Mr Toplica Pantić,
pukovnik, dipl. inž.
Uprava za snabdevanje SMO,
Beograd

MOGUĆNOST PRIMENE METODA TEORIJE MASOVNOG OPSLUŽIVANJA U OPSLUŽIVANJU NADZVUČNE AVIJACIJSKE ESKADRILE

UDC: 519.872.6 : 629.4.065 : 358.412

Rezime:

U radu je razmatrana mogućnost primene teorije masovnog opsluživanja u opsluživanju nadzvučne avijacijske eskadrile u rastresitom rasporedu. Istraživanje je obavljeno sa ciljem da se proveri da li istakači projektovani za punjenje gorivom lovačko-bombarderske eskadrile mogu zadovoljiti potrebe nadzvučne avijacijske eskadrile. Cilj ovoga rada je matematičko modeliranje na osnovu kojeg se može oceniti efikasnost funkcionisanja sistema masovnog opsluživanja primenjen na opsluživanje nadzvučne avijacijske eskadrile.

Ključne reči: masovno opsluživanje, nadzvučna avijacijska eskadrila, verovatnoća opsluživanja, događaj.

POSSIBILITY TO APPLY THE MASS SERVICING THEORY METHOD TO SUPERSONIC AIRCRAFT SQUADRON SERVICING

Summary:

This paper deals with a possibility to apply the mass servicing theory in the servicing of supersonic aircraft squadron in dispersed formation. The research has been conducted with the purpose of checking whether fuellers designed for refuelling a fighter-bomber aircraft squadron can satisfy the requirements of a supersonic aircraft squadron. The purpose of the paper is a mathematical modelling which can be used to estimate efficiency of mass servicing system functioning applied to supersonic aircraft squadron servicing.

Key words: mass servicing, supersonic aircfaft squadron, servicing probability, event.

Uvod

Razvoj nauke, tehnike, ekonomije, vojnih nauka i vojne tehnike u poslednjim decenijama doveo je do potrebe da se analiziraju složeni sistemi, čije je korišćenje pod uticajem složenih faktora. Specifičnost takvih sistema zahteva poseban pristup u proučavanju, pa i poseban način upravljanja njima. Takvi sistemi su npr. sistem protivvazdušne odbrane, aerodrom, sistem veza, pa i sistem održavanja i opsluživanja vazduhoplovnotehničkih materijalnih sredstava (VTMS).

Teorija masovnog opsluživanja proučava procese u kojima se, s jedne strane, razmatraju zahtevi za nekim opsluživanjem i, s druge strane, mogućnosti zadovoljenja tih zahteva. Pod rešavanjem zadataka u teoriji masovnog opsluživanja podrazumeva se određivanje funkcionalnih veza između pokazatelja efektivnosti funkcionisanja sistema opsluživanja, kao što su verovatnoća opsluživanja zahteva ili potreba za opsluživanjem, verovatnoća stajanja sredstava opsluživanja, s jedne strane, i karakteristika toka zahteva za opsluživanje, vremena njihovog opsluživanja, kao i načina organizacije opsluživanja, s druge strane [1].

Opsluživanje VTMS obuhvata [2]:

- popunu VTMS gorivom, mazivom, ostalim tečnostima i gasovima,
- podvešavanje ubojnih sredstava,
- vuču VTMS,
- uklanjanje vazduhoplova sa mesta udesa,
- čišćenje, pranje i podmazivanje VTMS.

Pod analizom sistema masovnog opsluživanja podrazumevaju se [3]:

- analiza ulaznog potoka korisnika,
- vremena čekanja korisnika u redu,
- vremena opsluživanja,
- izlazni potok korisnika.

U radu je prikazan opšti proces sistema opsluživanja sa svim mogućim karakteristikama toka zahteva, redova čekanja i opsluživanja nadzvučne avijacijske eskadrile, kao i raznim kriterijumima koji mogu da se postave za ocenu sistema opsluživanja. Proces koji se odvija u sistemu za opsluživanje je dinamički proces stohastičkog tipa. Rad bilo kog sistema za masovno opsluživanje sastoji se u ispunjavanju zahteva.

Osnovni pojmovi teorije masovnog opsluživanja

Pod *korisnikom opsluživanja* podrazumeva se svaki zahtev za opsluživanjem, koji potiče od proizvoljnog objekta, a takođe i sam objekat nezavisno od toga šta on predstavlja, jer je u analizi važno da se kod tog objekta pojavila potreba za opsluživanjem. Korisnik može biti avion koji treba da sleti ili uzleti, neprijateljev avion u zoni protivvazdušne odbrane ili VTMS na kojem treba sprovesti određene postupke održavanja.

Svako proučavanje u teoriji masovnog opsluživanja počinje proučavanjem objekta opsluživanja, odnosno proučavanjem ulaznog potoka korisnika. Korisnici stupaju na mesto opsluživanja u slučajnim momentima. Za većinu slučajeva može se pretpostaviti da su momenti nailaska pojedinih korisnika nezavisni. Korisnici koji pristupaju na opsluživanje čine *ulazni potok* korisnika. Ako ne mogu biti odmah opsluženi, korisnici obrazuju red. Takvi su redovi aviona iznad aerodroma koji čekaju da se oslobode piste za sletanje, VTMS i TMS koja čekaju da budu opslužena u vazduhoplovnotehničkoj radionici, avioni koji čekaju na popunu gorivom, vazduhom, kiseonikom, naoružanjem, i dr.

Tehnička sredstva ili osoblje koje obavlja opsluživanje naziva se *kanal opsluživanja.* On može biti pista na aerodromu, jedinica protivvazdušne odbrane, aviomehaničar u radionici i dr. Mnogobrojni proračuni, izvedeni pri rešavanju različitih zadataka teorije masovnog opsluživanja, pokazuju da se u većini slučajeva može dobiti zadovoljavajuće rešenje ako se pretpostavi da su potoci korisnika Poasonovi (Poissonovi). U procesima masovnog opsluživanja skoro uvek treba uzimati u obzir uticaj slučajnosti na čitav tok procesa opsluživanja: broj korisnika nije konstantan u jednakim vremenskim intervalima već podleže slučajnim kolebanjima, ali se isto tako i vremena opsluživanja menjaju slučajno od korisnika do korisnika. Slučajan karakter ulaznog potoka korisnika i vremena njihovog opsluživanja predstavlja osnovno obeležje procesa opsluživanja.

Jedan od najvažnijih elemenata teorije masovnog opsluživanja, koji ima veliku ulogu u analizi, postavci i rešavanju zadataka opsluživanja, jeste vreme opsluživanja. Ono predstavlja osnovnu karakteristiku rada svakog pojedinog kanala opsluživanja. Kako korisnici koji pristupaju u sistem opsluživanja nisu potpuno identični, vreme opsluživanja se menja od jednog korisnika do drugog. Na primer, specijalna zemaljska sredstva za opsluživanje letenja, koja pristupaju u radionicu radi održavanja i remonta, po pravilu imaju najrazličitije neispravnosti, a u slučaju kada su neispravnosti identične, vreme potrebno za njihovo otklanjanje može da bude različito ako su vozila različita. Drugi faktor, zbog koga se menja vreme opsluživanja, jeste radna karakteristika kanala opsluživanja. Očigledno, ako opsluživanje izvodi čovek, to će vreme opsluživanja identičnih kanala biti različito, ne samo kada ih opslužuju različiti ljudi, nego i jedan isti čovek, što se može objasniti i sledećim relevantnim faktorima [4]:

– ličnim faktorima – koji predstavljaju uticaj veštine, motivacije, iskustva, fizičke sposobnosti, vida, samodiscipline, obučenosti, odgovornosti i drugih sličnih karakteristika vazduhoplovnog tehničkog sastava određenog za opsluživanje,

– faktorima okoline – koji predstavljaju uticaj temperature, vlažnosti, buke, osvetljenja, vibracija, doba dana, doba godine, vetra i slično, koji utiču na ljudstvo vazduhoplovne tehničke jedinice.

Zbog svega toga, u većini slučajeva vreme opsluživanja je slučajna promenljiva. Ako se sa T označi vreme opsluživanja, onda je njegova potpuna karakteristika funkcija raspodele:

$$F(t) = P(T < t),\ t \geq 0 \tag{1}$$

Kakav konkretan oblik ima funkcija raspodele $F(t)$ ne može se unapred tvrditi bez detaljnog proučavanja funkcionisanja kanala opsluživanja. U teoretskim razmatranjima, a i mnogim praktičnim, veliki značaj ima slučaj kada vreme opsluživanja ima eksponencijalnu raspodelu, definisanu funkcijom i gustinom raspodele oblika:

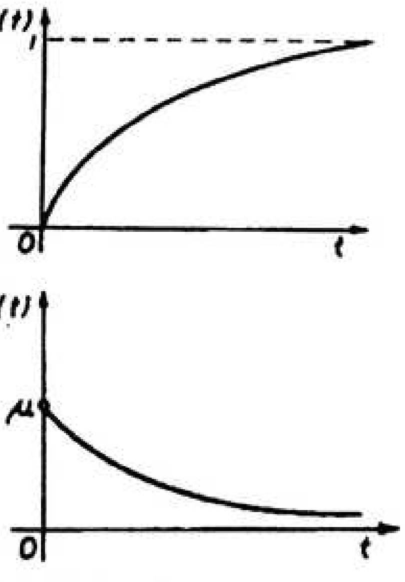
$$F(t) = 1 - e^{-\mu t},\ f(t) = F'(t) = \\ = \mu e^{-\mu t},\ t \geq 0 \tag{2}$$

Parametar μ ima jednostavan fizički smisao: recipročna vrednost veličine jednaka je srednjem vremenu opsluživanja (matematičkom očekivanju vremena opsluživanja):

$$M(T) = \int_0^\infty t\,dF(t) = \int_0^\infty t f(t)\,dt = \frac{1}{\mu} \tag{3}$$

Iz grafika funkcije raspodele i gustine eksponencijalne raspodele (slika 1) vidi se da eksponencijalna raspodela dobro opisuje slučajeve kada se najveći broj korisnika opslužuje vrlo brzo, dok je manji broj korisnika koje treba duže opsluživati.

Kako propusna moć, i druge karakteristike procesa opsluživanja, relativno malo zavisi od oblika zakonitosti raspo-



Sl. 1 – Grafici funkcije raspodele i gustine eksponencijalne raspodele

dele vremena opsluživanja, a uglavnom zavisi od njegove srednje vrednosti, u teoriji masovnog opsluživanja, češće nego u drugim, koristi se eksponencijalna raspodela verovatnoća vremena opsluživanja. S matematičke tačke gledišta modeli sistema opsluživanja sa eksponencijalnom raspodelom verovatnoće vremena opsluživanja su najjednostavniji.

U zavisnosti od broja kanala opsluživanja, sistemi masovnog opsluživanja mogu biti jednokanalni ili višekanalni, kao što je prikazano na slici 2 [5].

Među osnovne tipove sistema masovnog opsluživanja spadaju:

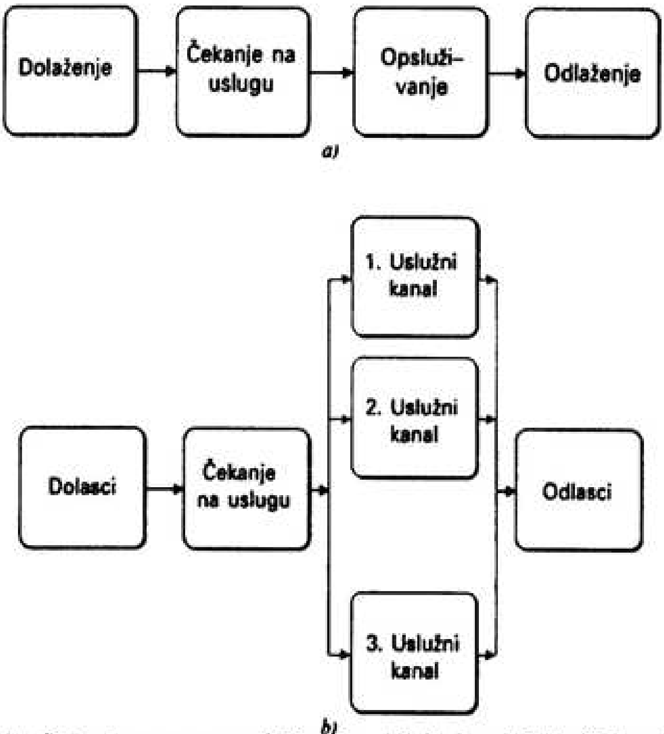
– sistemi sa čekanjem korisnika u redu,

– sistemi sa otkazivanjem korisnika od opsluživanja.

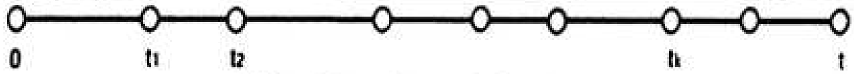
Sistemi sa čekanjem sastoje se od čekaonice, a u određenom primeru to su armirano-betonska skloništa (ABS), gde se formira red, i kanala opsluživanja. Ako su svi kanali opsluživanja zauzeti, korisnik staje u red i čeka na opsluživanje, dok se jedan od kanala ne oslobodi. Na osnovu srednje dužine reda korisnika i srednjeg vremena čekanja korisnika može se, pri projektovanju sistema opsluživanja, predvideti optimalan broj kanala opsluživanja i dimenzije čekaonice. Kod sistema sa čekanjem mogu se pojaviti ograničenja kao što su: konačan broj mesta u redu i ograničeno vreme provedeno u čekanju (nestrpljivi korisnici). Ako korisnici napuštaju sistem opsluživanja, kada zateknu sve kanale zauzete, takav sistem opsluživanja naziva se sistemom sa otkazima, što nije slučaj u vazduhoplovstvu.

Pojam korisnika može se identifikovati sa događajem koji se realizuje na ulazu u sistem opsluživanja. Tako se može govoriti o *ulaznom potoku događaja.* Potok događaja je takav niz događaja koji proizilaze jedan za drugim u momentima vremena slučajno raspoređenim u posmatranom vremenskom intervalu. Potoci događanja mogu biti *jednorodni* (homogeni) i *nejednorodni* (nehomogeni). U jednorodnom potoku događaji se razlikuju samo po momentima pojavljivanja, pa se zbog toga jednorodni potok događaja može grafički prikazati kao niz tačaka t_1, t_2, ..., na brojnoj osi, gde ove tačke odgovaraju momentima pojavljivanja događaja (slika 3).

Potoci događaja se razlikuju po svojoj unutrašnjoj strukturi. Najprostiji potok, sa aspekta njegovog formiranja, jeste *regularni* potok, gde događaji slede jedan za drugim, pojavljujući se u nizu strogo određenih intervala vremena. Strogo regularni potoci u prirodi ne postoje, jer momenti pojavljivanja događaja uvek sadrže elemente slučajnosti.



Sl. 2 – Sistemi masovnog opsluživanja: a) jednokanalni, b) višekanalni



Sl. 3 – Jednorodni potok događaja

Potok događaja naziva se *ordinarnim*, ako je verovatnoća da se na elementarni interval vremena Δt pojave dva ili više događaja, zanemarljivo mala, u poređenju sa verovatnoćom da se na tom intervalu pojavi jedan događaj, tj.:

$$P_1(\Delta t) \geq P_{k>1}(\Delta t) \tag{4}$$

Kako je za proizvoljan interval vremena Δt ispunjen uslov:

$$P_0(\Delta t) + P_1(\Delta t) + P_{k>1}(\Delta t) = 1 \tag{5}$$

to je za ordinirani potok:

$$P_0(\Delta t) + P_1(\Delta t) \approx 1 \text{, jer je}$$
$$P_{k>1}(\Delta t) = 0 \cdot (\Delta t), \tag{6}$$

gde je $0 \cdot (\Delta t)$ beskonačno mala veličina višeg reda od Δt, tj.

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{0 \cdot (\Delta t)}{\Delta t} = 0 \tag{7}$$

Uslov ordinarnosti označava da korisnici pristupaju u sistem opsluživanja pojedinačno. Istovremena pojava dva korisnika u jednom momentu skoro je nemoguća. U praksi se često sreću procesi koji u vremenu protiču približno homogeno, tj. koji pokazuju slučajna kolebanja oko srednje vrednosti, ali ne pokazuju tendenciju bitnih izmena u toku vremena. To su *stacionarni* potoci korisnika, kod kojih verovatnoća ovog ili onog broja korisnika na intervalu vremena Δt zavisi samo od dužine tog intervala, a ne od toga gde je na vremenskoj osi uzet taj interval. Kod stacionarnih potoka se kao početak posmatranog intervala može izabrati proizvoljan moment vremena. To znači da je za proizvoljno t, kod stacionarnih potoka, ispunjeno:

$$P_k(t,t+\tau) = P_k(\tau),\ k = 0, 1, 2 \ldots\ldots \tag{8}$$

Srednji broj korisnika koji se pojavljuje na intervalu Δt u jedinici vremena je:

$$\frac{P_1(t,t+\Delta t)}{\Delta t} \tag{9}$$

Granica ovog količnika, kad $\Delta t \rightarrow 0$ (ako postoji) naziva se *intenzitet* (gustina) ordiniranog potoka:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_1(t,t+\Delta t)}{\Delta t} = \lambda(t) \tag{10}$$

Intenzitet je nenegativna funkcija vremena. Kod stacionarnog potoka intenzitet ne zavisi od vremena, već je konstantna veličina jednaka srednjem broju klijenata koji se pojavljuju u jedinici vremena, tj.

$$\lambda(t) = \lambda = const. \tag{11}$$

Među potocima događaja poseban značaj ima Poasonov potok događaja, koji u poređenju sa drugim potocima poseduje osobine pogodne za efikasno rešavanje praktičnih zadataka teorije masovnog opsluživanja. Poasonov potok događaja poseduje osobine ordinarnosti i odsustva posledica [1].

Osobina ordinarnosti već je ranije razmatrana. Odsustvo posledica znači da potok događaja poseduje ovu osobinu ako broj događaja H_1 koji se pojavljuje na intervalu vremena t_1 ne zavisi od broja događaja H_2 koji se pojavljuje na intervalu t_2, kada se intervali t_1 i t_2 ne poklapaju. Drugim rečima, slučajne veličine H_1 i H_2 su međusobno nezavisne.

$$P(X_2 = m_2/X_1 = m_1) = P(X_2 = m_2),$$
$$m_1 = 0, 1, 2 \ldots\ldots, m_2 = 0, 1, 2 \ldots. \tag{12}$$

Iz teorije verovatnoće poznato je da kod Poasonovog potoka broj događaja H, koji se realizuje na proizvoljnom intervalu vremena $(t,t+\tau)$, ima Poasonovu raspodelu:

$$P_{t,\tau}(X = M) = \frac{\left[a(t,\tau)\right]^m}{m!} e^{-a(t,\tau)} \tag{13}$$

gde je $a\ (t,\ \tau)$ srednji broj događaja za vreme τ. Srednji broj događaja koji se pojavljuje u jedinici vremena kod ordinarnog potoka događaja jednak je intenzitetu potoka $\lambda(t)$. Sledi da će srednji broj događaja koji se pojavljuje na intervalu $(t,t+\tau)$ biti:

$$a(t,\tau) = \int_t^{t+\tau} \lambda(t)dt \tag{14}$$

Poasonov potok događaja poseduje i stabilnost, koja se sastoji u tome da se pri sabiranju nezavisnih Poasonovih potoka ponovo dobija Poasonov potok, pri čemu se intenziteti potoka sabiraju. Mnogi potoci događaja, koji se pojavljuju u praksi i figurišu u zadacima masovnog opsluživanja, mogu se približno smatrati Poasonovim. Tako, na primer, potok aviona koji sleću na aerodrom je blizak Poasonovom potoku, a identičan zaključak vredi i za potok vozila koja pristupaju u vazduhoplovnotehničku radionicu ili potok aviona na stajanci za opsluživanje, kao i potok u ABS-ovima za opsluživanje.

Stacioniran Poasonov potok događaja, tj. potok događaja koji poseduje osobine [1]: ordinarnosti, odsustva posledica i stacionarnosti naziva se prost potok događaja.

Prost potok ima poseban značaj u teoriji masovnog opsluživanja, zato što su u praksi ulazni potoci korisnika često prosti, ali i zato što se pri zameni potoka proizvoljne strukture prostim potokom dobijaju zadovoljavajući rezultati. Zbog uslova stacionarnosti, srednji broj događaja koji se pojavljuje na intervalu $(t, t + \tau)$ ne zavisi od t, već samo od dužine intervala τ, i izračunava se po formuli:

$$a(t,\tau) = a(\tau) = \int_{t}^{t+\tau} \lambda dt = \lambda\tau \tag{15}$$

Verovatnoća da se na proizvoljno izabranom intervalu vremena dužine τ pojavi m događaja glasi:

$$P_{\tau}(X = m) = \frac{(\lambda\tau)^{m}}{m!} e^{-\lambda\tau} \tag{16}$$

Jedna od osnovnih karakteristika prostog potoka je zakonitost raspodele intervala vremena T između momenata susednih pojavljivanja događaja. Zato je interesantno izraziti funkciju raspodele $F(t)$ slučajne promenljive T:

$$F(t) = P(T < t) \tag{17}$$

Da bi se odredila ova verovatnoća, uočimo najpre verovatnoću suprotnog događaja:

$$1 - F(t) = P(T \geq t) \tag{18}$$

Verovatnoća $P(T \geq t)$ računa se prema formuli:

$$P(T \geq t) = e^{-\lambda t} \tag{19}$$

odakle je:

$$-F(t) = e^{-\lambda t} \tag{20}$$

odnosno

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \tag{21}$$

Diferenciranjem se dobija gustina raspodele slučajne promenljive T:

$$f(t) = F'(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \ t > 0 \tag{22}$$

Gustina raspodele (22) definiše eksponencijalnu raspodelu slučajne promenljive T. Na taj način, u prostom potoku gustine λ, interval vremena između dva proizvoljna susedna događaja ima eksponencijalnu raspodelu sa parametrom λ.

Primer primene metoda masovnog opsluživanja u avijacijskoj eskadrili

Lovačno-bombarderska avijacijska eskadrila ima tri uslužna mesta (istakača goriva za popunu vazduhoplova) u rastresitom rasporedu, tj. u ABS-ovima. Po-red tri vazduhoplova koja se opslužuju, ima još tri mesta za čekanje. Za popunu gorivom lovačko-bombarderske avijacijske eskadrile, istakači zadovoljavaju zadate potrebe. Potrebno je izvršiti istraživanje sa ciljem da se proveri da li istakači projektovani za popunu gorivom lovačko-bombarderske eskadrile mogu zadovoljiti potrebe nadzvučne avijacijske eskadrile.

Statistička snimanja nadzvučne avijacijske eskadrile pokazala su da se prosečno popunjava 14 vazduhoplova na sat, a da prosečna usluga traje 10,5 minuta po vazduhoplovu [6]. Odmah se uočava da se radi o višekanalnom sistemu masovnog opsluživanja sa ograničenim brojem mesta u redu čekanja.

Polazni podaci su sledeći:

$\lambda = 14$ vazduhoplova na sat – brzina dolaženja vazduhoplova,

$\mu = \dfrac{60}{10,5} = 5,7$ vazduhoplova na sat – brzina opsluživanja po kanalu,

$k = 3$ uslužna mesta – broj kanala u sistemu,

$m = 3$ mesta – maksimalni broj aviona u redu čekanja.

Na osnovu polaznih podataka određuju se pokazatelji sistema masovnog opsluživanja:

$\rho = \dfrac{\lambda}{\mu} = \dfrac{14}{5,7} = 2,45$ – faktor opsluživanja po kanalu,

$\rho^* = \dfrac{\rho}{k} = \dfrac{2,45}{3} = 0,8$ – faktor opsluživanja sistema.

Pošto je $\rho^* < 1$ treba očekivati ustaljeni režim rada, pri kome će konačan broj potrošača čekati na uslugu. Pri određivanju verovatnoća stanja u kojima se sistem može uočiti u ustaljenom režimu rada treba voditi računa da je najveći broj vazduhoplova koji se mogu naći u sistemu $T_{mah} = k + m$.

Kako zbir verovatnoća svih mogućih stanja sistema mora biti jednak jedinici, to je:

$$\sum_{n=0}^{k+m} p_n = p_0\left(\sum_{n=0}^{k}\frac{\rho^n}{n!} + \frac{1}{k!}\sum_{n=k+1}^{k+m}\frac{\rho^n}{k^{n-k}}\right) = 1, \quad (23)$$

što daje $p_0 = \left(\sum_{n=0}^{k}\frac{\rho^n}{n!} + \frac{1}{k!}\sum_{n=k+1}^{k+m}\frac{\rho^n}{k^{n-k}}\right)^{-1} =$

$$= \left(\sum_{n=0}^{k}\frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^k}{k!}\sum_{j=0}^{m}\rho^{*j}\right)^{-1} =$$

$$\left(\sum_{n=0}^{k}\frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^k}{k!}\rho^*\frac{1-\rho^{*m}}{1-\rho^*}\right) \quad (24)$$

Zamenom ρ, n i k u jednačini (24) dobija se:

$$p_0 = \left(\frac{\rho^0}{0!} + \frac{\rho^1}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \frac{\rho^3}{3!} + \frac{\rho^3}{3!}\rho^*\frac{1-\rho^{*3}}{1-\rho^*}\right)^{-1} = = 0,073 \quad (25)$$

$$p_1 = \rho \cdot p_0 = 0,178$$
$$p_2 = \frac{\rho}{2}\cdot p_1 = 0,22$$
$$p_3 = \frac{\rho}{3}\cdot p_2 = 0,178 \quad (26)$$
$$p_4 = \rho^* \cdot p_3 = 0,142$$
$$p_5 = \rho^* \cdot p_4 = 0,13$$
$$p_6 = \rho^* \cdot p_5 = 0,091$$

Na osnovu jednačine (23) dobija se:

$$\sum_{n=0}^{6} p_n = p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 = 1{,}0 \quad (27)$$

Vazduhoplov neće biti opslužen, ako u sistemu bude $k + m = 6$ vazduhoplova, pa je:

$$p_{otk} = p_{k+m} = p_6 = \frac{\rho^{k+m}}{k^m \cdot k!} \cdot p_0 = 0{,}091 \quad (28)$$

To znači da samo 9,11% vazduhoplova neće biti opsluženo.

Verovatnoća opsluživanja, odnosno relativna propusna sposobnost sistema, iznosi:

$$r = p_{usl} = 1 - p_{otk} = 1 - \frac{\rho^{k+m}}{k^m \cdot k!} \cdot p_0 = \quad (29)$$
$$= 1 - 0{,}091 = 0{,}909$$

Od ukupnog broja prispelih vazduhoplova biće opsluženo 90,9%.

Apsolutna propusna sposobnost sistema je:

$$R = \lambda \cdot r = \lambda \left(1 - \frac{\rho^{k+m}}{k^m \cdot k!} \cdot p_0 \right) = 14 \cdot 0{,}909 =$$
$$= 12{,}723 \text{ vazduhoplova na sat} \quad (30)$$

Nominalna apsolutna propusna sposobnost sistema, tj. kada dolasci ne bi bili stohastični i kada bi se svaki vazduhoplov opsluživao $\frac{1}{\mu}$ sati, bila bi:

$$R_{n0m} = k \cdot \mu = 3 \cdot 5{,}7 =$$
$$= 17{,}1 \text{ vazduhoplova na sat} \quad (31)$$

Srednji broj vazduhoplova u redu čekanja moguće je odrediti kao očekivanu vrednost diskretne stohastičke veličine, pri čemu se sumira broj vazduhoplova umnožen verovatnoćom uvrštavanja u red čekanja, pa se dobija:

$$Q = p_{k+1} + 2 \cdot p_{k+2} + \ldots\ldots + m p_{k+m} =$$
$$= 1 \cdot \frac{\rho^k}{k!} \rho^* \cdot p_0 + 2 \cdot \frac{\rho^k}{k!} \rho^{*2} \cdot p_0 + \ldots\ldots + m \frac{\rho^k}{k!} \rho^{*m} \cdot p_0 =$$
$$= \sum_{n=k+1}^{k+m} (n-k) \frac{\rho^k}{k!} \rho^{*n-k} \cdot p_0 = \frac{\rho^k}{k!} p_0 \sum_{j=1}^{m} j \rho^{*j} =$$
$$= \frac{\rho^k}{k!} p_0 \cdot \rho^* \sum_{j=1}^{m} j \rho^{*j-1} = \frac{\rho^k}{k!} p_0 \cdot \rho^* \frac{\partial}{\partial \rho^*} \sum_{j=1}^{m} \rho^{*j} =$$
$$= \frac{\rho^k}{k!} p_0 \cdot \rho^* \frac{\partial}{\partial \rho^*} \cdot \frac{\rho^* - \rho^{*m+1}}{1 - \rho^*} = \quad (32)$$
$$= \frac{\rho^k}{k!} p_0 \cdot \rho^* \cdot \frac{1 - (m+1)\rho^{*m} + m \rho^{*m+1}}{(m - \rho^*)^2}$$

Zamenom ρ, p_0, ρ^*, k i m u jednačinu (32) dobija se srednji broj vazduhoplova u redu čekanja $Q = 0{,}647$. Srednji broj vazduhoplova na opsluživanju je:

$$S = 1 \cdot p_1 + 2 \cdot p_2 + 3 \cdot (1 - p_0 - p_1 - p_2) =$$
$$= 1 \cdot 0{,}178 + 2 \cdot 0{,}22 + 3 \cdot$$
$$\cdot (1 - 0{,}073 - 0{,}178 - 0{,}22) = 2{,}2$$

Kako svaki kanal opslužuje vazduhoplov brzinom μ, za srednji broj vazduhoplova na opsluživanju, ili srednji broj zauzetih kanala, može se napisati:

$$\zeta = \frac{R}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu} \left(1 - \frac{\rho^{k+m}}{k^m \cdot k!} \cdot p_0 \right) \quad (33)$$

Zamenom λ, μ, ρ, p_0, k i m u jednačini (33) dobija se da je srednji broj vazduhoplova na opsluživanju ς=2,216.

Srednji broj vazduhoplova u sistemu jednak je zbiru srednjeg broja vazduhoplova u redu čekanja i srednjeg broja vazduhoplova na opsluživanju:

$$T = Q + s = 0{,}647 + 2{,}2 = 2{,}847$$

Ako se ova veličina želi odrediti na osnovu polaznih podataka, upotrebljava se izraz:

$$T=\sum_{n=0}^{k+m} n\cdot p_n=\sum_{n=0}^{k} n\cdot\frac{\rho^n}{n!}+\sum_{n=k+1}^{k+m}\frac{\rho^k}{k!}\rho^{*n-k}\cdot p_0=$$

$$=p_0\sum_{n=0}^{k} n\frac{\rho^n}{n!}+p_0\cdot\frac{\rho^k}{k!}\sum_{j=1}^{m}(k+j)\cdot\rho^{*j}=$$

$$=p_0=\sum_{n=0}^{k} n\cdot\frac{\rho^n}{n!}+p_0\frac{\rho^k}{k!}\left(k\cdot\sum_{j=1}^{m}\rho^{*j}+\sum_{j=1}^{m}j\cdot\rho^{*j}\right)=$$

$$=p_0\sum_{n=0}^{k} n\cdot\frac{\rho^n}{n!}+p_0\frac{\rho^k}{k!} \tag{34}$$

$$\left(k\cdot\frac{\rho^*-\rho^{*m+1}}{1-\rho^*}+\rho^*\cdot\frac{1-(m+1)\rho^{*m}+m\rho^{*m+1}}{\left(1-\rho^*\right)^2}\right)$$

Zamenom polaznih parametara u jednačini (34) dobija se srednji broj vazduhoplova u sistemu T=2,85.

Srednje vreme čekanja vazduhoplova u redu određuje se na osnovu sledećeg: vazduhoplov staje u red ako su svi kanali zauzeti i čeka prosečno $\frac{1}{k\mu}$ vremena. Ako se ispred vazduhoplova već nalazi jedan vazduhoplov u redu čekanja, prosečno će čekati $\frac{2}{k\mu}$ vremena, itd. Svaki vazduhoplov u redu prosečno čeka $\frac{1}{k\mu}$ vremena. Zbog toga je:

$$W^*=\frac{1}{k\mu}p_k+\frac{2}{k\mu}p_{k+1}+\ldots\ldots+\frac{m}{k\mu}p_{k+m-1}=$$

$$=\sum_{j=0}^{m-1}\frac{j+1}{k\mu}p_{k+1}$$

$$W^*=\sum_{j=0}^{m-1}\frac{j+1}{k\mu}\frac{\rho^k}{k!}\rho^{*j}\cdot p_0=$$

$$=\frac{p_0}{k\mu}\cdot\frac{\rho^k}{k!}\sum_{j=0}^{m-1}(j+1)\rho^{*j}=\frac{p_0}{k\mu}\cdot\frac{\rho^k}{k!}\frac{\partial}{\partial\rho^*}\sum_{j=1}^{m}\rho^{*j}=$$

$$=\frac{p_0}{k\mu}\cdot\frac{\rho^k}{k!}\cdot\frac{1-(m+1)\rho^{*m}+m\rho^{*m+1}}{\left(1-\rho^*\right)^2} \tag{35}$$

Zamenom parametara u jednačini (35) dobija se W^*=2,13 minuta.

Vreme opsluživanja iznosi u proseku $\frac{1}{\mu}$ ako se vazduhoplov opslužuje, odnosno 0 ako vazduhoplov dobija otkaz, pa srednje vreme opsluživanja po vazduhoplovu iznosi:

$$W^{**}=0\cdot p_{otk}+\frac{1}{\mu}\cdot p_{usl}=$$

$$=\frac{1}{\mu}\left(1-\frac{\rho^{k+m}}{k^m\cdot k!}\cdot p_0\right)=10{,}48\text{ minuta}$$

Srednje vreme zadržavanja vazduhoplova u sistemu iznosi:

W = W* + W** = 13,1 minut

Procenat zauzetosti linija, odnosno procenat iskorišćenosti radnog vremena iznosi:

$$\frac{S}{K} = 0,73707 = 73,707\%$$

Zaključak

U radu je prikazan matematički model za izračunavanje različitih karakteristika sistema opsluživanja pomoću kojih se može vršiti analiza efikasnosti opsluživanja i operativne gotovosti lovačke avijacijske eskadrile.

Kako je u navedenom primeru dobijeno da je verovatnoća opsluživanja 90,9%, propusna sposobnost kanala opsluživanja 17,1 vazduhoplova na sat, prosečno vreme čekanja u redu 2,13 minuta po vazduhoplovu, a iskorišćenost radnog vremena vazduhoplovno-tehničkog osoblja 73,7%, projektovani sistem masovnog opsluživanja za lovačko-bombardersku eskadrilu pružiće zadovoljavajuću uslugu nadzvučnoj avijacijskoj eskadrili, uz zadržavanje potrebnog nivoa operativne gotovosti.

Na osnovu srednje dužine reda aviona koji čekaju, i srednjeg vremena čekanja aviona u redu, pri projektovanju sistema opsluživanja, može se predvideti optimalan broj kanala opsluživanja.

Smanjenje redova aviona najčešće je povezano sa povećanjem broja kanala, tj. sa povećanjem propusne moći sistema opsluživanja, pa se postavlja zadatak određivanja optimalnog odnosa operativne gotovosti, koja je povezana sa čekanjem u redovima, i troškova uvođenja novih kanala opsluživanja.

Korišćenje metoda teorije masovnog opsluživanja omogućava da se uoče parametri sredstava opsluživanja koji su potrebni za projektovanje, i da se unapred ustanovi kakvi se rezultati mogu postići pri radu novokonstruisanog sredstva opsluživanja.

Literatura:

[1] Stojiljković, M.; Vukadinović, S.: Operaciona istraživanja, VIZ, Beograd, 1984.

[2] Pravilo vazduhoplovno tehničke službe Oružanih snaga, SSNO, GŠ JNA – VTU, Beograd, 1986.

[3] Petrić, J.; Petrić, Z.: Operaciona istraživanja u vojsci, VIZ, Beograd, 1974.

[4] Knežević, J.: System Maintabiliti, Chapman & Hall, 2–6 Boundary Row London SE1 8HN, UK.

[5] Petrić, J.; Šarenac, L.; Kojić, Z.: Operaciona istraživanja PFV, Beograd, 1980.

[6] 01.VTUP.000/27.1 Norma vremena za opsluživanje i održavanje vazduhoplova, VTU, Beograd, 1990.