

Mr Dragan T. Stanković,  
pukovnik, dipl. inž.  
Tehnički opitni centar KoV,  
Beograd

## SIMULACIJA PRELAZNIH POJAVA ASINHRONOG MOTORA NA PERSONALNOM RAČUNARU\*

UDC: 621.313.333 : 519.876.5

### Rezime:

*U radu je predstavljena simulaciona blok-šema asinhronog motora, dobijena uz pomoć jednačina prostora stanja, namenjena za analizu prelaznih pojava raznih režima rada asinhronog motora. Analiziran je primer simulacije zaletanja neopterećenog asinhronog motora.*

*Ključne reči: asinhroni motor, prelazne pojave, zaletanje, simulacija.*

### SIMULATION OF TRANSIENT BEHAVIOR OF AN INDUCTION MOTOR USING PERSONAL COMPUTER

#### Summary:

*The simulation block diagram, obtained by using the state-space model of an induction motor, is presented in this paper. The simulation block diagram is intended for transient behaviour investigation of an induction motor. The transient behavior of an unloaded induction motor during simulated run-up is analysed.*

*Key words: induction motor, transient behavior, run-up, simulation.*

### Uvod

Ponašanje asinhronog motora (AM), kao dinamičkog sistema, može se opisati sistemom nelinearnih diferencijalnih jednačina koje nije moguće matematički egzaktno rešiti. Ove jednačine mogu se rešiti korišćenjem metoda numeričke integracije primenom nekog od poznatih aplikacionih programa za simulaciju dinamičkih sistema na personalnom računaru [1].

U radu je uz pomoć jednačina prostora stanja AM obrazovana simulaciona blok šema AM, a zatim je prikazana njena primena pri analizi prelazne pojave zale-

tanja neopterećenog AM. Pri tome, primenjen je program za simulaciju koji koristi integrator Runge-Kuta 4-tog i 5-tog reda.

### Matematički model asinhronog motora

Za opis dinamičkog ponašanja AM koristiće se opšte jednačine AM u algebarskom BTs modelu [2]. Pri tome, referentni koordinatni sistem, u odnosu na koji će se posmatrati sve pojave, izjednačen je sa sinhronim osama, odnosno sa koordinatnim sistemom obrtnog polja izvora napajanja sa učestanošću  $f_s = \omega_s / 2\pi$ . Osim toga, izvršena je i transformacija nivoa veličina: sve veličine su svedene na stator (Ts transformacija).

\* Rad je saopšten na stručnom skupu TOC KoV „Ispitivanje kvaliteta sredstava NVO“, 18. novembra 2003. u Beogradu.

Jednačine koje opisuju pojave u AM u realnoj B transformaciji imaju sledeći oblik:

$$u_{sd} = R_s \cdot i_{sd} + \frac{d\Psi_{sd}}{dt} - \omega_k \cdot \Psi_{sq} \quad (1)$$

$$u_{sq} = R_s \cdot i_{sq} + \frac{d\Psi_{sq}}{dt} + \omega_k \cdot \Psi_{sd} \quad (2)$$

$$u_{rd} = R_r \cdot i_{rd} + \frac{d\Psi_{rd}}{dt} - (\omega_k - \omega) \cdot \Psi_{rq} \quad (3)$$

$$u_{rq} = R_r \cdot i_{rq} + \frac{d\Psi_{rq}}{dt} + (\omega_k - \omega) \cdot \Psi_{rd} \quad (4)$$

$$\Psi_{sd} = L_s \cdot i_{sd} + L_{sr} \cdot i_{rd} \quad (5)$$

$$\Psi_{sq} = L_s \cdot i_{sq} + L_{sr} \cdot i_{rq} \quad (6)$$

$$\Psi_{rd} = L_r \cdot i_{rd} + L_{sr} \cdot i_{sd} \quad (7)$$

$$\Psi_{rq} = L_r \cdot i_{rq} + L_{sr} \cdot i_{sq} \quad (8)$$

$$m_m = J \frac{d\omega}{dt} + K \cdot \omega - P \cdot m \quad (9)$$

$$m = \frac{k}{\sigma \cdot L_s} (\Psi_{sq} \cdot \Psi_{rd} - \Psi_{sd} \cdot \Psi_{rq}), \quad (10)$$

gde su:

$\Psi_{sd}, \Psi_{sq}, \Psi_{rd}, \Psi_{rq}$  – magnetni fluksevi statora i rotora po podužnoj ( $d$ ) i poprečnoj osi ( $q$ ),

$u_{sd}, u_{sq}, u_{rd}, u_{rq}$  – naponi statorskog i rotorskog namotaja po podužnoj i poprečnoj osi,

$i_{sd}, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq}$  – struje statorskog i rotorskog namotaja po podužnoj i poprečnoj osi,

$R_s, R_r$  – otpornosti statorskog i rotorskog namotaja,

$L_s, L_r, L_{sr}$  – samoinduktivnosti statorskog i rotorskog namotaja i međuinduktivnost između ovih namotaja,

$k = L_{sr} / \sqrt{L_s \cdot L_r}$  – koeficijent sprege između statorskog i rotorskog namotaja,

$\sigma = 1 - k^2$  – koeficijent ukupnog rasipanja između statora i rotora,

$m, m_m$  – moment konverzije (po paru polova) i mehanički (otporni) moment AM,  $J, K, P$  – moment inercije po paru polova, koeficijent trenja po paru polova i broj pari polova,

$\omega_k, \omega$  – relativne uglovne brzine statora u odnosu na obrtno polje izvora napajanja, i rotora u odnosu na stator, respektivno.

Za obrazovanje modela AM koristiće se jednačine prostora stanja, sa magnetnim fluksovima ( $\Psi_s, \Psi_r$ ) kao promenljivih stanja:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bz \quad (11)$$

$$y = Cx \quad (12)$$

gde su:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\rho_s}{\sigma} & k \frac{\rho_r}{\sigma} & \omega_s & 0 & 0 \\ k \frac{\rho_r}{\sigma} & -\frac{\rho_r}{\sigma} & 0 & \omega_k - \omega & 0 \\ \omega_s & 0 & -\frac{\rho_s}{\sigma} & k \frac{\rho_r}{\sigma} & 0 \\ 0 & \omega - \omega_k & k \frac{\rho_r}{\sigma} & -\frac{\rho_r}{\sigma} & 0 \\ -\frac{k \cdot P}{J \cdot \sigma \cdot L_s} \Psi_{rq} & \frac{k \cdot P}{J \cdot \sigma \cdot L_s} \Psi_{sq} & 0 & 0 & -\frac{K}{J} \end{bmatrix}$$

matrica sistema,

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix} \quad \text{matrica ulaza,}$$

$$C = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma \cdot L_s} & \frac{-k}{\sigma \cdot L_s} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{\sigma \cdot L_s} & \frac{1}{\sigma \cdot L_s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sigma \cdot L_s} & \frac{-k}{\sigma \cdot L_s} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k}{\sigma \cdot L_s} & \frac{1}{\sigma \cdot L_s} & 0 \\ \frac{-k}{\sigma \cdot L_s} \Psi_{rq} & \frac{k}{\sigma \cdot L_s} \Psi_{sq} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matrica izlaza,

$x = [\Psi_{sd} \ \Psi_{rd} \ \Psi_{sq} \ \Psi_{rq} \ \omega]^T$  vektor stanja,

$z = [u_{sd} \ u_{rd} \ u_{sq} \ u_{rq} \ m_m]^T$  vektor ulaza,

$y = [i_{sd} \ i_{rd} \ i_{sq} \ i_{rq} \ m \ \omega]^T$  vektor izlaza,

$\rho_s = R_s/L_s, \rho_r = R_r/L_r$  – faktori prigušenja statora i rotora.

Na slici 1 predstavljena je blok šema za simulaciju AM, dobijena transformacijom jednačina prostora stanja ((11), (12)).

Blok-šema je sačinjena od četiri funkcionalna elementa: od integratora (INT), množitelja konstantom (MK), množitelja promenljivih (MP) i izvora signala (IZV).

U svakom pravougaoniku na blok-šemi, koji označavaju navedene funkcionalne elemente, uneti su i karakteristični parametri funkcije, kao što su:

- početni uslovi (kod integratora),
- konstanta množenja (kod množitelja konstantom),
- veličine ulaznih promenljivih (kod izvora signala).

U toku simulacije moguće je menjati pojedine parametre i posmatrati njihov uticaj na izlazne veličine. Izlazne veličine se u korišćenom računarskom programu dobijaju na monitoru računara grafički ili numerički u funkciji vremena.

### Zaletanje neopterećenog asinhronog motora

Primena simulacione blok šeme AM sa slike 1 prezentirana je na primeru analize dinamičkog ponašanja pri zaletanju trofaznog AM sa kratko spojenim rotorom [3].

Karakteristike AM su sledeće: nazivni napon  $U_n=220$  V, nazivna struja

$I_n=2,1$  A, nazivna učestanost  $f_n=50$  Hz, nazivni stepen iskorišćenja  $\eta_n=0,818$ , nazivno klizanje  $s_n=4,9\%$ , nazivni faktor snage  $\cos\varphi_n=0,672$ .

Osnovni parametri AM su:  $R_s=10$   $\Omega$ ,  $L_s=0,462$  H,  $R_r=6,3$   $\Omega$ ,  $L_r=0,462$  H,  $M=0,422$  H,  $J_m=0,01$   $\text{kgm}^2$ .

Zanemareni su koeficijent trenja ( $K=0$ ) i nelinearnost induktivnosti.

Simulacioni ogled zaletanja neopterećenog AM ( $m_m = 0$ ), napajanog nazivnim naponom sa nazivnom učestanošću ( $\omega s = 1$ ), izvršen je sa sledećim ulaznim parametrima:

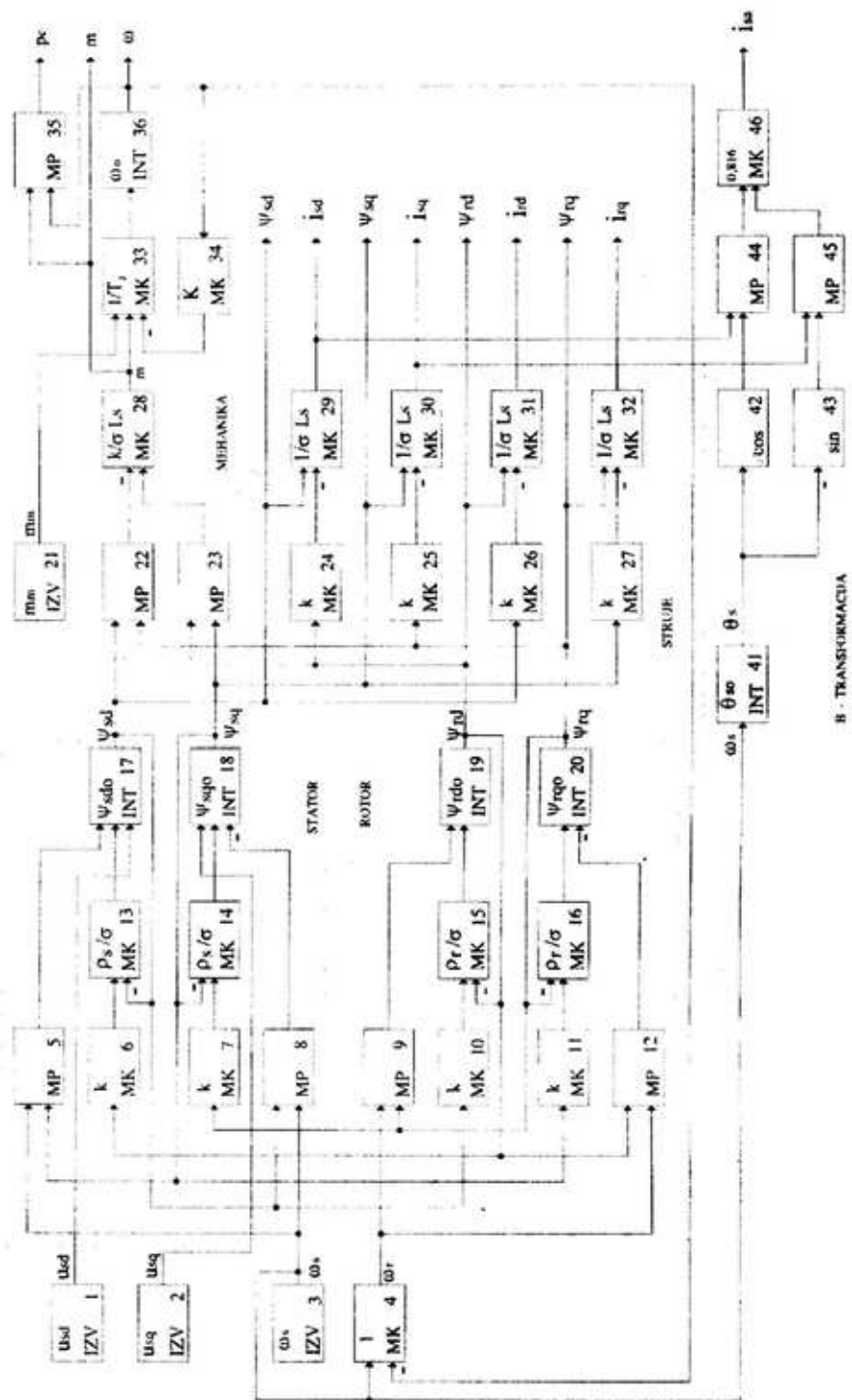
- $u_{sd} = 0, u_{sq} = 1$  (usvojeno je da se referentna osa poklapa sa poprečnom komponentom statorskog napona),
- $u_{rd} = 0, u_{rq} = 0$  (budući da se radi o motoru sa kratko spojenim namotajem rotora),
- početne vrednosti na integratorima su nule,
- interval integracije integratora je  $\Delta t = 0,4$  ms.

Svi ulazni parametri su uneti u relativnim jedinicama, pa su i izlazne veličine, takođe, u relativnim jedinicama.

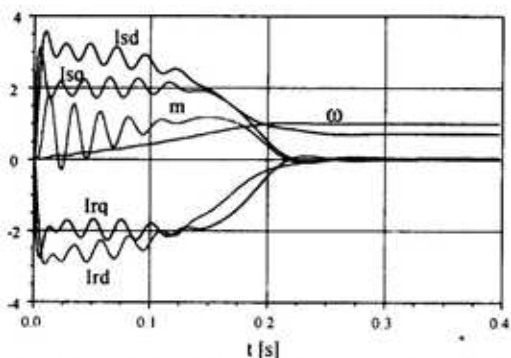
Na slici 2 predstavljene su karakteristike prelazne pojave razmatranog AM pri njegovom zaletanju.

Na slici 2a predstavljene su vremenske promene veličina vektora izlaza: podužne i poprečne komponente statorske i rotorske struje ( $i_{sd}, i_{sq}, i_{rd}, i_{rq}$ ), moment motora ( $m$ ) i brzina rotora ( $\omega$ ).

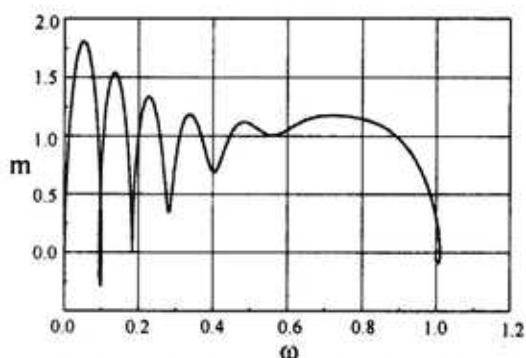
Na slici 2a zapaža se da se posle oko 150 ms od početka zaletanja AM završava elektromagnetna prelazna pojava koja se odlikuje izrazitim, ali prigušenim oscilacijama statorske učestanosti. Oscilacije se zapažaju pri promeni komponenti statorske i rotorske struje i elektro-



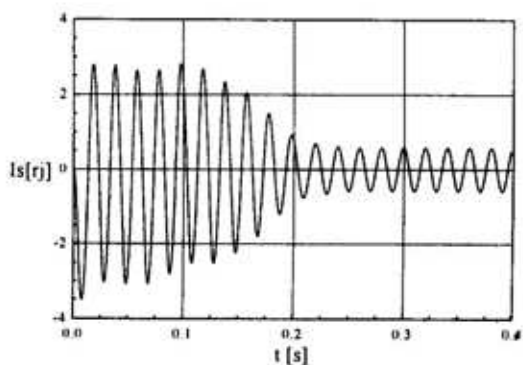
Sl. 1 – Blok šema za simulaciju asinhronog motora



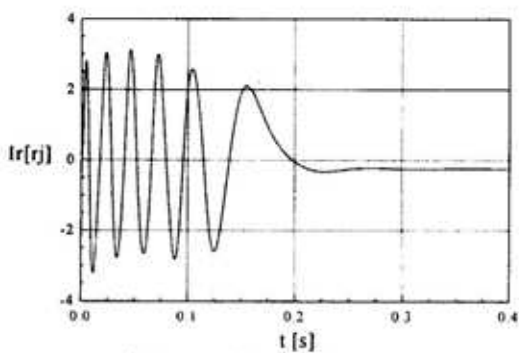
a) Podužne i poprečne komponente statorske i rotorske struje i krive momenta ( $m$ ) i brzine rotora ( $\omega$ )



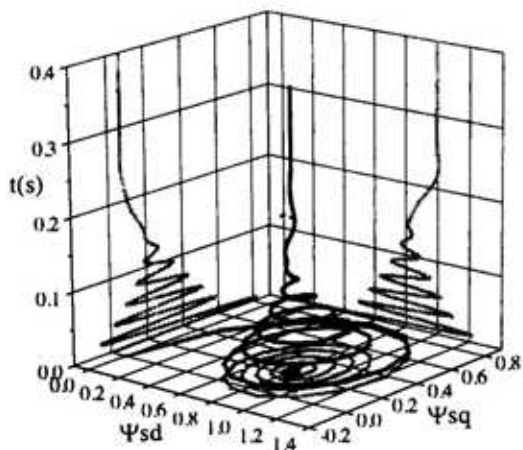
b) „Dinamička“ mehanička karakteristika  $m=f(\omega)$



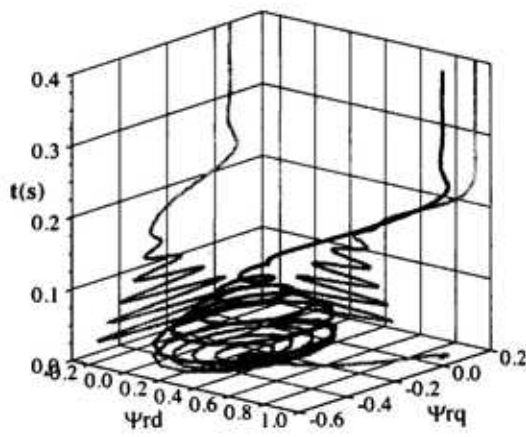
c) Vremenski tok struje statora



d) Vremenski tok struje rotora



e) Uspostavljanje obrtnog polja statora



f) Uspostavljanje obrtnog polja rotora

Sl. 2 – Karakteristike prelazne pojave zaletanja neopterećenog asinhronog motora

magnetnog momenta mašine. Oscilacije su prisutne i kod promene brzine, ali u znatno manjoj meri, jer su prigušene mehaničkom inercijom obrtne mase rotora.

Budući da je AM neopterećen, to moment AM (sl. 2a) savladuje ubzavanje rotora, i kada brzina dostigne vrednost definisanu statorskom učestanošću (sinhronu brzinu) on opada na nulu (nakon oko 250 ms).

Na slici 2b predstavljena je takozvana „dinamička“ mehanička karakteristika AM koja predstavlja promenu momenta motora u funkciji brzine rotora. Zapažaju se oscilacije momenta u početku zaletanja, a i prebačaj brzine preko sinhronu pri kraju zaletanja.

Na slikama 2c i 2d predstavljeni su vremenski tokovi struja statora i rotora (dobijeni uz pomoć njihovih komponenti). Zapažaju se karakteristične oscilacije koje se izražavaju kroz promenu envelope statorske i rotorske struje.

Polazna struja AM se menja u procesu zaletanja od struje kratkog spoja (koja se javlja u početku procesa zaletanja) do struje praznog hoda (koja se javlja u ustaljenom stanju nakon što motor dostigne praktično sinhronu brzinu). Struja rotora u početku procesa zaletanja ima učestanost struje statora, odnosno izvora napajanja, a nakon što se uspostavi ustaljena vrednost brzine rotora, ona opada do nule uz istovremeno postepeno smanjenje učestanosti (sl. 2d).

Na slikama 2e i 2f prikazan je proces uspostavljanja obrtnih polja statora i rotora (predstavljenih polifazorima statorskog i rotorskog fluksa) u toku zaletanja neopterećenog AM. Na bočnim stranama dijagrama 2e i 2f predstavljene su projekcije polifazora statorskog i rotorskog fluksa po

podužnoj (realnoj) i poprečnoj (imaginarnoj) osi. Na bazisnim površinama dijagrama predstavljene su projekcije ovih polifazora u kompleksnoj ravni.

Oba obrtna polja (polifazora fluksa statora i rotora) obrću se u istom smeru i u ustaljenom stanju, praktično, istom brzinom.

Obrtno polje statora (slika 2e) u početnom periodu priključenja AM na mrežu za napajanje značajno se pomera iz početnog stanja, određenog koordinatama polifazora fluksa u kompleksnoj ravni  $\Psi_s(0,0)$ , do u blizinu položaja ( $\Psi_s(0,8, 0,25)$ ) koji će imati u ustaljenom stanju  $\Psi_s(1, 0,05)$ , kada se završe karakteristične oscilacije prelaznog procesa. Time, ovo polje ukazuje da zavisi, uglavnom, od karakteristika izvora napajanja i njemu se prilagođava početnim položajem, koji bitno ne menja u toku daljeg procesa (isključujući prigušene oscilacije) do uspostavljanja konačnog položaja karakterističnog za dato radno stanje AM.

Nasuprot ovome, obrtno polje rotora (slika 2f) se uspostavlja u početnom periodu oko položaja početne vrednosti polifazora rotorskog fluksa  $\Psi_r(0,2; -0,2)$ , a tek pred kraj prelaznog procesa polifazor fluksa se značajno pomera ka položaju koji će imati u ustaljenom stanju  $\Psi_r(0,9; 0,07)$ .

## Zaključak

U radu je predstavljena blok šema za simulaciju ponašanja AM, koja je dobijena pogodnom transformacijom jednačina prostora stanja ((11), (12)).

Uz pomoć simulacione blok-šeme AM, simulirana je pojava zaletanja neopterećenog AM. Izvršena je analiza svih značajnih karakteristika AM pri zaletanju.

Dobijena blok šema za simulaciju AM može poslužiti i za analizu prelaznih pojava i pri promeni radnih režima AM. Simulacija se vrši pogodnim izborom ulaznih parametara, odnosno početnih i krajnjih uslova, koji karakterišu početna i krajnja analizirana radna stanja AM.

Prezentirana blok šema može biti korisno pomoćno sredstvo pri projektovanju AM željenih izlaznih karakteristika. Ona, takođe, može u određenim okolnostima, ukoliko su poznati osnovni parametri njene konstrukcije, da nadomesti

nedostatak poznavanja određenih karakteristika AM, do kojih se obično dolazi ogleđom, jer se one mogu vrlo uspešno da simuliraju na personalnom računaru koristeći vrlo dobre i konforme aplikacione programe.

*Literatura:*

- [1] Antić, D.; Golo, G.: Programski paketi za simulaciju dinamičkih sistema, Kantakuzin, Kragujevac, 1996.
- [2] Vučković, V.: Opšta teorija električnih mašina, Nauka, Beograd, 1992.
- [3] Stanković D.: Prelazne pojave kod asinhronog motora, Seminarski rad, ETF Univerziteta u Beogradu, 1996.