tela;
- do otapanja materijala dolazi samo na jednoj površini;
- važi uslov neprekidnosti tankog filma.

Ako se otopljeni materijal između paralelnih površina klizača i oslonca razmatra kao tanak film ili fluid konstantne mase i viskoznosti, onda za opterećenje po jedinici površine (naprezanje) važi relacija:

$$\sigma = \mu ml^2 \delta / \rho h^3 \quad (1)$$

gde je:

$\mu$  – dinamička viskoznost materijala,  
 $\dot{m}$  – konstantna brzina topljenja mase po jedinici površine za nepokretnu ili klizajuću površinu,  
 $l$  – dužina kontakta,  
 $\delta \cong 1$  – za velike vrednosti faktora  $\beta$  [1],  
 $\rho$  – gustina materijala,  
 $h$  – debljina filma.

U zoni ostvarenog kontakta klizajuće i nepokretne površine, prema jednačini energije kada raste gradijent pritiska, dolazi do viskoznog zagrevanja putanje utiskivanja materijala i prelaza toplote. Količina toplote  $q$  po jedinici površine u zoni bez tankog filma može se dobiti iz gradijenta temperature po površini [1]. U isto vreme, količina toplote po površinama zavisi od toga da li je došlo, ili nije, do topljenja površina.

Problem privremenog odvođenja toplote za telo čija se površina topi u slučaju da se otopina stalno skida, opisao je u svojim radovima Landau [8], dokazujući da topljenje materijala počinje u trenutku:

$$t_m = \alpha \sqrt{\rho H a} / q \quad (2)$$

gde je:

$\alpha$  – kinematska viskoznost,  
 $H$  – latentna toplota kontaktnih površina materijala,

$$a = c (T_m - T_0) \sqrt{\pi} / 2H$$

$c$  – specifični toplotni kapacitet,  
 $T_m$  – temperatura topljenja ( $T_0$  – početna temperatura).

Za tela u kontaktu (trenje tela) količina toplote je:

$$q = f \cdot \sigma \cdot u \quad (3)$$

gde je:

$f$  – koeficijent trenja,  
 $\sigma$  – opterećenje po jedinici površine (naprezanje),  
 $u$  – brzina klizača.

Za dobro pritisnute klizajuće površine, vreme topljenja obično iznosi  $t_m \approx 10^{-8}$  s. Stanje neprekidnosti tankog filma ostvareno je za  $a \geq 1$  i  $t = 10 t_m$  pri konstantnoj brzini zagrevanja tela od površine ka unutrašnjosti sa količinom toplote:

$$q_m = \dot{m} [H + c(T_m - T_0)], \text{ za otopljenu površinu}$$

gde je:

$\dot{m}$  – konstantna brzina topljenja mase po jedinici površine za klizajuću ili nepokretnu površinu.

Koristeći srednju količinu toplote, i karakteristično vreme kontakta dodirnih površina,  $t_c = l_c / u$ , količina toplote za trenutno provođenje na površini tela je:

$$q_{nm} = \frac{2k'(T_{s,f} - T_0)}{\sqrt{\pi \alpha' l_c} / u}, \text{ za neotopljenu površinu}$$

gde je:

$k, k'$  – toplotna provodljivost,  
 $T_s, T_f$  – temperature klizajuće i nepokretne površine, respektivno.

Prema poslednjoj relaciji sledi da netopljivi klizač, izložen ekstremno veli-

kim dužinama klizanja, treba modelovati kao problem neprekidnog provođenja toplote sa koeficijentom prelaza toplote koji je na granici.

U slučaju topljive nepokretne površine ili topljivog klizača mogu se primeniti sledeće jednačine [1]:

$$(T_{s,f} - T_0) = [(T_m - T_0) + F_3] / (1 + b_2 h) \quad (4)$$

$$b_1 b_2 h^5 + b_1 h^4 + b_2 [(T_m - T_0) - F_3] h - 2F_3 = 0 \quad (5)$$

gde su koeficijenti:

$$b_1 = \sigma [(H/c) + (T_m - T_0)] / (\alpha \mu l^2 \delta)$$

$$b_2 = 2k'(\pi \alpha' l_c / U)^{-1/2} / k$$

$F_3 = \mu u^2 / 2k$ , funkcija gubitaka (disipacije) energije.

Ukupni odnos prelaza toplote, posle sređivanja izraza, može se izraziti u obliku:

$$q_m / q_{nm} = \sqrt{\pi \alpha' l_c / u} \cdot \rho \sigma h^3 [H + c(T_m - T_0)] / 2\mu l^2 \delta k'(T_m - T_0) \quad (6)$$

Analizom relacije (6) mogu se definisati dva ekstremna slučaja:  $q_m / q_{nm} \ll 1$ , gde je najveći deo toplote odveden na netopljivu površinu i  $q_m / q_{nm} \gg 1$ , gde najveći deo toplote odlazi u otopinu suprotne površine.

Na osnovu dva granična slučaja mogu se odrediti odgovarajuće debljine filma otopine. Ako je odnos  $q_m / q_{nm}$  mali, a koriste se površine visoke termičke provodljivosti (metali), jednačina (4) pojednostavljuje se i postaje:

$$(T_{s,f} - T_0) = (T_m - T_0) \quad (7)$$

Tada debljina filma za provodljivu, netopljivu površinu [1] iznosi:

$$h = \mu u^2 \sqrt{(\pi \alpha' l_c / u)} / [2k'(T_m - T_0)] \quad (8)$$

Ako je odnos  $q_m / q_{nm}$  veliki, debljina filma za neprovodljivu, netopljivu površinu je:

$$h = \{(\mu u l)^2 \delta / \rho \sigma [H + c(T_m - T_0)]\}^{1/4} \quad (9)$$

Ako je odnos  $q_m / q_{nm} \cong 1$ , debljina filma se određuje rešavanjem polinoma petog reda, prema relaciji (5).

Sila trenja klizača po jedinici površine (ako se zanemari uticaj gradijenta pritiska u oblasti tečenja materijala), glasi:

$$\tau = \mu U / h, \quad (10)$$

a koeficijent trenja po otopini je:

$$f = \mu u / h \sigma \quad (11)$$

S obzirom na debljinu filma za oba granična slučaja i relaciju (11) dobija se:

$$f = 2k'(T_m - T_0) / [\sigma u \sqrt{\pi \alpha' l_c / u}] \quad (12)$$

za provodljivu površinu, a

$$f = \{ \mu^2 u^2 \rho [H + c(T_m - T_0)] / l^2 \sigma^3 \delta \}^{1/4} \quad (13)$$

za neprovodljivu površinu.

Dobijene relacije (12) i (13) jasno ukazuju na značaj termičkih osobina materijala i njihov uticaj na koeficijente trenja. Naime, male brzine klizanja (13) zahtevaju sve veći koeficijent trenja sa

brzinom, dok velike brzine klizanja (12) zahtevaju sve manji koeficijent trenja sa brzinom.

Sila trošenja materijala topljenjem na kontaktnoj površini manifestuje se istiskivanjem otopine izvan kontaktnog područja, pri konstantnoj brzini topljenja mase po jedinici površine ( $\dot{m}$ ), i dato je jednačinom:

$$W = \sigma A = \mu \dot{m} l^2 \delta / \rho h^3 \quad (14)$$

Istisnuta zapremina otopine po dužini puta je:

$$V(m^3/m) = Wh^3/l^2 \mu \dot{m} \delta \quad (15)$$

Brzina trošenja ili habanja klizača konačno se određuje relacijom [2]:

$$T_R = hu/l \quad (16)$$

gde je  $l$  – dužina kontaktne površine.

Ukupna veličina trošenja prstena može se odrediti integriranjem relacije (16) po vremenu.

### Primena modela i analiza rezultata

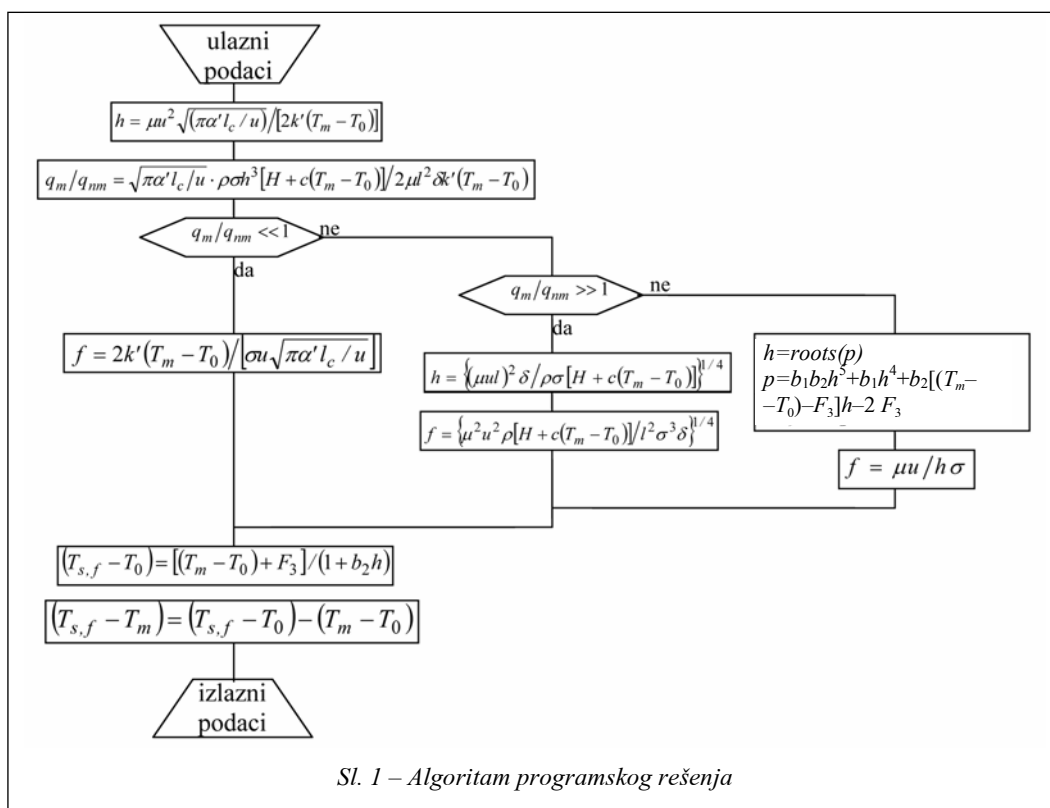
Opisani model trenja i trošenja materijala usled klizanja ilustrovan je na primeru vodećeg prstena koji kliza i topi se u čeličnoj cevi oruđa, a izrađen je od nekoliko vrsta materijala (tabela 1). Vodeći prsten, kao provodljiva i topljiva površina, nema protok u obodnom pravcu, dok netopljivi čelik cevi ima karakteristiku kontaktne dužine ( $l_c$ ) jednaku širini vodećeg prstena za vreme kretanja u cevi, odnosno kontaktnu dužinu jednaku hodu klizača kada je na klizajućoj površini.

Osobine vodećeg prstena uzete su prema [2], a odgovarajuće vrednosti promenljivih veličina i parametara prikazane su u tabeli 1.

Tabela 1

Veličine i polazni podaci materijala

Parametar	Rastopljeni bakar	Čvrst čelik	Mesing	Bakar	Aluminijum bronza
u (m/s)	100–700		100–700	100–700	100–700
$\sigma$ (Pa)	$3,4 \cdot 10^8$		$3,8 \cdot 10^8$	$3,1 \cdot 10^8$	$2,4 \cdot 10^8$
H (J/kg)	$11,7 \cdot 10^4$		$15,4 \cdot 10^4$	$10,5 \cdot 10^4$	$14,3 \cdot 10^4$
$T_m - T_0$ (K)	1055		1037	888	1025
$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$0,09 \cdot 10^{-4}$	$0,656 \cdot 10^{-4}$	$0,362 \cdot 10^{-4}$	$0,213 \cdot 10^{-4}$
c (J/kgK)	$4,3 \cdot 10^2$		$4,61 \cdot 10^2$	$5,07 \cdot 10^2$	$5,32 \cdot 10^2$
k (W/mK)	354	33	262	153	88
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$8,9 \cdot 10^3$		$8,71 \cdot 10^3$	$8,37 \cdot 10^3$	$7,75 \cdot 10^3$
$\mu$ (Pa·s)	$3,3 \cdot 10^{-3}$				
l (m)	$0,7 \cdot 10^{-2}$				
$l_c$ (m)		$0,7 \cdot 10^{-2}$			
$b_1$ (K/m <sup>4</sup> )	$2,6 \cdot 10^{14}$				
$b_2$ (m <sup>-1</sup> )	72				
$F_3$ (K)	0,42				



Testiranje modela i proračun traženih veličina izvršeno je pomoću programskog rešenja radenog u MATLAB-u, prema algoritmu sa slike 1. Za svaki navedeni materijal vodećeg prstena varirana je brzina klizanja  $u$  u dijapazonu od 100 do 700 m/s.

Tabela 2  
Rezultati proračuna (za rastopljeni bakar)

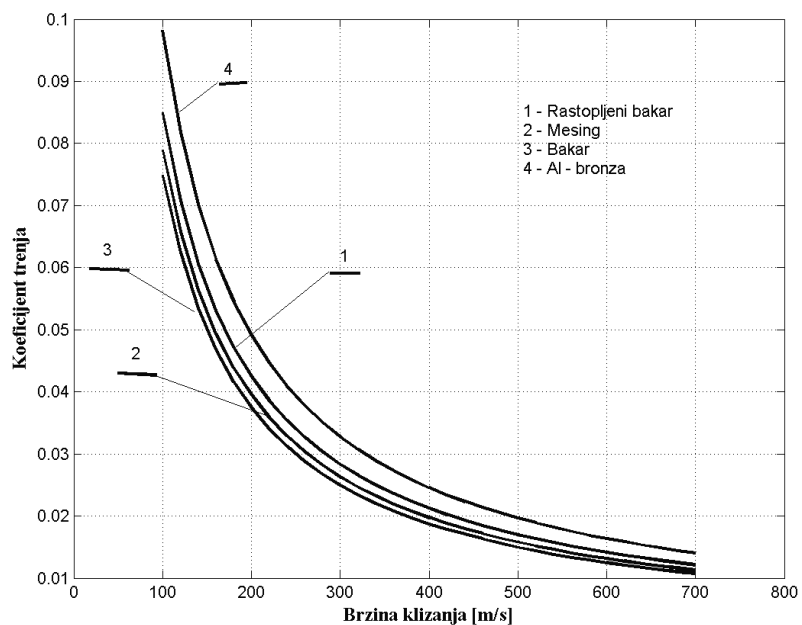
U (m/s)	h (m)	$T_{s,f} - T_m$ (K)	f	$T_R$
100	2,1079e-006	0,0466	0,0849	0,0301
200	5,9621e-006	0,1864	0,0425	0,1703
300	1,0953e-005	0,4192	0,0283	0,4694
400	1,6863e-005	0,7447	0,0212	0,9636
500	2,3567e-005	1,1627	0,0170	1,6834
600	3,0980e-005	1,6726	0,0142	2,6554
700	3,9039e-005	2,2741	0,0121	3,9039

Rezultati proračuna i uticaj relevantnih parametara na tražene veličine prikazani su u tabeli 2 za jedan od materijala,

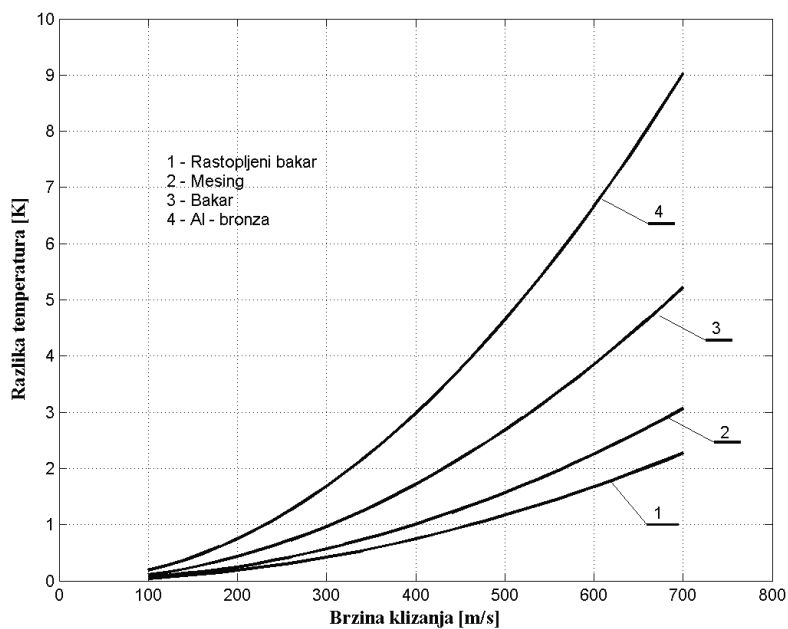
zani su u tabeli 2 za jedan od materijala, a za ostale materijale vodećeg prstena na slikama 2, 3, 4 i 5.

Termičke osobine materijala, od kojih je izrađen vodeći prsten, znatno utiču na koeficijent trenja sa brzinom klizanja, slika 2. Male brzine klizanja pretpostavljaju veći koeficijent trenja sa brzinom, jednačina (13), a velike brzine klizanja manji koeficijent trenja, jednačina (12). Promena koeficijenta trenja najmanja je u slučaju klizanja bakra, a najveća za klizač od legure aluminijuma i bronzne.

Prema Montgomeriju, koeficijent trenja za legirani materijal (90% Cu, 10% Zn) vodećeg prstena u cevi haubice 155 mm brzo opada do  $f = 0,02$  na oko 0,12 m



Sl. 2 – Dijagram promene koeficijenta trenja za različite materijale



Sl. 3 – Dijagram promene razlike temperature kontaktne površine klizača i temperature topljenja za različite materijale

puta klizanja. Sa povećanjem dužine puta iza ove tačke, zbog zanemarenja trošenja vodećeg prstena, isti autor napominje da koeficijent trenja polako opada.

Ovaj fenomen trebalo bi da se očekuje kada se projektil ubrzava niz vodište cevi.

Prema slici 3, temperatura sa jedne i druge strane otopine filma relativno se malo razlikuje od temperature topljenja materijala, tako da su polazne pretpostavke u modelu potvrđene. Slično se može zaključiti i u slučaju promene debljine otopljene površine razmatranih materijala prema slici 4.

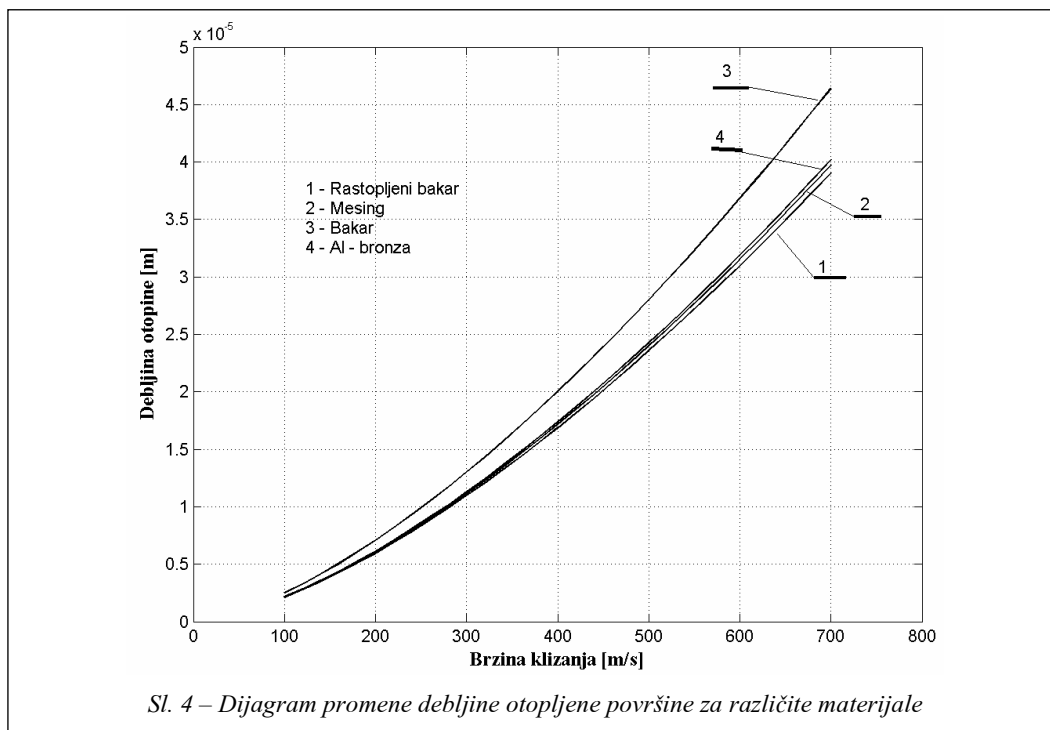
Na slici 5 prikazani su rezultati proračuna brzine trošenja vodećeg prstena usled topljenja (zagrevanja) materijala. Veličina trošenja prstena za date materijale povećava se sa putem njegovog kretanja i brzinom kretanja u cevi. Prema iz-

loženom teorijskom modelu, materijal (mesing), sa visokim vrednostima toplotnih karakteristika, pokazuje veći otpor na trošenje usled zagrevanja od ostalih materijala, što je saglasno zaključcima prema [2, 4].

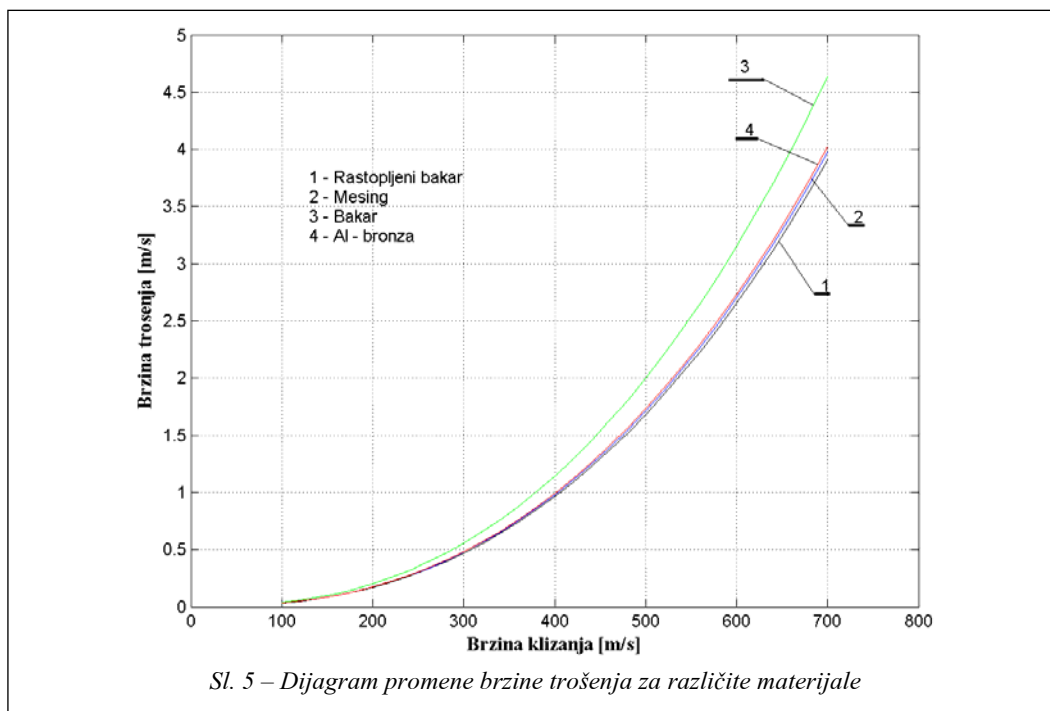
### Zaključak

Izloženi teorijski model omogućuje kvantitativnu analizu mehanizma trenja i trošenja vodećeg prstena u zavisnosti od brzine klizanja i karakteristika materijala. Za kompletnu fizičku sliku realnog ponašanja projektila u cevi, model treba doraditi i proširiti mehanizmom urezivanja prstena u olučeno vodište cevi.

Dobijeni rezultati teorijsko-numeričkog modela potpuno su saglasni i u korelaciji sa teorijskim radovima u ovoj oblasti [1, 2, 4].







Potvrđeno je, takođe, da je, među razmatranim materijalima vodećeg prstena koji imaju veće vrednosti termičkih karakteristika, mesing najpogodniji za vodeći prsten sa aspekta otpornosti na trošenje usled zagrevanja (topljenja).

*Literatura:*

- [1] Stiffler, A. K.: Friction of plastic rotating bands, Mississippi state university, 1984.
- [2] Matsuyama, T.: Friction and wear mechanism at high sliding speeds, 19. International Symposium of ballistics, 7–11. 05. 2001, Interlaken, Switzerland.
- [3] Chung, K. Y.: Rotating Band/Obturator Concept for Extended Range, 1997.
- [4] Montgomery, R. S.: Friction and Wear at High Sliding Speeds, 1976.
- [5] Sternlicht, B.; Apkarian, H.: Investigation of melt lubrication, ASLE Trans., 2, 1960.
- [6] Bowden, F. P.; Freitag, E. H.: The friction of solids at very high speeds, Proc. Roy. Soc., London, A248, 1958.
- [7] Bowden, F. P.; Tabor D.: Friction and lubrication of solids, Clarendon press, Oxford, 1964.
- [8] Landau, H. G.: Heat conduction in melting solid, 1950.