

## REZULTATI PRORAČUNA TORZIONIH OSCILACIJA U SISTEMU BRODSKE DIZEL MOTORNE PROPULZIJE

Major mr *Dragan* Trifković, dipl. inž.  
major mr *Živojin* Petrović, dipl. inž.  
poručnik *Predrag* Dobratić, dipl. inž.  
Vojna akademija

### Rezime:

*U radu je prikazan tradicionalan postupak proračuna torzionih oscilacija u sistemu brodske dizel motorne propulzije. Realan sistem zamenjen je ekvivalentnim sistemom sa 19 stepeni slobode kretanja, za koji su analizirane slobodne i prinudne torzione oscilacije i odgovarajuća torziona naprezanja.*

*Ključne reči: torzione oscilacije, sistem brodske dizel motorne propulzije, naprezanje.*

### THE RESULTS OF TORSIONAL VIBRATION CALCULATION IN THE SHIP DIESEL ENGINE PROPULSION SYSTEM

#### Summary:

*The traditional procedure of calculating the torsional vibrations in the ship diesel engine propulsion system is shown in this work. A real system is replaced with an equivalent 19-degree of freedom system and its free and forced torsional vibrations as well as appropriate torsional vibration strains have been analyzed.*

*Key words: torsional vibrations, ship diesel engine propulsion system, strain.*

## Uvod

U fazi projektovanja broda inženjeri brodomaštva, u skladu sa zahtevima naručioca, biraju odgovarajući propulzioni sistem. U većini slučajeva, prvenstveno zbog ekonomičnosti, pouzdanosti u radu i jednostavne eksploatacije i održavanja, kao brodski propulzori koriste se propeleri pogonjeni dizel motorima. Odabrani propulzioni sistem dimenzioniše se imajući u vidu zahtevanu brzinu broda i očekivane otpore i opterećenja. Obrtni moment se sa brodskog motora prenosi na propeler posredstvom mehaničkog sistema brodskih vratila sa odgovarajućim elementima koji torziona osciluju. Naprezanja usled torzionih oscilacija izračunavaju se pogodnim proračunima, a rezultati proračuna proveravaju se merenjem na izgrađenom brodu.

Tradicionalan proračun torzionih oscilacija brodske dizel motorne propulzije izvodi se putem sledećih koraka [4]:

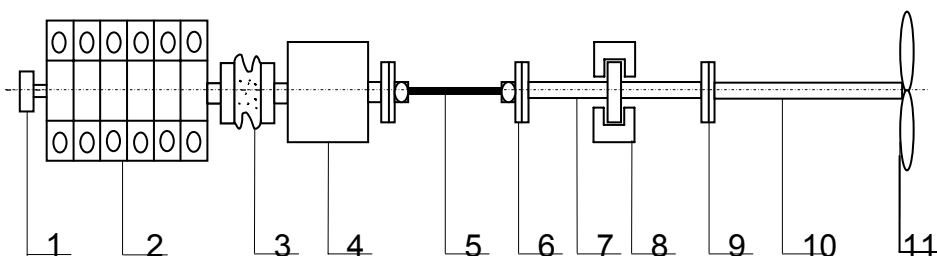
1. Realan sistem kolenastog vratila broskog motora, reduktora, vratilnog voda, spojnice, propelera i drugih elemenata zamenjuje se jednostavnijim ekvivalentnim sistemom istih dinamičkih karakteristika, kao kod realnog sistema.

2. Određuju se frekvencije i amplitude slobodnih oscilacija, kao i odgovarajuća naprezanja.

3. Harmonijskom analizom pobudnog momenta od gasnih i inercijalnih sila i prigušnog momenta proračunavaju se njihove frekvencije i kritični brojevi obrtaja motora.

4. Za kritične brojeve obrtaja izračunavaju se amplitude i naprezanja. U slučaju nedozvoljenih naprezanja pronalaze se rešenja za njihovo smanjenje, kao i izmeštanje kritičnih brojeva obrtaja iz radnog područja motora.

Za istraživanje torzionih oscilacija u sistemu prenosa snage sa broskog dizel motora na propeler odabran je realan objekat – rečni minolovac RML-341, za koji je izrađen kontrolni proračun torzionih oscilacija. Propulziono postrojenje broda RML-341 sastoji se od dva dizel motora koji preko elastičnih spojnica, jednostepenih reduktora (prenosnog odnosa  $i = 2$ ) i sistema vratila pogone po jedan trokrilni propeler sa fiksnim krilima (sl. 1).



Sl. 1 – Šema sistema propulzije na brodu RML-341:

- 1 – prigušivač torzionih oscilacija; 2 – dizel motor; 3 – elastična spojnica;  
4 – reduktor; 5 – kardansko vratilo; 6, 9 – spojnice vratila; 7 – uporno vratilo;  
8 – uporni ležaj; 10 – propelersko vratilo; 11 – propeler

Motori su sa reduktorima povezani preko elastičnih spojnica, a na prednjem kraju kolenastog vratila imaju prigušivače torzionih oscilacija sa gumenim amortizerima. Vratilni vodovi sastoje se od kratkih kardanskih, upornih i propelerskih vratila. Aksijalna sila propelera prenosi se na trup broda preko upornog ležaja. Zbog simetrije propulzionog postrojenja na sl. 1. prikazana je šema sa jednim motorom.

## Osnovni podaci o elementima pogonskog sistema broda RML-341

### 1. Motor

- Vrsta motora: dizel, četvorotaktni, sa prirodnim usisom, vodom hlađen
- Tip: B539 RM
- Proizvođač: „Torpedo“
- Broj i raspored cilindara: 12, V, pod uglom od 90°
- Prečnik cilindra: 120 mm
- Hod klipa: 140 mm
- Radna zapremina:
  - jednog cilindra: 1,58 l
  - ukupna: 18,96 l
- Stepen kompresije: 17
- Srednji efektivni pritisak: 0,609 MPa
- Broj obrtaja:
  - nominalan: 1800 o/min
  - maksimalan: 1960 o/min
  - minimalan: 500 o/min
- Snaga:
  - nominalna: 177 kW
  - maksimalna: 195 kW
- Redosled paljenja: 1-12-4-9-2-11-6-7-3-10-5-8
- Smer obrtanja: levi
- Specifična potrošnja goriva: 243 g/kWh
- Specifična potrošnja ulja: 1–4 g/kWh
- Način pokretanja: elektropokretačem

### 2. Prigušivač torzionih oscilacija

- Proizvođač: „Karl Freudenberg“
- Tip: sa gumenim amortizerom
- Moment inercije: 0,10885 kgm<sup>2</sup>
- Elastičnost: 12,1261·10<sup>-6</sup> rad/Nm

### 3. Elastična spojnica

- Proizvođač: „Stromag“
- Tip: Perifleks PE-34
- Moment
  - nominalni: 1177 Nm
  - maksimalni: 3530 Nm

### 4. Reduktor

- Proizvođač: „Reintjes“
- Tip: jednostepeni, BGA 180
- Prenosni odnos:  $i = 2$

## 5. Kardansko vratilo

- Proizvođač: „SOKO“
- Tip: ST-01.120x530
- Nominalni moment: 2942 Nm

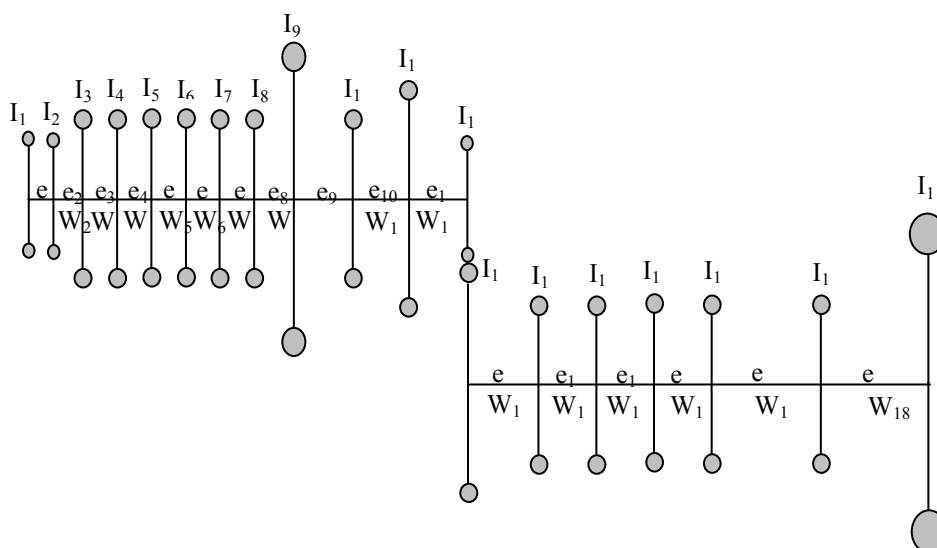
## 6. Propeler

- Tip: sa konstantnim korakom krila
- Moment inercije: 13,24 kgm<sup>2</sup>
- Broj krila: 3
- Prečnik: 0,82 m
- Korak: 0,5711 m

## Rezultati proračuna frekvencija slobodnih torzionih oscilacija

Na osnovu konstruktivnih podataka proizvođača motora, podataka iz kataloga proizvođača elastičnih spojnica, kardanskih vratila, reduktora i ostalih izvora podataka, a na osnovu odgovarajućih proračuna, pogonski sistem na brodu RML-341 zamenjen je ekvivalentnim torzionim sistemom prikazanim na sl. 2. Ovaj sistem se sastoji od ukupno 19 koncentrisanih masa, pričvršćenih na određenom rastojanju od vratila.

Sl. 2 – Ekvivalentni torzioni sistem propulzije na brodu RML-341



Osnovne proračunske vrednosti za pojedine elemente ekvivalentnog torzionog sistema (sl. 2), kao što su: momenti inercije, elastičnosti i otporni momenti prikazane su u tabeli 1. Neke od ovih vrednosti dobijene su od proizvođača elemenata realnog sistema, a neke su određene korišćenjem odgovarajućih formula. Moment inercije suvog propelera uvećan je za 25%, zbog mase vode koju propeler zahvata u vodi. Za neke elemente sistema nisu izračunate vrednosti polarnog otpornog momenta, pa nisu unete u tabelu 1.

Tabela 1 – Momenti inercije, elastičnosti i otporni momenti elemenata sistema

| Redni broj $i$ | Naziv elementa  | Moment inercije $I$ [ $\text{kgm}^2$ ] | Elastičnost vratila $e$ [ $\text{rad/Nm}$ ] | Otporni moment $W$ [ $\text{m}^3$ ]            |
|----------------|---|--|---|--|
| 1              | Prigušivač torzionih oscilacija                       | 0,10885                                | $12,1261 \cdot 10^{-6}$                     | –  |
| 2              | Remenica  | 0,09453                                | $0,59306 \cdot 10^{-6}$                     | $168,26 \cdot 10^{-6}$                         |
| 3              | 1. koleno kolenastog vratila                          | 0,15209                                | $0,65624 \cdot 10^{-6}$                     | $168,26 \cdot 10^{-6}$                         |
| 4              | 2. koleno kolenastog vratila                          | 0,10267                                | $0,65624 \cdot 10^{-6}$                     | $168,26 \cdot 10^{-6}$                         |
| 5              | 3. koleno kolenastog vratila                          | 0,14062                                | $0,65624 \cdot 10^{-6}$                     | $168,26 \cdot 10^{-6}$                         |
| 6              | 4. koleno kolenastog vratila                          | 0,14062                                | $0,65624 \cdot 10^{-6}$                     | $168,26 \cdot 10^{-6}$                         |
| 7              | 5. koleno kolenastog vratila                          | 0,10267                                | $0,65624 \cdot 10^{-6}$                     | $168,26 \cdot 10^{-6}$                         |
| 8              | 6. koleno kolenastog vratila                          | 0,15209                                | $0,38212 \cdot 10^{-6}$                     | $168,26 \cdot 10^{-6}$                         |
| 9              | Zamajac i priрубnica elastične spojnice               | 2,43660                                | $85,0865 \cdot 10^{-6}$                     | –  |
| 10             | Glavčina elastične spojnice                           | 0,09992                                | $2,37427 \cdot 10^{-6}$                     | $27,59 \cdot 10^{-6}$                          |
| 11             | Spojница reduktora                                    | 0,29908                                | $0,45855 \cdot 10^{-6}$                     | $66,44 \cdot 10^{-6}$                          |
| 12             | Pogonski zupčanik                                     | 0,03898                                | 0   | –  |
| 13             | Gonjeni zupčanik                                      | 0,15591                                | $0,36888 \cdot 10^{-6}$                     | $120,52 \cdot 10^{-6}$                         |
| 14             | Izlazna spojница reduktora i zglob kardanskog vratila | 0,09653                                | $2,74111 \cdot 10^{-6}$                     | $51,45 \cdot 10^{-6}$<br>$20,27 \cdot 10^{-6}$ |
| 15             | Zglob kardanskog vratila i spojница vratila           | 0,07574                                | $1,50404 \cdot 10^{-6}$                     | $67,3 \cdot 10^{-6}$                           |
| 16             | Uporno vratilo i deo ležaja                           | 0,04208                                | $1,50404 \cdot 10^{-6}$                     | $67,3 \cdot 10^{-6}$                           |
| 17             | Spojница vratila                                      | 0,08459                                | $11,66245 \cdot 10^{-6}$                    | $67,3 \cdot 10^{-6}$                           |
| 18             | Propelersko vratilo                                   | 0,11270                                | $11,66245 \cdot 10^{-6}$                    | $67,3 \cdot 10^{-6}$                           |
| 19             | Propeler sa pridruženom masom vode                    | 16,76826                               | –   | –  |

Proračun frekvencija slobodnih oscilacija sistema  $\lambda$  izvršen je Holtzerovom metodom, a ovde se daju samo izvodi iz Holtzerovih tablica (ugao uvijanja  $\theta$ , moment uvijanja  $M$  i tangencijalni napon  $\tau$ ) za prva četiri oblika oscilovanja (tabele 2–5). Grafički prikazi elastičnih linija, koji odgovaraju ovim oblicima oscilovanja, prikazani su na sl. 3–6. Elastična linija za IV oblik oscilovanja prikazana je isprekidanom linijom, jer vrednosti uglova uvijanja nisu prikazane u odgovarajućoj razmeri (sl. 6).

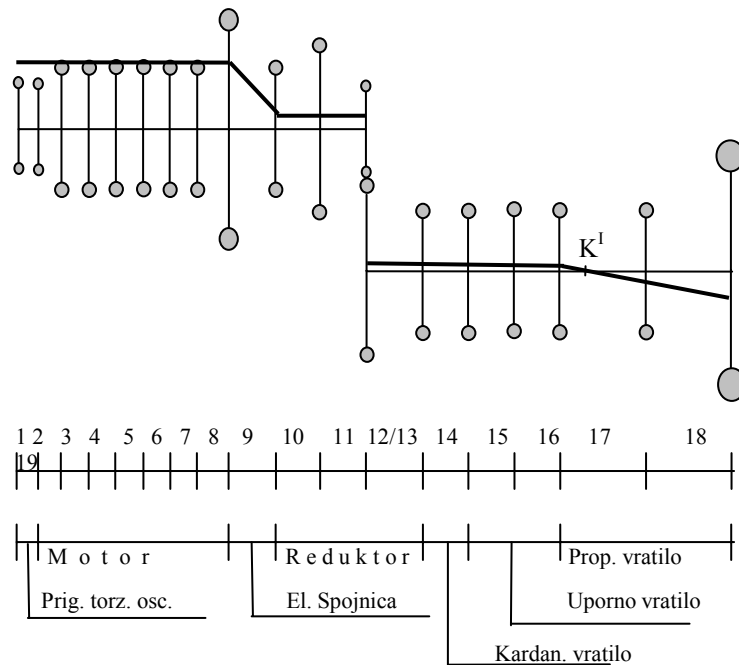
Sl. 3 – Elastična linija za I oblik oscilovanja sistema ( $\lambda_1=50,6$  rad/s)

Tabela 2 – Momenti inercije, uglovi uvijanja, momenti uvijanja i tangencijalni naponi za I oblik oscilovanja sistema

| Redni broj $i$ | Moment inercije $I_i$ [kgm <sup>2</sup> ] | Ugao uvijanja $\theta_i$ [rad] | Moment uvijanja $\Sigma M_i/\theta_1$ [Nm/rad] | Tangencijalni napon $\tau_i/\theta_1$ [N/m <sup>2</sup> rad] |
|----------------|---|--------------------------------|--|--|
| 1              | 0,10885                                   | 1,0000                         | 278,65   | -  |
| 2              | 0,09453                                   | 0,9966                         | 519,83   | $3,089 \cdot 10^6$   |
| 3              | 0,15209                                   | 0,9963                         | 907,75   | $5,395 \cdot 10^6$   |
| 4              | 0,10267                                   | 0,9957                         | 1169,46  | $6,950 \cdot 10^6$   |
| 5              | 0,14062                                   | 0,9949                         | 1527,63  | $9,08 \cdot 10^6$  |
| 6              | 0,14062                                   | 0,9939                         | 1885,43  | $11,205 \cdot 10^6$  |
| 7              | 0,10267                                   | 0,9927                         | 2146,35  | $12,756 \cdot 10^6$  |
| 8              | 0,15209                                   | 0,9912                         | 2532,31  | $15,05 \cdot 10^6$   |
| 9              | 2,43660                                   | 0,9903                         | 8070,21  | -  |
| 10             | 0,09992                                   | 0,2487                         | 8773,33  | $317,989 \cdot 10^6$   |
| 11             | 0,29908                                   | 0,2278                         | 8947,77  | $134,674 \cdot 10^6$   |
| 12             | 0,03898                                   | 0,2237                         | 8970,1   | -  |
| 13             | 0,15591                                   | 0,1119                         | 17984,84                                       | $149,227 \cdot 10^6$   |
| 14             | 0,09653                                   | 0,1052                         | 18010,85                                       | $888,547 \cdot 10^6$   |
| 15             | 0,07574                                   | 0,0558                         | 18021,67                                       | $267,781 \cdot 10^6$   |
| 16             | 0,04208                                   | 0,0287                         | 18024,76                                       | $267,827 \cdot 10^6$   |
| 17             | 0,08459                                   | 0,0016                         | 18025,09                                       | $267,832 \cdot 10^6$   |
| 18             | 0,11270                                   | -0,2088                        | 17964,85                                       | $266,937 \cdot 10^6$   |
| 19             | 16,76826                                  | -0,4185                        | 0,00002  | -  |

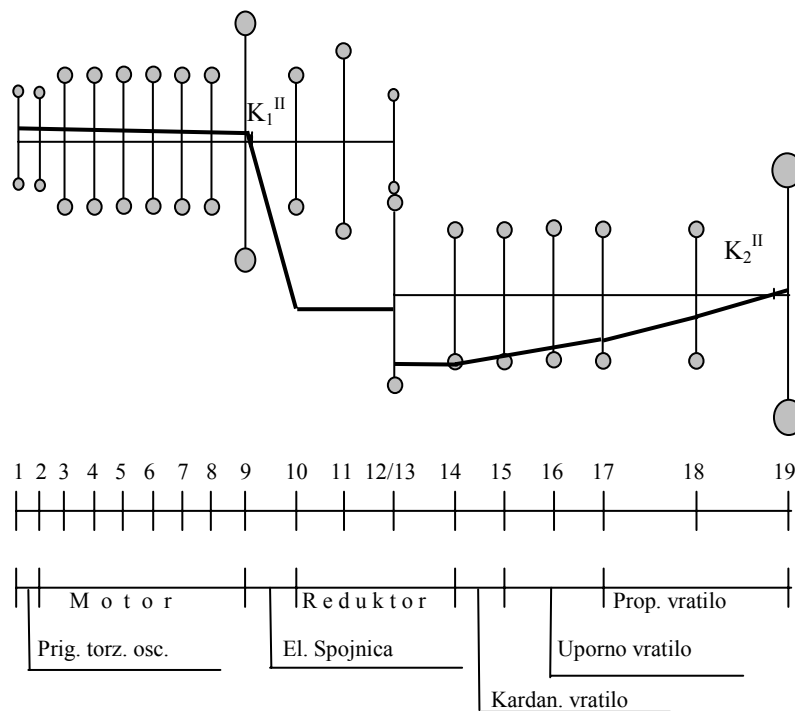
Sl. 4 – Elastična linija za II oblik oscilovanja sistema ( $\lambda_{II}=199,7$  rad/s)

Tabela 3 – Momenti inercije, uglovi uvijanja, momenti uvijanja i tangencijalni naponi za II oblik oscilovanja sistema

| Redni broj $i$ | Moment inercije $I_i$ [kgm <sup>2</sup> ] | Ugao uvijanja $\theta_i$ [rad] | Moment uvijanja $\Sigma M_i/\theta_i$ [Nm/rad] | Tangencijalni napon $\tau_i/\theta_i$ [N/m <sup>2</sup> rad] |
|----------------|---|--------------------------------|--|--|
| 1              | 0,10885                                   | 1,0000                         | 4341   | -  |
| 2              | 0,09453                                   | 0,9473                         | 7913   | $47,028 \cdot 10^6$  |
| 3              | 0,15209                                   | 0,9426                         | 13631  | $81,011 \cdot 10^6$  |
| 4              | 0,10267                                   | 0,9337                         | 17455  | $103,738 \cdot 10^6$   |
| 5              | 0,14062                                   | 0,9222                         | 22627  | $134,476 \cdot 10^6$   |
| 6              | 0,14062                                   | 0,9073                         | 27716  | $164,721 \cdot 10^6$   |
| 7              | 0,10267                                   | 0,8891                         | 31357  | $186,360 \cdot 10^6$   |
| 8              | 0,15209                                   | 0,8685                         | 36626  | $217,675 \cdot 10^6$   |
| 9              | 2,43660                                   | 0,8545                         | 119674   | -  |
| 10             | 0,09992                                   | -9,336                         | 82466  | $2988,981 \cdot 10^6$  |
| 11             | 0,29908                                   | -9,5319                        | 31241  | $470,214 \cdot 10^6$   |
| 12             | 0,03898                                   | -9,5176                        | 46038  | -  |
| 13             | 0,15591                                   | -4,7588                        | 121670   | $1009,542 \cdot 10^6$  |
| 14             | 0,09653                                   | -4,7139                        | 139819   | $6897,829 \cdot 10^6$  |
| 15             | 0,07574                                   | -4,3303                        | 152901   | $2271,932 \cdot 10^6$  |
| 16             | 0,04208                                   | -4,1002                        | 159783   | $2374,19 \cdot 10^6$   |
| 17             | 0,08459                                   | -3,8597                        | 172804   | $2567,667 \cdot 10^6$  |
| 18             | 0,11270                                   | -1,8428                        | 181088   | $2690,758 \cdot 10^6$  |
| 19             | 16,76826                                  | 0,2708                         | 0,01367  | -  |

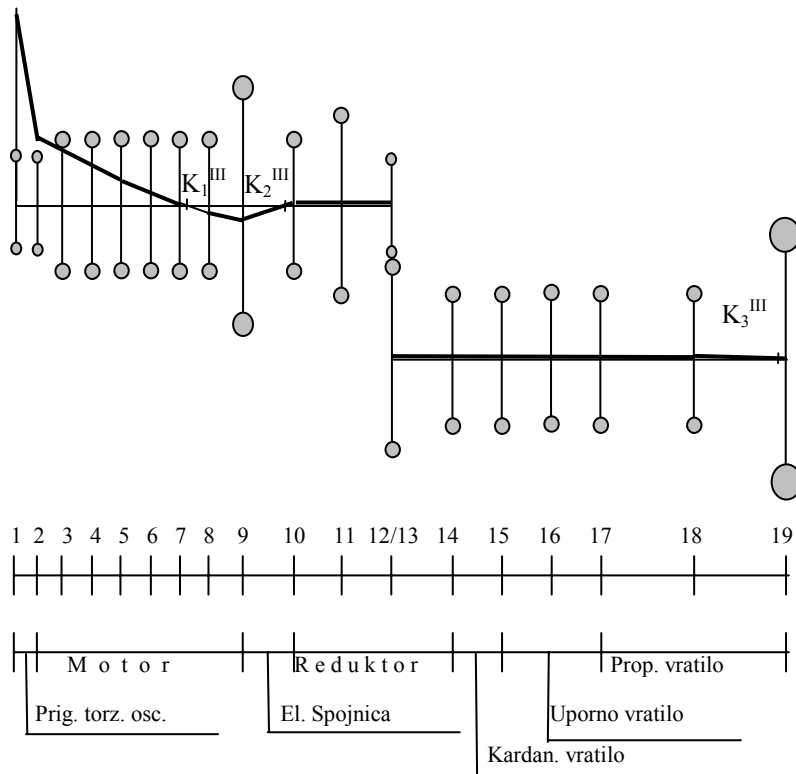
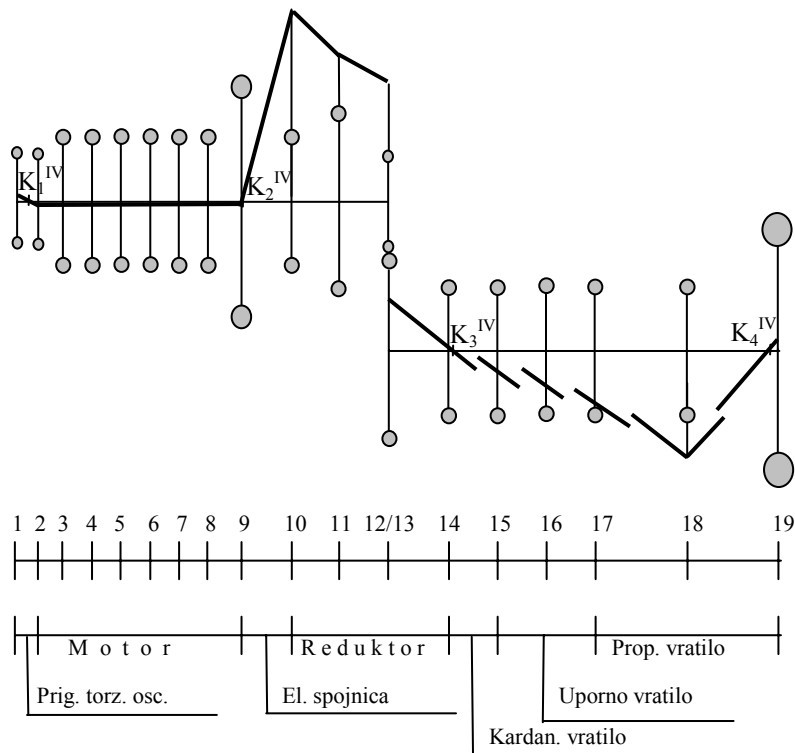

 Sl. 5 – Elastična linija za III oblik oscilovanja sistema ( $\lambda_{III}=697,5$  rad/s)

Tabela 4 – Momenti inercije, uglovi uvijanja, momenti uvijanja i tangencijalni naponi za III oblik oscilovanja sistema

| Redni broj $i$ | Moment inercije $I_i$ [ $\text{kgm}^2$ ] | Ugao uvijanja $\theta_i$ [rad] | Moment uvijanja $\Delta M/\theta_i$ [Nm/rad] | Tangencijalni napon $\tau_i/\theta_i$ [ $\text{Nm}^2/\text{rad}$ ] |
|----------------|--|--------------------------------|--|--|
| 1              | 0,10885                                  | 1,0000                         | 52956  | -  |
| 2              | 0,09453                                  | 0,3574                         | 69391  | $412,403 \cdot 10^6$   |
| 3              | 0,15209                                  | 0,3162                         | 92786  | $551,444 \cdot 10^6$   |
| 4              | 0,10267                                  | 0,2552                         | 105535                                       | $627,214 \cdot 10^6$   |
| 5              | 0,14062                                  | 0,1859                         | 118255                                       | $702,811 \cdot 10^6$   |
| 6              | 0,14062                                  | 0,1083                         | 125662                                       | $746,832 \cdot 10^6$   |
| 7              | 0,10267                                  | 0,0257                         | 126948                                       | $754,475 \cdot 10^6$   |
| 8              | 0,15209                                  | -0,0576                        | 122683                                       | $729,127 \cdot 10^6$   |
| 9              | 2,43660                                  | -0,1045                        | -1256  | -  |
| 10             | 0,09992                                  | 0,0024                         | -1141  | $41,356 \cdot 10^6$  |
| 11             | 0,29908                                  | 0,0051                         | -403   | $6,066 \cdot 10^6$   |
| 12             | 0,03898                                  | 0,0053                         | -303   | -  |
| 13             | 0,15591                                  | 0,0026                         | -407   | $3,377 \cdot 10^6$   |
| 14             | 0,09653                                  | 0,0028                         | -277   | $13,665 \cdot 10^6$  |
| 15             | 0,07574                                  | 0,0035                         | -146   | $2,169 \cdot 10^6$   |
| 16             | 0,04208                                  | 0,0037                         | -70  | $1,04 \cdot 10^6$  |
| 17             | 0,08459                                  | 0,0038                         | 89   | $1,322 \cdot 10^6$   |
| 18             | 0,11270                                  | 0,0028                         | 244  | $3,625 \cdot 10^6$   |
| 19             | 16,76826                                 | -0,00003                       | 4  | -  |





Sl. 6 – Elastična linija za IV oblik oscilovanja sistema ( $\lambda_{IV}=1009,8 \text{ rad/s}$ )

Tabela 5 – Momenti inercije, uglovi uvijanja, momenti uvijanja i tangencijalni naponi za IV oblik oscilovanja sistema

| Redni broj $i$ | Moment inercije $I_i [\text{kgm}^2]$ | Ugao uvijanja $\theta_i [\text{rad}]$ | Moment uvijanja $\Sigma M/\theta_i [\text{Nm/rad}]$ | Tangencijalni napon $\tau_i/\theta_i [\text{N/m}^2\text{rad}]$ |
|----------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---|--|
| 1              | 0,10885                              | 1,0000                                | 110991  | –  |
| 2              | 0,09453                              | -0,3469                               | 77550   | $460,894 \cdot 10^6$   |
| 3              | 0,15209                              | -0,3929                               | 16609   | $98,71 \cdot 10^6$   |
| 4              | 0,10267                              | -0,4038                               | -25670  | $152,561 \cdot 10^6$   |
| 5              | 0,14062                              | -0,3870                               | -81161  | $482,355 \cdot 10^6$   |
| 6              | 0,14062                              | -0,3337                               | -129009   | $766,724 \cdot 10^6$   |
| 7              | 0,10267                              | -0,2480                               | -155074   | $921,633 \cdot 10^6$   |
| 8              | 0,15209                              | -0,1471                               | -177891   | $1057,239 \cdot 10^6$  |
| 9              | 2,43660                              | -0,0791                               | -374417   | –  |
| 10             | 0,09992                              | 31,8032                               | 2866055   | $103880,21 \cdot 10^6$   |
| 11             | 0,29908                              | 24,9932                               | 10488352  | $157862,011 \cdot 10^6$  |
| 12             | 0,03898                              | 20,1801                               | 11290444  | –  |
| 13             | 0,15591                              | 10,0900                               | 24185051  | $200672,511 \cdot 10^6$  |
| 14             | 0,09653                              | 1,1618                                | 24299413  | $1198787,025 \cdot 10^6$                                       |
| 15             | 0,07574                              | -65,4967                              | 19240965  | $285898,44 \cdot 10^6$   |
| 16             | 0,04208                              | -94,4583                              | 15188125  | $225677,935 \cdot 10^6$  |
| 17             | 0,08459                              | -117,3194                             | 5069019   | $75319,747 \cdot 10^6$   |
| 18             | 0,11270                              | -176,4821                             | -15211690   | $226028,083 \cdot 10^6$  |
| 19             | 16,76826                             | 1,0600                                | 2912509   | –  |

Proračunom frekvencija slobodnih oscilacija sistema izračunate su približne vrednosti frekvencija za prva četiri oblika oscilovanja:

- I oblik oscilovanja  $\lambda_I = 50,6$  [rad/s],
- II oblik oscilovanja  $\lambda_{II} = 199,7$  [rad/s],
- III oblik oscilovanja  $\lambda_{III} = 697,5$  [rad/s],
- IV oblik oscilovanja  $\lambda_{IV} = 1009,8$  [rad/s].

Vrednosti uglova uvijanja  $\theta$  (tabele 2–5) relativne su, jer su određene u odnosu na pretpostavljenu vrednost ugla uvijanja prvog elementa ( $\theta_I = 1$  rad). Vrednosti momenata uvijanja  $M$  i tangencijalnih napona  $\tau$  date su po uglu uvijanja prvog elementa. Broj čvorova oscilacija (tačke K na sl. 3–6) odgovara rednom broju oblika oscilovanja. Na propelerskom vratilu se nalazi po jedan čvor oscilacija za svaki oblik oscilovanja, dok se u blizini zamajca motora nalazi ukupno četiri čvora oscilacija (za II, III i IV oblik oscilovanja). Od preostala dva čvora oscilacija, jedan se nalazi na prednjem kraju kolenastog vratila motora, a drugi na izlaznoj spojnici reduktora (sl. 6).

Element sistema (izlazna spojnica reduktora i zglob kardanskog vratila, sl. 2) sa rednim brojem  $i = 14$  ima najveća naprezanja za sve oblike oscilovanja, izuzev za III oblik. Najveće naprezanje kod III oblika oscilovanja ima element sa rednim brojem  $i = 7$  (peto koleno kolenastog vratila motora, tabela 4).

## Rezultati proračuna amplituda i naprezanja za kritične brojeve obrtaja

Da bi se odredili kritični brojevi obrtaja, kao i naprezanja koja im odgovaraju, prvo su izračunate amplitude pobudnog momenta od gasnih i inercijalnih sila. Ove amplitude su izračunate, za prva dvadeset i četiri harmonika, pomoću približne metode (Maass i Klier) [1]. Zatim je izračunat rad prinudnog momenta  $C_k$  u toku jednog perioda, za svaki harmonik i svaki oblik oscilovanja, vodeći računa o rasporedu cilindara i redosledu paljenja, prema sledećem obrascu [2]:

$$C_k = M_k \cdot \left| \sum_{i=3}^8 \vec{\theta}_i \right| \quad (1)$$

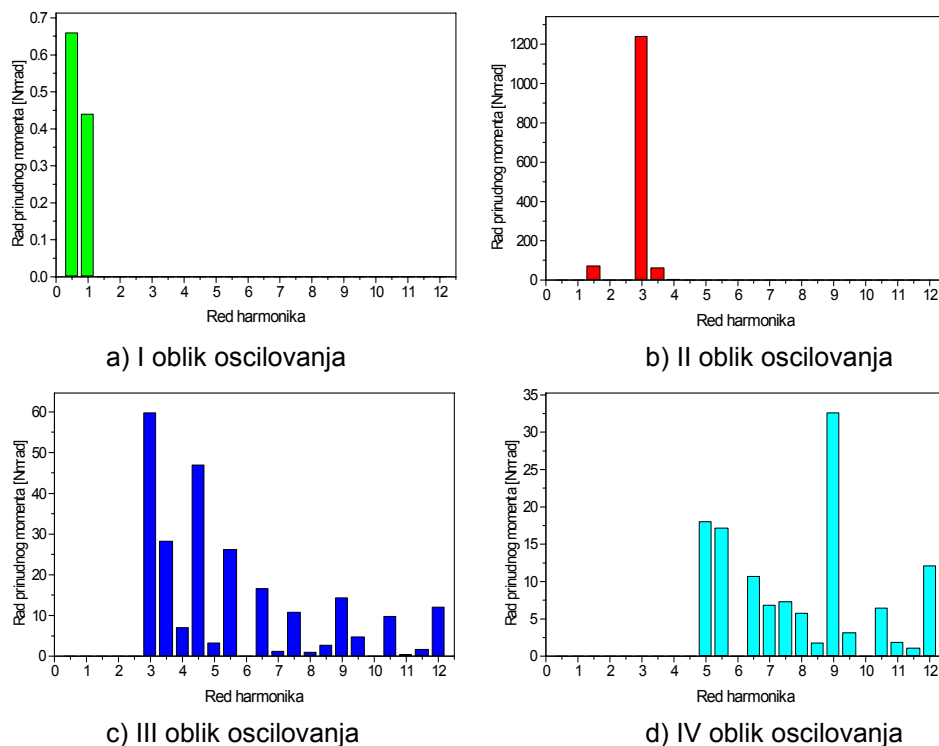
gde je:

$C_k$  – rad harmonika k-tog reda [Nmrad],

$M_k$  – projekcija vektora harmonika k-tog reda svih cilindara na pravac prvog cilindra motora [Nm],

$\theta_i$  – relativna amplituda uvijanja  $i$ -tog elementa sa sl. 2 [rad].

Vrednosti relativnih amplituda uvijanja  $\theta_i$  očitane su iz tabela (2–5), a vektorski su sabrane preko zvezde reda posmatranog harmonika [3]. Male vrednosti rada prinudnog momenta ocenjene su kao neuticajne i nisu prikazane na dijagramu 1.



Dijagram 1 – Rad prinudnog momenta za prva četiri oblika oscilovanja sistema

Rad prinudnog momenta na rezonantnim režimima dovodi do povećanja amplituda oscilovanja, koje bi neograničeno rasle kada ne bi postojali otpori na koje se ovaj rad troši. Kod realnih sistema, kakav je sistem prenosa snage na brodu RML-341, to nije slučaj, jer postoje unutrašnji (trenje u prigušivaču torzionih oscilacija, ležištima, materijalu i dr.) i spoljašnji otpori (trenje propelera o vodu, oscilacije nosača motora).

Razmatraju se i oni harmonici koji se nalaze u radnoj oblasti motora ili u njoj blizini. Od svih redova koji se nalaze u pomenutom području od posebnog su značaja oni sa većim amplitudama, jer ulažu veću energiju u oscilovanje sistema. Iz dijagrama 1 ne može se zaključiti koji se harmonici nalaze u radnoj oblasti motora, pa su u tabeli 6 prikazani redovi harmonika i odgovarajući brojevi obrtaja za pojedine oblike oscilovanja (dijagram 1).

Tabela 6 – Redovi harmonika i brojevi obrtaja za različite oblike oscilovanja sistema

| Red harmonika<br>$k$           | Broj obrtaja $n$ [ o/min] |          |           |          |
|--------------------------------|---------------------------|----------|-----------|----------|
|                                | I oblik                   | II oblik | III oblik | IV oblik |
| 1/2                            | 966                       | –        | –         | –        |
| 1                              | 483                       | 1907     | –         | –        |
| 1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | 1271     | –         | –        |
| 2                              | –                         | 953      | –         | –        |
| 2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | 763      | –         | –        |
| 3                              | –                         | 636      | 2220      | –        |
| 3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | 545      | 1903      | –        |
| 4                              | –                         | 477      | 1665      | –        |
| 4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | –        | 1480      | –        |
| 5                              | –                         | –        | 1332      | 1929     |
| 5 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | –        | 1211      | 1753     |
| 6                              | –                         | –        | 1110      | 1607     |
| 6 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | –        | 1025      | 1484     |
| 7                              | –                         | –        | 952       | 1378     |
| 7 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | –        | 888       | 1286     |
| 8                              | –                         | –        | 833       | 1205     |
| 8 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | –        | 784       | 1134     |
| 9                              | –                         | –        | 740       | 1072     |
| 9 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>  | –                         | –        | 701       | 1015     |
| 10                             | –                         | –        | 666       | 964      |
| 10 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> | –                         | –        | 634       | 918      |
| 11                             | –                         | –        | 606       | 877      |
| 11 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> | –                         | –        | 579       | 839      |
| 12                             | –                         | –        | 555       | 804      |

Iz tabele 6 može se zaključiti da se u radnoj oblasti motora, koju je definisao proizvođač (od 500 do 1800 o/min), nalaze harmonici sledećih redova:

- za I oblik oscilovanja harmonik reda  $k = 1/2$ ,
- za II oblik oscilovanja harmonici reda  $k = 1^{1}/_{2}-3^{1}/_{2}$ ,
- za III oblik oscilovanja harmonici reda  $k = 4-12$ ,
- za IV oblik oscilovanja harmonici reda  $k = 5^{1}/_{2}-12$ .

Na osnovu vrednosti rada prinudnog momenata  $C_k$  (dijagram 1) može se zaključiti da se najveće amplitude, a time i najveća naprezanja, očekuju pri sledećim oblicima oscilovanja i pripadajućim kritičnim brojevima obrtaja (tabela 6):

– II oblik oscilovanja ( $\lambda_{II} = 199,7$  rad/s), red harmonika  $k = 3$ ,  $n_3^{(II)} = 636$  o/min,

– III oblik oscilovanja ( $\lambda_{III} = 697,5$  rad/s), redovi harmonika  $k = 3$ ,  $n_3^{(III)} = 2220$  o/min i  $k = 4^{1/2}$ ,  $n_{4^{1/2}}^{(III)} = 1480$  o/min,

– IV oblik oscilovanja ( $\lambda_{IV} = 1009,8$  rad/s), red harmonika  $k = 9$ ,  $n_9^{(IV)} = 1072$  o/min.

Kako su kod I oblika oscilovanja vrednosti amplituda rada prinudnog momenta male, to nema opasnih rezonantnih brojeva obrtaja, pa nema ni potrebe da se ovaj oblik dalje razmatra.

Vrednosti stvarnih amplituda oscilovanja  $A_i$ , za izračunate kritične brojeve obrtaja, određene su iz uslova ravnoteže radova prinudnih i prigušnih momenata. Za ovaj proračun korišćene su formule: Widlera, Holzera, Bicera, Cartera, FIAT-a i Ker Wilsona za radove prigušenja u motoru, kao i formule za prigušivanje prigušivača torzionih oscilacija, elastične spojnice i propelera [2]. U prvom koraku proračuna dobijene su sledeće vrednosti stvarnih amplituda oscilovanja  $A_1$  prvog elementa sistema sa sl. 2:

$$-A_1^{(II)} = \pm 0,00243 \text{ rad} = \pm 0,139^0 \text{ (II oblik oscilovanja, } k = 3),$$

$$-A_1^{(III)} = \pm 0,02035 \text{ rad} = \pm 1,166^0 \text{ (III oblik oscilovanja, } k = 3),$$

$$-A_1^{(III)} = \pm 0,01597 \text{ rad} = \pm 0,915^0 \text{ (III oblik oscilovanja, } k = 4^{1/2}),$$

$$-A_1^{(IV)} = \pm 5,423 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = \pm 3,1077 \cdot 10^{-40} \text{ (IV oblik oscilovanja, } k = 9),$$

Na osnovu stvarnih vrednosti amplituda oscilovanja prve mase sistema  $A_1$ , u drugom koraku su izračunate stvarne vrednosti amplituda oscilovanja  $A_i$  ostalih elemenata sistema. U trećem koraku izračunati su momenti uvijanja  $M_i$  i tangencijalni naponi  $\tau_i$ . Vrednosti ovih veličina za II, III i IV oblik oscilovanja date su u tabelama 7–10. Iz tabele 7 vidi se da amplitude oscilovanja kod II oblika oscilovanja, pri  $n_3^{(II)} = 636$  o/min, imaju znatnu vrednost, a naročito u reduktoru. U slučaju rada motora na ovom broju obrtaja mogu se očekivati pojave šumova i udara. Međutim, u normalnoj eksploataciji motora ne postoji potreba za njegovim dužim radom u blizini ovog broja obrtaja.

Eventualno zabranjivanje rada u zoni  $n_3^{(II)} = 636$  o/min praktično ne bi narušavalo deklarisanu performanse instalacije u celini. Torziona naprezanja pri ovom broju obrtaja su u dozvoljenim granicama. Dinamički moment usled torzionih oscilacija na elastičnoj spojnici (element sa rednim brojem 9, sl. 2) iznosi  $M_{d9} \approx 291$  Nm (tabela 7). Pri istom broju obrtaja (636 o/min) odgovarajući statički moment je  $M_{s9} \approx 553$  Nm. Prema tome,

ukupan moment na elastičnoj spojnici je  $M_{u9} \approx 845$  Nm i znatno je manji od nominalnog za datu spojnicu (1177 Nm).

Tabela 7  
Amplitude, momenti i tangencijalni naponi za II oblik oscilovanja i harmonik reda  $k = 3$

| Redni broj $i$ | Ugao uvijanja $\theta_i$ [rad] | Amplituda $A_i$ [rad] | Amplituda $A_i$ [ $^\circ$ ] | Moment uvijanja $M_i$ [Nm] | Tangencijalni napon $\tau_i$ [N/m <sup>2</sup> ] |
|----------------|--------------------------------|-----------------------|------------------------------|----------------------------|--|
| 1              | 1,0000                         | 0,002433              | 0,13941                      | 10,549                     | –  |
| 2              | 0,9473                         | 0,002302              | 0,13190                      | 19,229                     | $0,114 \cdot 10^6$                               |
| 3              | 0,9426                         | 0,00229               | 0,13122                      | 33,124                     | $0,197 \cdot 10^6$                               |
| 4              | 0,9337                         | 0,002269              | 0,13001                      | 42,415                     | $0,252 \cdot 10^6$                               |
| 5              | 0,9222                         | 0,002241              | 0,12841                      | 54,983                     | $0,326 \cdot 10^6$                               |
| 6              | 0,9073                         | 0,002205              | 0,12635                      | 67,35                      | $0,4 \cdot 10^6$                                 |
| 7              | 0,8891                         | 0,00216               | 0,12377                      | 76,197                     | $0,453 \cdot 10^6$                               |
| 8              | 0,8685                         | 0,002111              | 0,12096                      | 89                         | $0,528 \cdot 10^6$                               |
| 9              | 0,8545                         | 0,002076              | 0,11895                      | 290,809                    | –  |
| 10             | -9,336                         | -0,022686             | -1,2999                      | 200,392                    | $7,263 \cdot 10^6$                               |
| 11             | -9,5319                        | -0,023162             | -1,32718                     | 75,916                     | $1,142 \cdot 10^6$                               |
| 12             | -9,5176                        | -0,023128             | -1,32523                     | 111,873                    | –  |
| 13             | -4,7588                        | -0,011564             | -0,66262                     | 295,659                    | $2,453 \cdot 10^6$                               |
| 14             | -4,7139                        | -0,011455             | -0,65637                     | 339,761                    | $16,761 \cdot 10^6$                              |
| 15             | -4,3303                        | -0,010523             | -0,60297                     | 371,55                     | $5,52 \cdot 10^6$                                |
| 16             | -4,1002                        | -0,009963             | -0,57088                     | 388,271                    | $5,768 \cdot 10^6$                               |
| 17             | -3,8597                        | -0,009379             | -0,53742                     | 419,914                    | $6,239 \cdot 10^6$                               |
| 18             | -1,8428                        | -0,004478             | -0,25659                     | 440,043                    | $6,539 \cdot 10^6$                               |
| 19             | 0,2708                         | 0,000658              | 0,0377                       | 0                          | –  |

Kod III oblika oscilovanja, pri rezonantnom broju obrtaja  $n_3^{(III)} = 2220$  o/min, vrednost amplitude prve mase sistema (prigušivač torzionih oscilacija) iznosi  $A_1 = \pm 1,166^\circ$ , pa su i amplitude u motoru znatne. Osim toga, u oblasti motora, bliže zamajcu, nalazi se i čvor oscilacija (sl. 5). Međutim, kako je rezonantni broj obrtaja  $n_3^{(III)} = 2220$  o/min veći za  $\approx 1/4$  od nominalnog broja obrtaja motora (1800 o/min), u radnoj oblasti motora ne može se očekivati uticaj rezonancije. Može se zaključiti da su u radnoj oblasti motora sve relevantne vrednosti (amplitude, momenti i naprezanja) mnogo ispod dozvoljenih, tako da harmonik reda  $k = 3$  kod III oblika oscilovanja ne predstavlja opasnost za pojavu otkaza u sistemu prenosa snage.

Tabela 8

Amplitude, momenti i tangencijalni naponi za III oblik oscilovanja i harmonik reda  $k = 3$

| Redni broj<br>$i$ | Ugao uvijanja<br>$\theta_i$ [rad] | Amplituda<br>$A_i$ [rad] | Amplituda<br>$A_i$ [°] | Moment uvijanja<br>$M_i$ [Nm] | Tangencijalni napon<br>$\tau_i$ [N/m <sup>2</sup> ] |
|-------------------|-----------------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------------|---|
| 1                 | 1,0000                            | 0,02035                  | 1,166                  | 1077,651                      | –   |
| 2                 | 0,3574                            | 0,007273                 | 0,4167                 | 1412,104                      | $8,392 \cdot 10^6$                                  |
| 3                 | 0,3162                            | 0,006435                 | 0,3687                 | 1888,2                        | $11,179 \cdot 10^6$                                 |
| 4                 | 0,2552                            | 0,00519                  | 0,2974                 | 2147,645                      | $12,764 \cdot 10^6$                                 |
| 5                 | 0,1859                            | 0,00378                  | 0,2166                 | 2406,496                      | $14,302 \cdot 10^6$                                 |
| 6                 | 0,1083                            | 0,002204                 | 0,1263                 | 2557,224                      | $15,198 \cdot 10^6$                                 |
| 7                 | 0,0257                            | 0,000523                 | 0,03                   | 2583,385                      | $15,353 \cdot 10^6$                                 |
| 8                 | -0,0576                           | -0,001172                | -0,0672                | 2496,6                        | $14,838 \cdot 10^6$                                 |
| 9                 | -0,1045                           | -0,002126                | -0,1218                | 25,55                         | –   |
| 10                | 0,0024                            | 0,000049                 | 0,0028                 | 23,216                        | $0,841 \cdot 10^6$                                  |
| 11                | 0,0051                            | 0,000104                 | 0,0059                 | 8,199                         | $0,123 \cdot 10^6$                                  |
| 12                | 0,0053                            | 0,000108                 | 0,0062                 | 6,172                         | –   |
| 13                | 0,0026                            | 0,000053                 | 0,003                  | 8,287                         | $0,069 \cdot 10^6$                                  |
| 14                | 0,0028                            | 0,000057                 | 0,0033                 | 5,631                         | $0,278 \cdot 10^6$                                  |
| 15                | 0,0035                            | 0,000071                 | 0,0041                 | 2,979                         | $0,044 \cdot 10^6$                                  |
| 16                | 0,0037                            | 0,000075                 | 0,0043                 | 1,415                         | $0,021 \cdot 10^6$                                  |
| 17                | 0,0038                            | 0,000077                 | 0,0044                 | 1,82                          | $0,027 \cdot 10^6$                                  |
| 18                | 0,0028                            | 0,000057                 | 0,0033                 | 4,965                         | $0,074 \cdot 10^6$                                  |
| 19                | -0,00003                          | -0,0000006               | -0,000034              | 0,073                         | –   |

Pri rezonantnom broju obrtaja  $n_{41/2}^{(III)} = 1480$  o/min, kojis iznosi 82% od nominalnog broja obrtaja motora, vrednost amplitude prve mase sistema je  $A_1 = \pm 0,9149^\circ$ . U oblasti motora maksimalna vrednost amplitude nalazi se na I kolenu kolenastog vratila ( $i = 3$ , sl. 2) i iznosi  $A_3 = 0,289^\circ$ . Međutim, maksimalno naprezanje se javlja između V i VI kolena kolenastog vratila i ono iznosi  $\tau_7 = 12,047 \cdot 10^6$  N/m<sup>2</sup>, što je znatno manje od dozvoljenog naprezanja koje propisuje domaće klasifikaciono društvo. Za kolena-sto vratilo posmatranog brojskog dizel motora naprezanje usled torzionih oscilacija (dodatno naprezanje) mora biti manje od  $30 \cdot 10^6$  N/m<sup>2</sup> [4].

Na osnovu toga, može se zaključiti da harmonik reda  $k = 4\frac{1}{2}$  kod III oblika oscilovanja, pri rezonantnom broju obrtaja  $n_{41/2}^{(III)} = 1480$  o/min (koji se nalazi u radnoj oblasti motora), ne predstavlja nikakvu opasnost u pogledu torzionih oscilacija.

Tabela 9  
Amplitude, momenti i tangencijalni naponi za III oblik oscilovanja i harmonik reda  $k = 4^{1/2}$

| Redni broj $i$ | Ugao uvijanja $\theta_i$ [rad] | Amplituda $A_i$ [rad] | Amplituda $A_i$ [°] | Moment uvijanja $M_i$ [Nm] | Tangencijalni napon $\tau_i$ [N/m <sup>2</sup> ] |
|----------------|--------------------------------|-----------------------|---------------------|----------------------------|--|
| 1              | 1,0000                         | 0,015976              | 0,9149              | 845,576                    | –  |
| 2              | 0,3574                         | 0,005707              | 0,327               | 1108,004                   | $6,585 \cdot 10^6$                               |
| 3              | 0,3162                         | 0,005049              | 0,2893              | 1481,572                   | $8,772 \cdot 10^6$                               |
| 4              | 0,2552                         | 0,004072              | 0,2333              | 1685,144                   | $10,015 \cdot 10^6$                              |
| 5              | 0,1859                         | 0,002966              | 0,1699              | 1888,251                   | $11,222 \cdot 10^6$                              |
| 6              | 0,1083                         | 0,001729              | 0,0991              | 2006,519                   | $11,925 \cdot 10^6$                              |
| 7              | 0,0257                         | 0,00041               | 0,0235              | 2027,046                   | $12,047 \cdot 10^6$                              |
| 8              | -0,0576                        | -0,00092              | -0,0527             | 1958,95                    | $11,642 \cdot 10^6$                              |
| 9              | -0,1045                        | -0,001668             | -0,0956             | 20,048                     | –  |
| 10             | 0,0024                         | 0,000038              | 0,0022              | 18,216                     | $0,66 \cdot 10^6$                                |
| 11             | 0,0051                         | 0,000082              | 0,0046              | 6,433                      | $0,097 \cdot 10^6$                               |
| 12             | 0,0053                         | 0,000085              | 0,0049              | 4,842                      | –  |
| 13             | 0,0026                         | 0,000041              | 0,0023              | 6,502                      | $0,054 \cdot 10^6$                               |
| 14             | 0,0028                         | 0,000045              | 0,0026              | 4,418                      | $0,218 \cdot 10^6$                               |
| 15             | 0,0035                         | 0,000056              | 0,0032              | 2,338                      | $0,035 \cdot 10^6$                               |
| 16             | 0,0037                         | 0,000059              | 0,0034              | 1,11                       | $0,016 \cdot 10^6$                               |
| 17             | 0,0038                         | 0,00006               | 0,0034              | 1,428                      | $0,021 \cdot 10^6$                               |
| 18             | 0,0028                         | 0,000045              | 0,0026              | 3,896                      | $0,058 \cdot 10^6$                               |
| 19             | -0,00003                       | -0,0000004            | -0,00002            | 0,0579                     | –  |

Kod IV oblika oscilovanja pri  $n_g^{(IV)} = 1072$  o/min stvarne vrednosti amplitude oscilovanja elemenata sistema su zanemarljivo male, pa ovaj oblik nema praktičnog značaja za proučavanje torzionih oscilacija sistema.

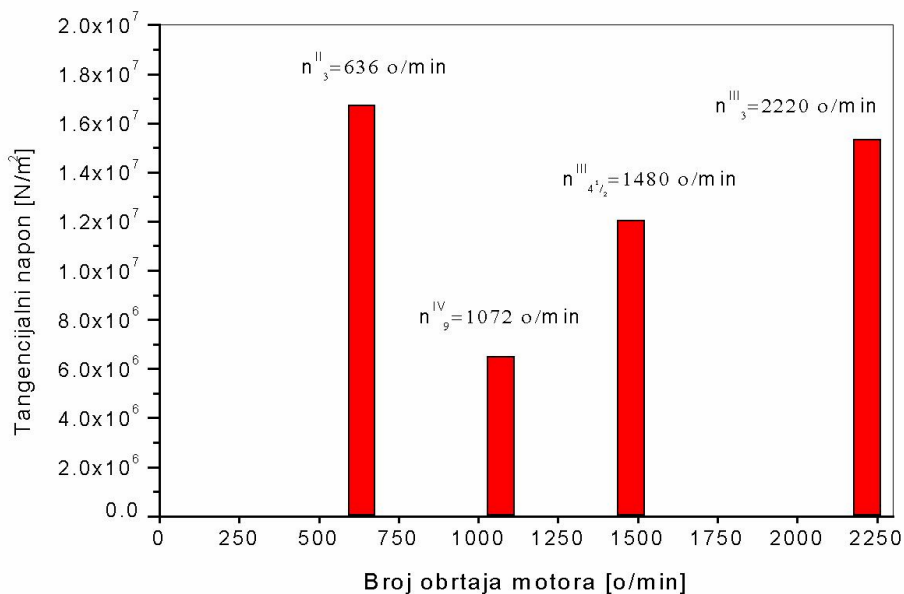
Tabela 10  
Amplitude, momenti i tangencijalni naponi za IV oblik oscilovanja i harmonik reda  $k = 9$

| Redni broj $i$ | Ugao uvijanja $\theta_i$ [rad] | Amplituda $A_i \cdot 10^6$ [rad] | Amplituda $A_i \cdot 10^4$ [°] | Moment uvijanja $M_i$ [Nm] | Tangencijalni napon $\tau_i$ [N/m <sup>2</sup> ] |
|----------------|--------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|----------------------------|--|
| 1              | 1,0000                         | 5,423                            | 3,1077                         | 0,602                      | –  |
| 2              | -0,3469                        | -1,881                           | -1,078                         | 0,421                      | $0,25 \cdot 10^4$                                |
| 3              | -0,3929                        | -2,131                           | -1,221                         | 0,09                       | $0,053 \cdot 10^4$                               |
| 4              | -0,4038                        | -2,19                            | -1,255                         | 0,139                      | $0,083 \cdot 10^4$                               |
| 5              | -0,3870                        | -2,098                           | -1,203                         | 0,44                       | $0,261 \cdot 10^4$                               |
| 6              | -0,3337                        | -1,81                            | -1,038                         | 0,7                        | $0,416 \cdot 10^4$                               |
| 7              | -0,2480                        | -1,358                           | -0,774                         | 0,841                      | $0,5 \cdot 10^4$                                 |
| 8              | -0,1471                        | -0,798                           | -0,457                         | 0,965                      | $0,573 \cdot 10^4$                               |
| 9              | -0,0791                        | -0,429                           | -0,245                         | 2,03                       | –  |
| 10             | 31,8032                        | 172,469                          | 98,834                         | 15,542                     | $56,334 \cdot 10^4$                              |
| 11             | 24,9932                        | 135,538                          | 77,671                         | 56,878                     | $85,608 \cdot 10^4$                              |
| 12             | 20,1801                        | 109,437                          | 62,713                         | 61,228                     | –  |
| 13             | 10,0900                        | 54,718                           | 31,357                         | 131,155                    | $108,825 \cdot 10^4$                             |
| 14             | 1,1618                         | 6,301                            | 3,611                          | 131,775                    | $650,102 \cdot 10^4$                             |
| 15             | -65,4967                       | -355,189                         | -203,545                       | 104,345                    | $155,043 \cdot 10^4$                             |
| 16             | -94,4583                       | -512,247                         | -293,547                       | 82,365                     | $122,385 \cdot 10^4$                             |
| 17             | -117,3194                      | -636,223                         | -364,592                       | 27,489                     | $40,846 \cdot 10^4$                              |
| 18             | -176,4821                      | -957,062                         | -548,453                       | 82,493                     | $122,575 \cdot 10^4$                             |
| 19             | 1,0600                         | 5,748                            | 3,294                          | 15,794                     | –  |



Na dijagramu 2 prikazane su maksimalne vrednosti tangencijalnog napona, za pojedine oblike oscilovanja i četiri kritična broja obrtaja (tabele 7–10). Najveće vrednosti tangencijalnog napona, za posmatrane oblike oscilovanja i kritične brojeve obrtaja, imaju sledeći elementi sistema (sl. 2):

- izlazna spojnica reduktora i zglob kardanskog vratila ( $i = 14$ ,  $n(\text{II})3 = 636$  o/min i  $n(\text{IV})9 = 1072$  o/min tabele 7 i 10),
- peto koleno kolenastog vratila motora ( $i = 7$ ,  $n(\text{III})4\frac{1}{2} = 1480$  o/min i  $n(\text{III})3 = 2220$  o/min tabele 8 i 9).



Dijagram 2 – Maksimalne vrednosti tangencijalnog napona za kritične brojeve obrtaja sistema

## Zaključak

Imajući u vidu celokupnu prethodnu analizu proračuna torzionih oscilacija sistema brodske dizel motorne propulzije, može se zaključiti sledeće:

1. Posmatrani pogonski sistem, sa aspekta torzionih oscilacija, uglavnom zadovoljava.

2. Pri niskim brojevima obrtaja ( $n = 636$  o/min) mogu se eventualno očekivati nešto veće amplitude oscilovanja u reduktoru, mada su torziona naprezanja i tada relativno niska.

3. Zbog niza pretpostavljenih ili nedovoljno tačno određenih faktora pomoću kojih je izvršen proračun, neophodno je, radi sigurnosti, izvršiti proveru torzionih oscilacija u sistemu prenosa snage merenjem na brodu.

### *Literatura*

- [1] Wilson, W. K.: Practical solution of torsional vibration problems, Chapman & Hall, London, 1963.
- [2] Šićević, M.: Proračun torzijskih vibracija pogonskog sistema, Brodarski institut, Zagreb, 1975.
- [3] Živković, M.: Motori sa unutrašnjim sagorevanjem, II deo, Mašinski fakultet, Beograd, 1983.
- [4] Šretner, J.: Brodski motori s unutarnjim izgaranjem, Fakultet strojarstva i brodogradnje, Zagreb, 1972.
- [5] Vuković, J., Obradović, A.: Linearne oscilacije mehaničkih sistema, Mašinski fakultet, Beograd, 2007.
- [6] Rašković, D.: Otpornost materijala, Građevinska knjiga, Beograd, 1990.
- [7] Trifković, D.: Istraživanje torzionih oscilacija u sistemu prenosa snage sa broskog dizel motora na propeler, Magistarski rad, Mašinski fakultet, Beograd, 2004.