IDENTIFIKACIJA PARAMETARA MODELA JEDNOSMERNOG MOTORA U PROSTORU STANJA

Momir R. Stanković, *Stojadin* M. Manojlović, Univerzitet odbrane u Beogradu, Vojna akademija, Beograd, *Milica* B. Naumović, Elektronski fakultet Niš

DOI: 10.5937/vojtehg61-2437

OBLAST: elektrotehnika (automatika i upravljanje) VRSTA ČLANKA: originalni naučni članak

Sažetak:

U radu je opisan jedan vrlo praktičan i edukativan metod identifikacije parametara modela u prostoru stanja motora jednosmerne struje. Opisani su svi eksperimenti neophodni za određivanje mehaničkih i električnih parametara jednosmernog motora u laboratorijskom okruženju. Parametri motora su estimirani primenom metode minimizacije srednje kvadratne greške. Poređenjem odziva realnog motora i modela dobijenog na osnovu vrednosti estimiranih parametara verifikovan je kvalitet opisanog metoda.

Ključne reči: *identifikacija, estimacija parametara, model u prostoru stanja, motor jednosmerne struje.*

Uvod

dentifikacija objekta upravljanja predstavlja početni i veoma važan korak u analizi i sintezi sistema automatskog upravljanja. Naime, od kvaliteta identifikacije u velikoj meri zavisi i kvalitet svih ostalih koraka u proračunima vezanim za upravljanje sistemom. Ona sama po sebi ne predstavlja cilj, već služi za formiranje baze podataka za dalju analizu i sintezu sistema. Do danas su razvijene mnoge metode identifikacije sistema, a izbor metode zavisi od samog sistema koji se identifikuje, od veličina sistema koje su dostupne merenju, od forme modela koji se zahteva i dr.

Klasične metode identifikacije baziraju se na vremenskom ili frekvencijskom odzivu sistema na odgovarajuću pobudu, a kao rezultat se dobija model sistema u formi funkcije prenosa (Ljung, 1999), (Astrom, Wittenmar, 1997). Uz pomoć odgovarajućeg akvizicionog sistema čitav postupak identifikacije može se automatizovati i učiniti dovoljno fleksibil-

23

stankovic-m@hotmail.com

VOJNOTEHNIČKI GLASNIK/MILITARY TECHNICAL COURIER, 2013., Vol. LXI, No. 2

nim za primenu na komponentama različite namene i karakteristika (Stanković, Manojlović, 2011, pp. 131–145), (Stanković, Manojlović, Jovanović, 2012, pp. 69–76).

Moderniji pristup sistemima upravljanja podrazumeva analizu i sintezu sistema u prostoru stanja. Samim tim, razvijeni su i algoritmi identifikacije parametara modela sistema u prostoru stanja koji se zasnivaju na savremenijim teorijskim dostignućima iz oblasti modeliranja, obrade signala i sl. (Al-Qassar, Mazin, 2008, pp. 190–196), (Hadef, Bourouina, 2008).

Osim toga, programski paketi, kao na primer MATLAB/SIMULINK, imaju razvijene specijalizovane alate namenjene za identifikaciju sistema. Ovi alati baziraju se na složenim algoritmima koji su ugrađeni u odgovarajuće funkcije. Potrebno je uneti ulazno/izlazne signale, definisati metod, formu modela i parametre koji se identifikuju, a preko komunikacijskih prozora moguće je podešavati tačnost algoritma, pratiti tok identifikacije i, na kraju, verifikovati dobijene rezultate (Stanković, Manojlović, Jovanović, 2012, pp. 69–76).

U ovom radu opisan je jedan vrlo praktičan metod identifikacije parametara modela u prostoru stanja motora jednosmerne struje. Metod se zasniva na predstavljanju jednosmernog motora, koji je sistem drugog reda, pomoću dva podsistema prvog reda: električnog i mehaničkog. Na osnovu odziva ovih podsistema na odgovarajuću pobudu (pseudo-slučajna binarna sekvenca) izvršena je estimacija parametara primenom metode minimizacije srednje kvadratne greške. Verifikacijom dobijenih rezultata potvrđen je kvalitet primenjene metode.

Model jednosmernog motora i estimacija parametara metodom minimizacije srednje kvadratne greške

Na slici 1 prikazana je principska šema motora jednosmerne struje, upravljanog strujom rotora.



Dinamičko ponašanje motora sa slike 1 opisano je sledećim diferencijalnim jednačinama (Đurović, Kovačević, 2006, pp.19–22):

$$L_r \frac{d}{dt} i_r(t) + R_r i_r(t) + K_{me} \omega_m(t) = u_r(t)$$
(1)

$$J_e \frac{d}{dt} \omega_m(t) + F_e \omega_m(t) = K_{em} i_r(t)$$
⁽²⁾

gde su:

$u_r(t)$	– armaturni napon,
$i_r(t)$	– struja armature,
R_r	 otpornost armaturnog namotaja,
L_r	 induktivnost armaturnog namotaja,
ω_m	 ugaona brzina osovine rotora,
J_e	 – ekvivalentni moment inercije,
F_{e}	 – ekvivalentni koeficijent viskoznog trenja,
K _{em} i K _{me}	 elektro-mehanička i mehaničko-električna konstanta motora,
	respektivno.

Motor jednosmerne struje, opisan jednačinama (1) i (2), kao sistem sa jednim ulazom i jednim izlazom, može se predstaviti kontinualnim modelom u prostoru stanja na sledeći način:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) = \begin{pmatrix} -\frac{R_r}{L_r} & -\frac{K_{me}}{L_r} \\ \frac{K_{em}}{J_e} & -\frac{F_e}{J_e} \end{pmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_r} \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$
(3)

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & K_{tg} \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$
(4)

gde su: $\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} i_r(t) & \omega_m(t) \end{bmatrix}^T$, $u(t) = u_r(t)$, $y(t) = V_t(t) = K_{tg}\omega_m(t)$.

Merenje ugaone brzine rotora motora vrši se pomoću tahogeneratora, tako da $V_t(t)$ i K_{ta} predstavljaju napon i konstantu tahogeneratora, respektivno.

Uočimo da je sistem u potpunosti opisan pomoću šest parametara: R_r , L_r , J_e , F_e , K_{me} i K_{em} .

〔25〕

Postupak estimacije parametara primenom metode minimizacije srednje kvadratne greške ilustrovan je na slici 2 (Eykhoff, Wilsoons, 1974).



Slika 2 – Princip estimacije parametara metodom minimizacije srednje kvadratne greške Figure 2 – Principle of the least squares method

Motor jednosmerne struje, čija je funkcija prenosa drugog reda, može se predstaviti preko dva podsistema prvog reda, kao što je prikazano na slici 3. Prvi podsistem je električni (E), iz kojeg se estimiraju električni, dok se iz drugog, tj. mehaničkog (M), estimiraju mehanički parametri (Basilio, Moreira, 2004).



Slika 3 – Motor jednosmerne struje prikazan preko dva sistema prvog reda Figure 3 – DC motor represented by two first-order systems

Ako se jednačina (1) napiše na sledeći način:

$$L_{r}\frac{d}{dt}i_{r}(t) + R_{r}i_{r}(t) = u_{r}(t) - \frac{K_{me}}{K_{tg}}V_{t}(t)$$
(5)

model u prostoru stanja za električni podsistem dobija oblik:

$$\dot{x}_e(t) = A_e x_e(t) + B_e u_e(t)$$

$$y_e(t) = x_e(t)$$
(6)

gde su:

$$x_e(t) = i_r(t), \ A_e = -R_r / L_r, \ B_e = 1 / L_r, \ u_e(t) = u_r(t) - (K_{me} / K_{tg})V_t(t)$$

Imajući u vidu da je algoritam estimacije diskretne prirode, potrebno je diskretizovati model (6). Diskretni model opisan je diferencnim jednačinama:

$$x_{e}[t_{k+1}] = E_{E}x[t_{k}] + F_{E}u_{e}[t_{k}]$$

$$y_{e}[t_{k}] = x_{e}[t_{k}]$$
(7)

gde su:

$$E_E = e^{-T(R_r/L_r)}; \quad F_E = (1/R_r)(1-E_E); \quad t_k = kT$$
(8)

dok je T – period diskretizacije.

Polazeći od jednačine (7) i parova izmerenih vrednosti $(i_r(t_i), u_e(t_i))$ $i = 0, 1, \dots, k-1$, može se formirati sledeća matrična jednakost:

$$\begin{bmatrix} i_r(t_1) \\ i_r(t_2) \\ \vdots \\ i_r(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_r(t_0) & u_e(t_0) \\ i_r(t_1) & u_e(t_1) \\ \vdots & \vdots \\ i_r(t_{k-1}) u_e(t_{k-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_E \\ F_E \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{i_r} = \mathbf{M_e} \mathbf{\theta_e}$$
(9)

Vektor estimiranih vrednosti parametra nalazi se na sledeći način:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{e} = [\mathbf{M}_{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{M}_{e}]^{-1}\mathbf{M}_{e}^{\mathrm{T}}\mathbf{i}_{r}$$
(10)

Slično se jednačina (2) može napisati u obliku:

$$J_e \frac{d}{dt} V_t(t) + F_e V_t(t) = K_{em} K_{tg} i_r(t)$$
(11)

Za mehanički podsistem model u prostoru stanja poprima sledeći oblik:

$$\dot{x}_{m}(t) = A_{m}x_{m}(t) + B_{m}u_{m}(t)$$

$$y_{m}(t) = x_{m}(t)$$
(12)

gde su: $x_m(t) = V_t(t)$, $A_m = -F / J$, $B_m = 1 / J$, $u_m(t) = K_{em} K_{tg} i_r(t)$ Prevođenjem u diskretan oblik dobijamo:

$$x_{m}[t_{k+1}] = E_{M}[t_{k}] + F_{M}u_{m}[t_{k}]$$

$$y_{m}[t_{k}] = x_{m}[t_{k}]$$
(13)

gde je:

$$E_{M} = e^{-T(F_{e}/J_{e})}; \quad F_{M} = (1/F_{e})(1-E_{M}); \quad t_{k} = kT$$
 (14)

Polazeći od jednačine (12) i parova izmerenih vrednosti $(V_t(t_i), u_m(t_i))$ i = 0, 1, ..., k - 1, može se formirati sledeća matrična jednakost:

$$\begin{bmatrix} V_t(t_1) \\ V_t(t_2) \\ \vdots \\ V_t(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_t(t_0) & u_m(t_0) \\ V_t(t_1) & u_m(t_1) \\ \vdots & \vdots \\ V_t(t_{k-1}) & u_m(t_{k-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_M \\ F_M \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{V}_t = \mathbf{M}_m \,\boldsymbol{\theta}_m$$
(15)

Opisanim postupkom estimacije, vektor estimiranih vrednosti parametara dobija se na osnovu sledeće matrične jednačine (Eykhoff, Wilsoons, 1974):

$$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{m}} = [\mathbf{M}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}} \mathbf{M}_{\mathrm{m}}]^{-1} \mathbf{M}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}} \mathbf{V}_{\mathrm{t}}$$
(16)

Na osnovu relacija (8) i (14) i estimiranih vrednosti \hat{E}_E , \hat{F}_E , \hat{E}_M , \hat{F}_M nepoznati parametri motora računaju se prema formulama:

$$R_{r} = (1 - \hat{E}_{E}) / \hat{F}_{E}$$

$$L_{r} = -R_{r}T / \ln(\hat{E}_{E})$$

$$F_{e} = (1 - \hat{E}_{M}) / \hat{F}_{M}$$

$$J_{e} = -F_{e}T / \ln(\hat{E}_{M})$$
(17)

Postupak određivanja preostala dva parametra, elektro-mehaničke i mehaničko-električne konstante, opisan je u narednom poglavlju.

Eksperimentalni rezultati

Identifikacija je realizovana kroz tri eksperimenta u laboratorijskim uslovima. Aparatura koja je korišćena prikazana je na slici 4. Objekat identifikacije je jednosmerni motor (a) sa nezavisnom pobudom, nominalne snage 0,34 kW. On je spregnut sa jednosmernim generatorom (b) koji u ovom spoju ima ulogu opterećenja. Pult (c) opremljen je odgovarajućim izvorima za napajanje i mernim instrumentima. Akvizicioni sistem sastoji se od računara (d) i kartice (e). Svi spojevi vrše se na tabli (f) gde su na pregledan način izvedeni neophodni kontakti.



Slika 4 – Aparatura korišćena u eksperimentima Figure 4 – Aparature used in experiments

Kako je u opštem slučaju jednosmerni motor nelinearna komponenta, prvo je potrebno odrediti oblast linearnog režima rada motora, što je bio cilj prvog eksperimenta.

Određivanje linearnog režima rada motora

Određivanje linearnog režima rada motora jednosmerne struje predstavlja definisanje granica napona rotora $u_r(t)$, u kojima se ugaona brzina osovine motora linearno menja. Ovaj eksperiment je veoma važan za da-



lji rad, jer sve definisane jednačine opisuju rad motora sa svojevrsnim aproksimacijama koje su dozvoljene samo u linearnom režimu rada. Naime, prilikom dobijanja modela uzeto je u obzir samo elektromagnetno polje statora, dok je elektromagnetno polje rotora zanemareno, pa je tako, prema jednačinama (3) i (4), usvojeno da je moment motora proporcijalno srazmeran struji rotora, a indukovana elektromotorna sila proporcionalno zavisna od ugaone brzine rotora. Ovakav model je dobar u okolini konkretne radne tačke, odnosno za konkretnu vrednost napona napajanja rotora.

Napajanje rotorskog namotaja vršeno je jednosmernim naponom koji je menjan u opsegu od 0 V do 170 V. Za različite vrednosti napona napajanja merena je ugaona brzina osovine motora pomoću tahogeneratora. Grafik zavisnosti ugaone brzine rotora od napona rotora, prikazan je na slici 5.



Slika 5 – Grafik zavisnosti ugaone brzine rotora od napona rotora Figure 5 – Rotor shaft angular velocity vs armature voltage

Sa slike 5 se vidi da do napona od 10 V motor ima "mrtvu" zonu, a nakon te vrednosti nastupa linearni režim rada.

Estimacija konstanti K_{em} i K_{me}

Kada se elektromehanička i mehaničko-električna konstanta motora izraze u jedinicama SI sistema (prva u Vs/rad a druga u Nm/A) one imaju istu vrednost (Gugić, 1987). To znači da je dovoljno odrediti samo jednu od njih. Zadatak drugog eksperimenta bio je određivanje mehaničko-električne konstante, koja opisuje zavisnost indukovane elektromotorne sile na krajevima rotora motora od ugaone brzine obrtanja osovine motora.

30

U ovom eksperimentu osovina motora okretana je pomoću drugog motora. Za različite vrednosti ugaone brzine ω_m , na krajevima rotorskog namotaja merena je vrednost napona. Kako u ovom slučaju motor radi u generatorskom režimu, izmerene vrednosti napona predstavljaju indukovanu elektromotornu silu. Na osnovu *n* izmerenih vrednosti formirani su sledeći vektori:

$$\mathbf{E}_{ind} = \begin{bmatrix} E_1 & E_2 & \dots & E_n \end{bmatrix}^T \qquad i \quad \mathbf{V}_t = \begin{bmatrix} V_{t1} & V_{t2} & \dots & V_{tn} \end{bmatrix}^T \qquad (18)$$

Primenom algoritma metode najmanjih kvadrata dobijamo izraz za određivanje vrednosti konstante K_{me} (Eykhoff ,Wilsoons, 1974):

$$K_{me} = K_{tg} \frac{\mathbf{V}_{t}^{\mathrm{T}} \mathbf{E}_{\mathrm{ind}}}{\mathbf{V}_{t}^{\mathrm{T}} \mathbf{V}_{t}}$$
(19)

Za konkretne vrednosti dobija se K_{me} =2.995 Vs/rad, odnosno K_{em} =2.995 Nm/A. Grafik zavisnosti indukovane elektromotorne sile od ugaone brzine osovine motora prikazan je na slici 6.





Estimacija Rr, Lr, Je, i Fe

Radi realizacije eksperimenta kojim ćemo estimirati vrednosti R_r , L_r , F_e i J_e rotorski namotaj motora jednosmerne struje napajan je ručno generisanim slučajnim signalom, prikazanim na slici 7.



Slika 7 – Signal doveden na rotorski namotaj motora Figure 7 – Applied armature voltage

Pomoću akvizicione kartice izvršeno je snimanje ulaznog napona $u_r(t)$, struje rotora $i_r(t)$ i napona tahogeneratora $V_t(t)$ sa periodom odabiranja signala T=0,01s. Na osnovu izraza (9) i (15) formirane su odgovarajuće matrice i pomoću jednačina (10) i (16) dobijene su estimirane vrednosti \hat{E}_E , \hat{F}_E , \hat{E}_M , \hat{F}_M . Uvrštavanjem estimiranih vrednosti u relacije (17) izračunate su vrednosti parametara motora:

 $R_r = 25.16 \Omega$, $L_r = 1.87 H$, $J_e = 0.0204 \text{ kgm}^2$, $F_e = 0.0204 \text{ kgm}/(\text{rad/s})$.

Verifikacija dobijenih rezultata

Radi verifikacije estimiranih parametara izrađen je model sistema u programskom paketu SIMULINK i realan signal doveden je na ulaz modela (Mathworks, 1996). Na slici 8 prikazani su odzivi električnog podsistema motora, tj. struja rotorskog namotaja realnog motora (puna zelena linija) i modela u SIMULINK-u (plava linija). Slika 9 prikazuje odzive mehaničkog podsistema motora, tj. napona tahogeneratora realnog motora (crvena linija) i modela (plava linija).

Sa slika se vidi da su odzivi modela i realnog motora veoma slični, pa se može zaključiti da primenjeni postupak identifikacije parametara daje zadovoljavajuće rezultate.







Slika 9 – Realna (crvena) i simulirana (plava) vrednost napona tahogeneratora Figure 9 – Real (red) and simulated (blue) value of the tahogenerator voltage

Zaključak

U radu je prikazan jedan postupak identifikacije parametara modela jednosmernog motora u prostoru stanja. Jednosmerni motor je u opštem slučaju sistem drugog reda. Međutim, motor se može predstaviti pomoću dva podsistema prvog reda: električnog i mehaničkog. Snimanjem odziva

oba podsistema na odgovarajuću pobudu, primenom algoritma minimizacije srednje kvadratne greške, estimirani su svi parametri modela.

Analiziran je konkretan motor srednje snage i u laboratorijskim uslovima izvršena su sva potrebna merenja. U radu su opisani svi neophodni eksperimenti koji su omogućili potpunu identifikaciju. Može se zaključiti da se opisanim postupkom identifikacije dobijaju rezultati zadovoljavajućeg kvaliteta.

Literatura

Al-Qassar, A., Mazin, Z., 2008, Experimental determination of electrical and mechanical parameters of dc motor using genetic Elman neural network, *Journal of Engineering Science and Technology* Vol. 3, pp. 190 – 196.

Astrom, K., Wittenmark, B., 1997, Computer-Controlled Systems: Theory and design, Third edition, *Tsinghua University Press*, Prentice Hall.

Basilio, J. , Moreira, M., 2004, State-Space Parameter Identification in a Second Control Laboratory.

Đurović, Ž., Kovačević B., 2006, Signali i sistemi, Akademska misao, pp. 19-22.

Eykhoff, P., Wilsoons, J., 1974, System Identification Parameter and State Estimate.

Gugić, S., 1987, Električni servositemi, Školska knjiga.

Hadef, A., Bourouina, A., 2008, Parameter identification of a DC motor via moments method, *Iranian Journal of Electrical and Computer Engineering*, Vol. 7/2

Ljung, L., 1999, System Identification: Theory for the User, *Second edition, Prentice Hall.*

Stanković, M., Manojlović, S., 2011, Primena akvizicione kartice u identifikaciji pozicionog servosistema, *Vojnotehnički glasnik/Military Technical Courier*, Vol. 59, No. 3, pp.131-145.

Stanković, M., Manojlović, S., Jovanović, Z., 2012, Acquisition system for analysis and design of electrical servo system based on USB DAQ card DT9812, *FACTA UNIVERSITATIS, Series: Automatic Control and Robotics*, Vol. 11, pp. 69–79.

Mathworks, Matlab, the Language of Technical Computing, 1996, Natick.

IDENTIFICATION OF THE PARAMETERS OF A DC MOTOR STATE SPACE MODEL

FIELD: Electrical Engineering ARTICLE TYPE: Original Scientific Paper

Summary:

A method for the identification of the DC state space model parameters based on the minimization of the error function using the least squares method is described in this paper. The algorithm is practically

applied in the laboratory environment on an industrial DC motor. The verification of the results was performed by comparing the characteristic signals of real and modeled systems. The results show that the quality of the identification is satisfactory.

Introduction

The identification of system parameters is the first step in the analysis and synthesis of control systems. Identification Quality strongly impacts on the results of all other computations. In the theory of automatic control, many methods of identification are developed. Which method will be applied depends on the characteristics of the system. In this paper, we described an identification algorithm based on the least squares method. A practical test of this algorithm of estimation is done on a DC motor.

Parameter estimation with the least squares method

A DC motor is a second-order system described with two differential equations: one which describes electrical and one which describes mechanical parts of the motor. The idea is to analyse the motor as two first-order systems. The main signals are responses of two first order sub-systems on appropriate inputs. Using a discrete state-space model of the motor and applying the least square method on the recorded signals, we get straightforward equations for the computation of all the necessary parameters: R_r , L_r , J_e , F_e , K_{me} and K_{em} (Eykhoff, Wilsoons, 1974).

Experimental results

The practical application was realized in the laboratory where a DC middle-power motor was used as a control object. It is coupled with a DC generator which serves as a load. Generation of the input signals and measure of the responses were performed with the acquisition system based on the appropriate acquisition card and the MATLAB-SI-MULINK software. The three following experiments were described:

1. Determination of the linear mode of the DC motor: determination of the interval of the armature voltage in which the rotor velocity of the rotor shaft changes linearly. This experiment is of great importance for further work because all derived equations, describing the operation of the DC motor, are valid if the motor is treated as a linear component.

2. Estimation of the value of K_{em} and K_{me} : the DC motor was in the generator mode with the coupled DC generator working in the motor mode. For different velocities of the rotor shaft, the induced voltage on the motor armature is measured. By forming the two column vectors based on the measurement values and using the least squares algorithm formula we get K_{em} . It should be noted that the coefficients K_{em} and K_{me} have the same numerical values when they are represented in appropriate SI units. 3. Estimation of the value of R_r , L_r , J_e and F_e : the armature winding is supplied with the appropriate input, and the armature current and the rotor velocity (with tahogenerator) were measured with the acquisition card. Applying the least squares estimation algorithm, we get the values of the required parameters of the DC motor.

Validation of the results

Based on the estimated parameters, the state space model and the transfer function were formed as appropriate models for the DC motor. The simulation was performed in the MATLAB-SIMULINK programme. The simulated and real signals were compared. The close agreement of these signals, as shown in Figs. 7 and 8, confirms the quality of the described algorithm.

Conclusion

The identification process is the first and very important step in the control system analysis and synthesis. In this paper, the algorithm of the identification of the state space model parameters of the DC motor is presented. The algorithm is based on the least squares method and all the necessary experiments in the laboratory conditions were described. The obtained results show good agreement between simulated and real systems.

Key words: identification, parameter estimation, state space model, DC motor.

Datum prijema članka/Paper received on: 23. 08. 2012.

Datum dostavljanja ispravki rukopisa/Manuscript corrections submitted on:

21. 10. 2012.

Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje/Paper accepted for publishing on: 23. 10. 2012.