STRUČNI ČLANCI

IMPLEMENTACIJA METODE AUTOMATIZOVANIH NEZAVISNIH PONAVLJANJA U SIMULACIJI SISTEMA MASOVNOG OPSLUŽIVANJA

Nikolić V. *Nebojša*, Ministarstvo odbrane Republike Srbije, Sektor za politiku odbrane, Institut za strategijska istraživanja, Beograd

UDC: 355.01:519.872 ; 519.872:519.245

Sažetak:

U radu je opisana osnovna ideja metode pod nazivom „Automatizovano ponavljanje nezavisnih simulacionih eksperimenata sa prikupljanjem statistike slučajnih procesa“. Data je matematička osnova metode i prikazane su preporuke za implementaciju metode u formu algoritma za računarski program. Pregledno su istaknuta potrebna ekspertska znanja za uspešan razvoj konceptualnih i simulacionih modela. Metoda je testirana u istraživanju sistema masovnog opsluživanja.

Ključne reči: *metoda Monte Karlo, nezavisna ponavljanja simulacije, kontrola tačnosti, sistemi masovnog opsluživanja.*

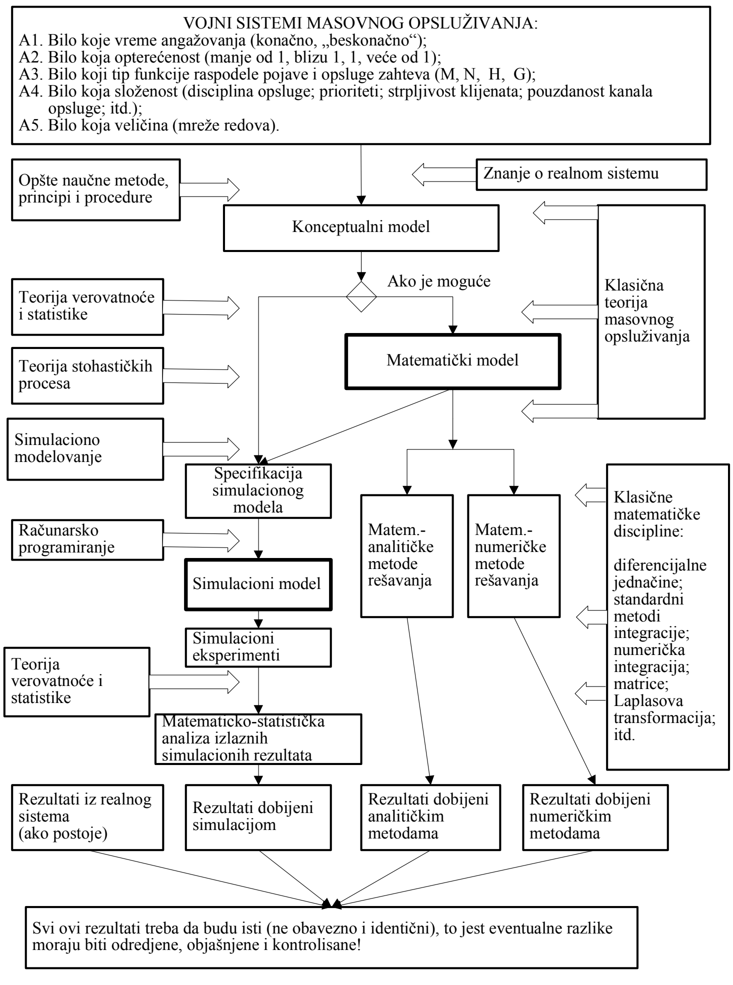
Multidisciplinarnost simulacionog modelovanja

Uspešno simulaciono modelovanje sistema i procesa u vojnoj oblasti podrazumeva multidisciplinarni pristup. To nije posledica slobodnog izbora, već potreba koje nastaju u procesu istraživanja i koje zahtevaju sinhronizovanu primenu znanja iz različitih oblasti i naučnih disciplina. U slučaju proučavanja sistema masovnog opsluživanja (SMO) logično je primenjivati istoimenu teoriju. Klasična teorija masovnog opsluživanja (TMO), pored svoje složenosti, ima i značajna ograničenja mogućnosti primene na složene sisteme i realne uslove rada. Zbog toga su u proučavanju složenih sistema masovnog

nebojsa.nikolic11@mod.gov.rs

opsluživanja uveliko koriste simulacione metode tipa Monte Karlo, što je opšteprihvaćeni naziv za simulacije slučajnih procesa.

Kada je reč o slučajnim procesima, nezaobilazne su teorija verovatnoće i matematička statistika. Njihova primena u simulacionom modelovanju Monte Karlo proizvodi posebne zahteve u procesu razvoja konceptualnog modela i računarskog programa kao implementacije simulacionog modela. Inicijalno razmatrani realni problem koji se želi modelovati i proučiti (na primer: rad ekipa za tehničko održavanje u vojnoj jedinici u toku borbenih dejstava; mogućnosti sistema vatre jedinice ili posebnog borbenog sistema; itd.), svakako pripada sasvim drugoj oblasti u odnosu na navedene, odnosno oblasti vojnih i vojnotehničkih nauka. Multidisciplinarni aspekt simulacionog modelovanja sistema masovnog opsluživanja prikazan je na slici 1, [1].



Slika 1 – Multidisciplinarnost u simulacionom modelovanju SMO

Radi opisivanja i kvantifikovane analize ponašanja sistema masovnog opsluživanja moguće je koristiti sledeće opšte metode: analitičke, numeričke i simulacione.

Za proučavanje jednostavnijih SMO moguća je i kombinovana primena svih nabrojanih metoda, što je posebno preporučljivo pri proveri simulacionog modela. Sve ove metode imaju više različitih podvarijanti. Svaka od metoda ima svoje prednosti i nedostatke. Analitičke metode podrazumevaju matematički opis problema, analitički postupak rešavanja i rešenje u formi matematičkog izraza. Ove metode su, razume se, najtačnije, ali i najsloženije za primenu (složena rešenja ili složen postupak rešavanja, ili čak teškoće na samom početku u definisanju problema u egzaktnom obliku). Numeričke metode daju rezultate visoke tačnosti – vrlo bliske tačnim analitičkim rešenjima, ali u slučaju složenijih problema (na primer, SMO sa velikim brojem stanja, a time i velikim brojem diferencijalnih jednačina stanja) mogu postati nedovoljno pogodne u praktičnim istraživanjima.

Zajednički preduslov za primenu analitičkih i numeričkih metoda jeste postojanje egzaktnog matematičko-analitičkog opisa problema. U slučaju SMO taj preduslov je postojanje sistema diferencijalnih jednačina stanja u kojima se dati SMO može naći. Ova potreba, međutim, ne postoji kada su u pitanju simulacione metode – filozofija primene simulacionih metoda Monte Karlo je sasvim drugačija. To je, istovremeno, i osnovna prednost simulacionih metoda – izbegavanje složenih matematičkih postupaka i proračuna. Na drugoj strani, glavni problem simulacionih metoda je problem obezbeđenja i kontrole tačnosti izlaznih rezultata. Način rešavanja problema tačnosti simulacionih rezultata je upravo izložen u radu kroz opis metode automatizovanog ponavljanja simulacionih eksperimenata („Automated Independent Replications with Gathering Statistics of Stochastic Processes“ – AIRGSSP), [2].

Specifičnosti modelovanja realnih SMO

Konzistentnost, verodostojnost ili saglasnost modela sa proučavanim realnim sistemom jedna je od najvažnijih karakteristika modela. Podrazumeva se da se odnosi samo na karakteristike realnog sistema koje su relevantne za projektovane ciljeve istraživanja. Mada ovoj osobini modela treba posvetiti pažnju u svim fazama simulacione studije, osnovno mesto gde se ona razmatra jeste faza razvoja konceptualnog modela, kao jedan od prvih koraka simulacione studije. To znači da konceptualnim modelom treba prikazati realnost onakvu kakva zaista jeste.

Konkretno razmatranje saglasnosti modela sa realnim sistemom masovnog opsluživanja podrazumeva analizu svakog pojedinačnog atributa SMO. Na primer: ako realni sistem funkcioniše konačno vreme, onda to treba da bude implementirano u konceptualni model (nezavisno od toga da li klasična teorija masovnog opsluživanja to može ili ne može da reši); ako je u realnom sistemu moguć slučaj preopterećenosti, onda i model treba da podrži tu mogućnost; ako funkcije raspodele vremena dolaska klijenata i njihovog opsluživanja nisu eksponencijalnog tipa, onda tako treba da bude i u modelu, itd.

Nakon izrade konceptualnog modela, sledi njegova računarska implementacija, odnosno pisanje odgovarajućeg računarskog programa. Ovaj korak je izuzetno osetljiv sa nekoliko aspekata. Konceptualni model obično radi jedna grupa ljudi (eksperti za realni sistem i analitičar sistema), a programe obično pišu programeri. Međutim, kako je reč o simulacionim modelima, sledi da je potrebno poznavanje i treće oblasti znanja: teorije verovatnoće, matematičke statistike i pojedinih poddisciplina, u ovom slučaju to je teorija masovnog opsluživanja. Da li će se ova oblast pokriti znanjima prve dve grupe ljudi ili će se angažovati i eksperti za navedene oblasti, stvar je izbora ili mogućnosti.

Matematička osnova metode AIRGSSP

U kontekstu odgovarajućih termina u oblasti simulacionog modelovanja, jednoznačno imenovanje ove metode jeste: **„višestruka nezavisna automatizovana ponavljanja simulacionih eksperimenata, sa mogućnošću generisanja statistike slučajnog procesa“**, ili: **„Automated Independent Replications with Gathering Statistics of Stochastic Processes“, AIRGSSP,** [2].

U osnovi metode AIRGSSP nalaze se najjednostavniji, ali istovremeno i najvažniji zakoni teorije verovatnoće i matematičke statistike. Statistička priroda simulacione metode ogleda se u sledećem: „radni materijal“ za primenu metoda matematičke statistike predstavljaju statistički uzorci; statističke uzorke čine elementi, a te elemente predstavljaju snimljene vrednosti koje prima posmatrana slučajna veličina tokom simulacionih eksperimenata. Konkretna matematička osnova metode AIRGSSP čine sledeća tri stava:

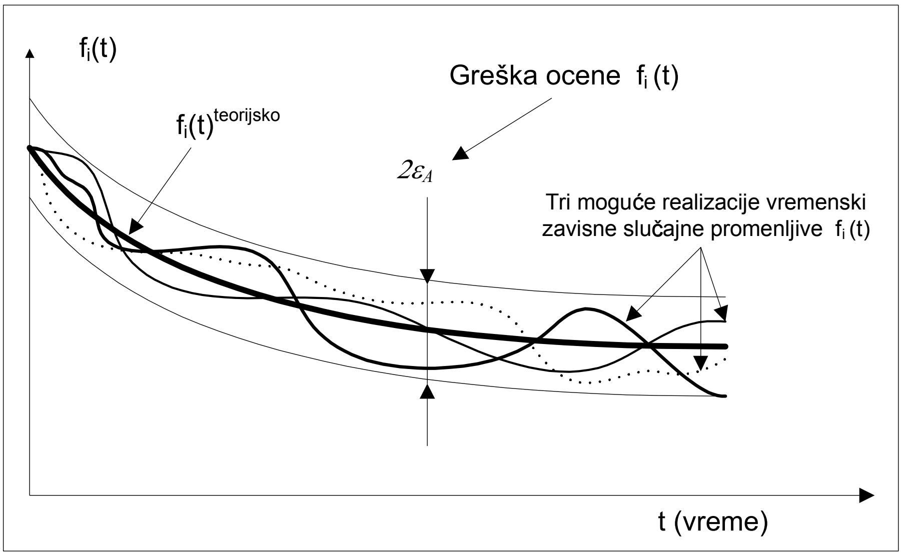
A) U osnovi metode je zakon velikih brojeva J. Bernulija ili, kako je još poznat, prva granična teorema. Ovde važi sledeći stav: relativna frekvencija posmatranog događaja, u mnogo puta ponovljenom eksperimentu, teži verovatnoći tog događaja.

B) Po načinu realizacije osnovne ideje metoda AIRGSSP podržava statistiku slučajnih procesa. Važi sledeći stav: statistika za posmatrani slučajni proces koji protiče u vremenu dobija se tako što se realizuje željeni broj međusobno nezavisnih eksperimenata sa istim početnim uslovima, pri čemu se u svakom eksperimentu, u izabranim trenucima vremena, snima statistika za posmatranu slučajnu veličinu ili više njih (poznato i kao metoda preseka stohastičkog procesa).

C) Za postizanje tačnosti simulacionih rezultata, metoda AIRGSSP polazi od poznatih osnovnih stavova matematičke statistike o intervalnoj proceni verovatnoće pojave posmatranog događaja. Ovi rezultati potiču od primene grupe teorema teorije verovatnoće, poznatih kao centralne granične teoreme. Pre svega, to su teorema Čebiševa i teorema Ljapunova. Odnosno, važi sledeći stav: u mnogo puta ponovljenom eksperimentu realizacija posmatrane veličine imaće odstupanja koja odgovaraju normalnom zakonu raspodele, pri čemu se može uspostaviti zakonitost između: veličine odstupanja slučajne promenljive i verovatnoće tih odstupanja pri zadatom broju ponavljanja eksperimenta.

Jedan od najvažnijih faktora u modelovanju sistema masovnog opsluživanja (ali i drugih sistema i procesa u kojima postoje entiteti slučajnog karaktera), jeste prepoznavanje procesa funkcionisanja SMO kao jedne vrste slučajnog procesa. Posledica ove spoznaje jeste orijentacija na modelovanje procesa rada SMO kao slučajnog procesa. Za potrebe ove metode dovoljna je primena samo pojedinih oblasti teorije slučajnih procesa: pre svega statistike slučajnih procesa. Potpuno objašnjenje i za istraživanje dovoljni obuhvat ove oblasti pruža literatura, [3].

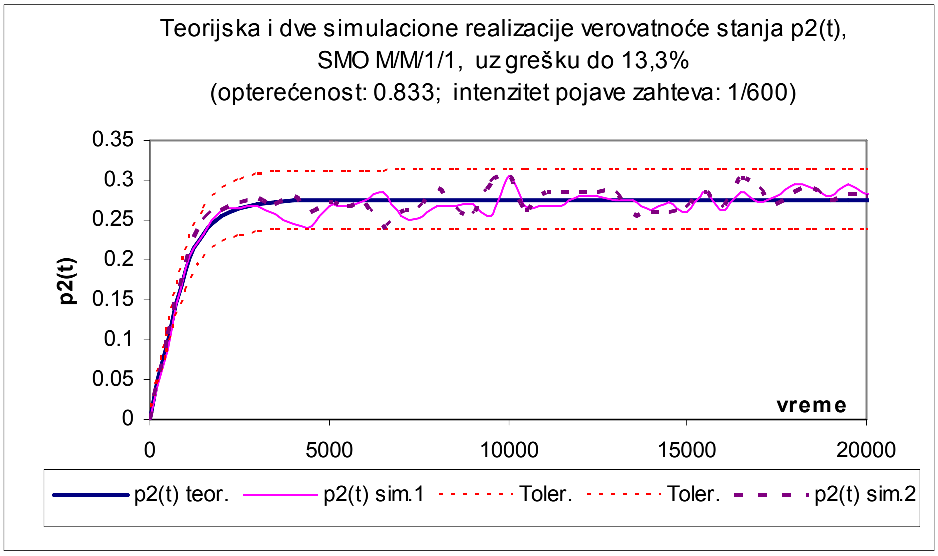
Za slikoviti prikaz slučajne funkcije, odnosno familije mogućih realizacija slučajne funkcije, od pomoći je grafički prikaz njene očekivane vrednosti i, sa druge strane, nekoliko njenih mogućih realizacija, slika 2. Sličan prikaz može se naći i u poznatoj knjizi Ventcelj E., 1969, na početku poglavlja o slučajnim funkcijama, [4].



Slika 2 – Vremenski promenljiva slučajna funkcija – idejni prikaz

Sa slike 2 bitno je uočiti sledeće: pri zadatom nivou greške ($\pm\varepsilon_A$) u oceni prave vrednosti teorijske funkcije ($f_i(t)^{teorijsko}$), bilo koja od tri prikazane realizacije ($f_i(t)$) slučajne funkcije je legitimna. Metoda AIRGSSP obezbeđuje upravo neku (bilo koju) od tih realizacija slučajne funkcije. Pri tome treba znati da simulacija ne daje matematički izraz (formulu), već samo numeričke rezultate (tabela i grafik).

Ili, konkretno, na grafu 1, (iz [1]), na primeru SMO M/M/1/1, za verovatnoću $p_2(t)$ u „ulozi“ $f_i(t)^{teorijsko}$ daju se dve realizacije dobijene simulacijom (po 1000 ponavljanja), uz teorijsku krivu i zadati opseg maksimalne greške.



Graf 1 – Teorijska i dve simulacione realizacije jedne verovatnoće stanja SMO

Slika 2 daje idejni, a graf 1 konkretni prikaz jedne vremenski zavisne slučajne funkcije generisane simulacionom metodom AIRGSSP. Pri tome postoji izvesno odstupanje, ili greška, ali takvo da je u definisanim granicama, u odnosu na teorijsku funkciju, i to u svim tačkama intervala definisanosti nezavisnog argumenta (vreme, po apscisnoj osi).

Opis implementacije metode AIRGSSP

Problematika metodologije simulacionog modelovanja je aktuelna u stručnoj literaturi, sa nekoliko još uvek otvorenih pitanja, odnosno problema, [5]. U nastavku sledi detaljan opis konkretnih aktivnosti koje treba izvršiti u primeni AIRGSSP metode:

1. Izraditi konceptualni model – opisati proučavani realni sistem kao SMO:

– prepoznati elemente realnog sistema kao kanale opsluživanja. Odrediti broj kanala opsluge. Odrediti srednji intenzitet i tip funkcije raspodele vremena opsluživanja u kanalima. Definisati broj faza opsluživanja;

– prepoznati elemente realnog sistema kao klijente. Definisati veličinu populacije klijenata. Odrediti srednji intenzitet i tip funkcije raspodele vremena između dolazaka klijenata. Definisati strpljivost klijenata u redu čekanja i na opsluzi;

– odrediti disciplinu pristupa klijenata kanalima opsluživanja. Moguće discipline su: prvi prispeo, prvi opslužen; prvi prispeo, poslednji opslužen, po prioritetnosti klijenata;

– odrediti vreme rada SMO;

– NAPOMENA: verodostojno opisati sistem onakav kakav jeste i za onakve uslove u kojima radi, a ne ograničavati pojedine atribute (vreme rada; i odnos intenziteta ulaznog i izlaznog toka klijenata) samo na one domene koje pokriva klasična teorija masovnog opsluživanja.

2. Definisati mere performanse proučavanog SMO:

– osnovne mere performanse su: verovatnoće stanja SMO kao funkcije vremena (sva stanja posebno; grupisana stanja; ili pojedina stanja);

– sintetičke mere performanse SMO su: srednje vreme čekanja na opslugu; srednje vreme opsluživanja; srednje vreme klijenata u SMO; srednja dužina reda čekanja; srednji broj klijenata u sistemu; srednja zauzetost kanala opsluživanja.

3. Razviti osnovnu strukturu simulacionog modela:

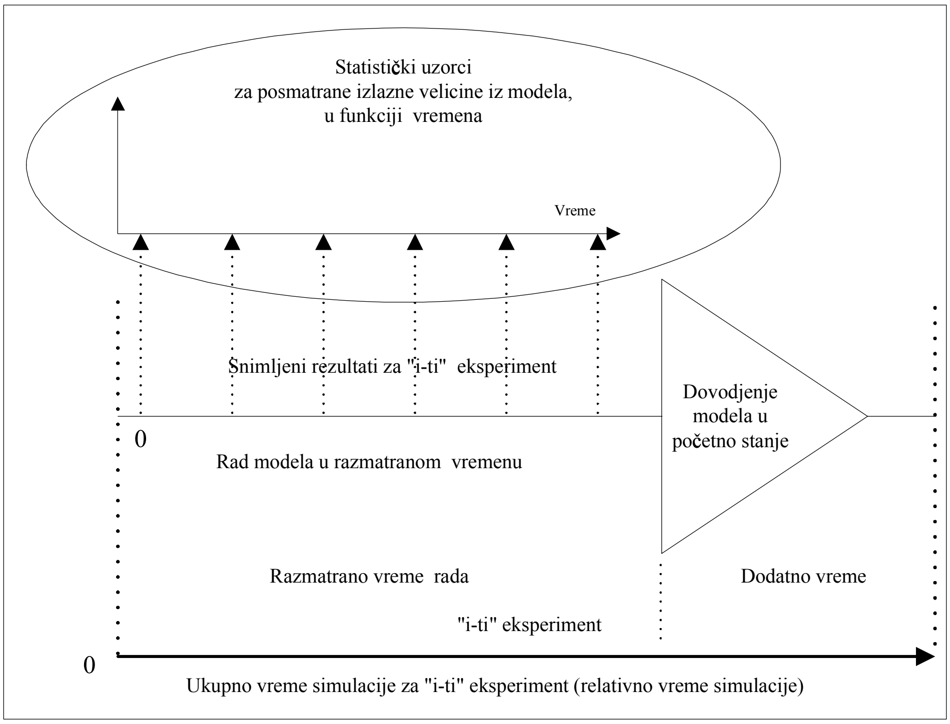
– na osnovu prethodnog izraditi osnovni algoritamski prikaz modela, koristeći formalne grafičke simbole izabranog računarskog jezika;

– NAPOMENA: pri izradi osnovne strukture simulacionog modela u formi algoritamskog prikaza, u potpunosti slediti standardizovana uputstva u oblasti simulacionog modelovanja.

4. Primeniti koncept statistike slučajnih procesa.

U utvrđenu osnovnu strukturu simulacionog modela implementirati koncept generisanja statistike slučajnih procesa (metodu preseka; „stroboskopsko uzorkovanje modela“), po ideji izloženoj na slici 3.

Na slici 3 (iz [1) prikazan je šematski koncept generisanja statistike vremenski zavisnih slučajnih veličina. Logika prikazanog koncepta generisanja statistike vremenski zavisnih veličina poznata je u literaturi kao statistika slučajnih procesa, ali i pod nazivom „stroboskopsko uzorkovanje sistema“, [6], a realizuje se metodom preseka stohastičkog procesa, [1].



Slika 3 – Koncept generisanja statistike vremenski zavisnih veličina

Pod ovim terminom podrazumeva se koncept generisanja statistike slučajnih procesa, odnosno snimanje vrednosti posmatranih veličina – mera performansi sistema, u određenim vremenskim intervalima i sve to ponovljeno više puta – u više realizacija posmatranog stohastičkog procesa. Radi bolje preglednosti, na slici 3 prikazan je ovaj koncept za samo jednu – „i-tu“ realizaciju posmatranog slučajnog procesa.

Sledi podsetnik o pojmu „statistika slučajnih procesa“. Cilj primene ovog koncepta jeste obezbeđenje načina praćenja slučajnih veličina koje se mogu menjati u vremenu. Sledi podsetnik o realizaciji koncepta statistike slučajnih procesa.

Neka je X(t) vremenski promenljiva veličina slučajnog karaktera, koja prikazuje neki aspekt ponašanja, odnosno neku meru performanse proučavanog sistema masovnog opsluživanja (SMO). Na primer: to mogu biti osnovne mere performanse (verovatnoće stanja) ili neka sintetička mera performanse (vreme čekanja u redu, broj klijenata u redu, itd.). Matematičko očekivanje ove promenljive, označeno kao M[X(t)] (ili E[X(t)]), jeste u opštem slučaju nepoznata, osim za slučajeve najjednostavnijih modela SMO i to samo za stacionarni period rada.

Pretpostavimo da postoji **n** nezavisnih realizacija slučajne veličine X(t):

$x_1(t), x_2(t), x_3(t), ..., x_i(t), ..., x_n(t)$, u nekom intervalu [0,T].

Izaberimo neki momenat t_j iz tog intervala. Realizacije ordinata (t_j. $x_j(t_j)$) u tom momentu t_j, mogu se tretirati kao **n** realizacija slučajne promenljive $X(t_j)$.

Tako, za ocenu očekivane vrednosti slučajne promenljive $X(t_j)$, (u oznaci: $M[X(t_j)]$), uzimamo aritmetičku sredinu svih n realizacija te slučajne promenljive:

$x_1(t_j), x_2(t_j), x_3(t_j), ..., x_i(t_j), ..., x_n(t_j)$, odnosno:

– aritmetička sredina n realizacija slučajne promenljive X(t) u preseku tj, tj. X(tj) je:

$$\bar{X}(t_j) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i(t_j)}{n} \tag{1}$$

– i očekivana vrednost slučajne promenljive $X(t_j)$ u preseku tj, odnosno $M[X(t_j)]$ je:

$$M\left[X(t_j)\right] = \bar{X}(t_j) \tag{2}$$

– odnosno, u opštem slučaju, važi za bilo koji presek t:

$$M\left[X(t)\right] = \bar{X}(t) \tag{3}$$

Jasno je da što ima više ovih realizacija (veće n), to je bolja ocena vrednosti posmatrane slučajne promenljive. Drugim rečima, u mnogo puta ponovljenom eksperimentu aritmetička sredina posmatrane slučajne promenljive težiće njenoj stvarnoj teorijskoj vrednosti. Jedno od ključnih pitanja može se postaviti na ovom mestu: kako odrediti potreban broj realizacija slučajne promenljive, da bi se dobila vrednost aritmetičke sredine tih realizacija merljivo i dovoljno bliska stvarnoj vrednosti slučajne promenljive u zadatom, tj. bilo kom preseku. Odgovor na ovo pitanje kvantifikacije odstupanja aritmetičke sredine slučajne promenljive od njene očekivane vrednosti vodi preko zakona velikih brojeva i grupe centralnih graničnih teorema.

Teoretski, ovaj postupak bi trebalo ponoviti za sve tačke iz intervala [0, T]. Praktično, dovoljno je obuhvatiti samo određeni, konačni broj tih tačaka. Izloženi postupak u potpunosti objašnjava koncept statistike slučajnih procesa primenjen u metodi AIRGSSP. Primenom ovog koncepta metoda AIRGSSP je osposobljena da generiše vremenski zavisne slučajne veličine. Na ovaj način mogu se odrediti i osnovne (verovatnoće stanja) i sintetičke (vreme čekanja, dužina reda, zauzetost kanala opsluživanja) mere performanse SMO.

Ovaj postupak poznat je i pod nazivom metoda preseka [8]0. Takođe, izloženi koncept može se jednostavno prikazati i prema šemi u tabeli 1 (isto kao u [8]). Iskazano slobodnije, opisani postupak predstavlja tzv. „stroboskopsko uzorkovanje sistema“ [6].

Tabela 1

Metoda preseka slučajnog procesa X(t)

		Preseci					
		t_1	t_2	...	t_j	...	t_m
Realizacije	$X_1(t)$	$x_1(t_1)$	$x_1(t_2)$	...	$x_1(t_j)$	...	$x_1(t_m)$
	$X_2(t)$	$x_1(t_1)$	$x_1(t_2)$	...	$x_1(t_j)$	...	$x_1(t_m)$
	...	...	...	...	...	...	...
	$X_i(t)$	$x_1(t_1)$	$x_1(t_2)$	...	$x_1(t_j)$	...	$x_1(t_m)$
	...	...	...	...	...	...	...
	$X_n(t)$	$x_1(t_1)$	$x_1(t_2)$	...	$x_1(t_j)$	...	$x_1(t_m)$

Primenjeni koncept statistike slučajnih procesa nije nov, potpuno je logičan, saglasan je sa teorijskim postavkama matematičke statistike, odnosno statistike slučajnih procesa I, konačno, daje rezultate. Verovatni razlozi njegove slabe primene jesu problemi i mogućnosti njegove praktične implementacije, kao i dominantna percepcija prirode problema. Jednostavnije rečeno, za uspešnu implementaciju, odnosno kreiranje simulacionog modela u formi računarskog programa, potrebna je, pored poznavanja izloženog koncepta, i velika pažnja i odgovarajuća programerska znanja.

Ovaj koncept sada treba implementirati u obliku odgovarajućih programskih modula – potprograma i definisati sledeće: tabele za svaku meru performanse koja se izračunava i diskretni vremenski korak u simulacionom procesu.

5. Automatizacija ponavljanja simulacionog eksperimenta.

U osnovnu strukturu simulacionog modela ugraditi proceduru automatizovanog ponavljanja nezavisnih simulacionih eksperimenata, po grafičkom prikazu na slici 4.

Dva bitna momenta karakterišu ovaj korak: prvo, obezbeđenje brojnosti elemenata u statističkom uzorku I, drugo, obezbeđenje međusobne „jednakopravnosti“ svih elemenata koji mogu da uđu u statistički uzorak. Ove dve činjenice obezbeđuju REPREZENTATIVNOST statističkog uzorka.

Problem brojnosti elemenata u statističkom uzorku (ili veličina statističkog uzorka) dobro je poznat u literaturi o simulacionom modelovanju [9]. Ovaj problem može se raščlaniti na dva jednako važna potproblema: prvo, određivanje brojnosti uzorka i, drugo, realizacija. Za određenje brojnosti uzorka za ocenu verovatnoća stanja SMO treba koristiti sledeći izraz:

$$n = \frac{q}{p}\left(\frac{100}{\varepsilon}\right)^2 z_c^2 \tag{4}$$

Oznake u izrazu (4) imaju sledeće značenje:

n – veličina uzorka, tj. broj ponavljanja simulacionog eksperimenta,

p – verovatnoća stanja sistema koja se posmatra,

q – komplement posmatrane verovatnoće stanja (q=1–p),

ε – maksimalno odstupanje posmatrane verovatnoće, izraženo u procentima,

z_c – koeficijent poverenja za normalnu raspodelu,

Za realizaciju – formiranje uzoraka, brojnosti određene prema navedenom izrazu, nužno je izvršiti upravo toliko nezavisnih simulacionih eksperimenata. Broj ovih eksperimenata po pravilu je veoma veliki (više stotina, više hiljada, itd., što zavisi od željene tačnosti), pa je neophodno obezbediti automatizovano ponavljanje nezavisnih simulacionih eksperimenata. Prostim računom, uz primenu izraza (4), dobija se potvrda prethodnih navoda. U tom smislu, automatizacija ponavljanja simulacionih eksperimenata, iako je relativno proceduralna stvar u računarskom programiranju, ima svoju suštinsku važnost sa aspekta primene.

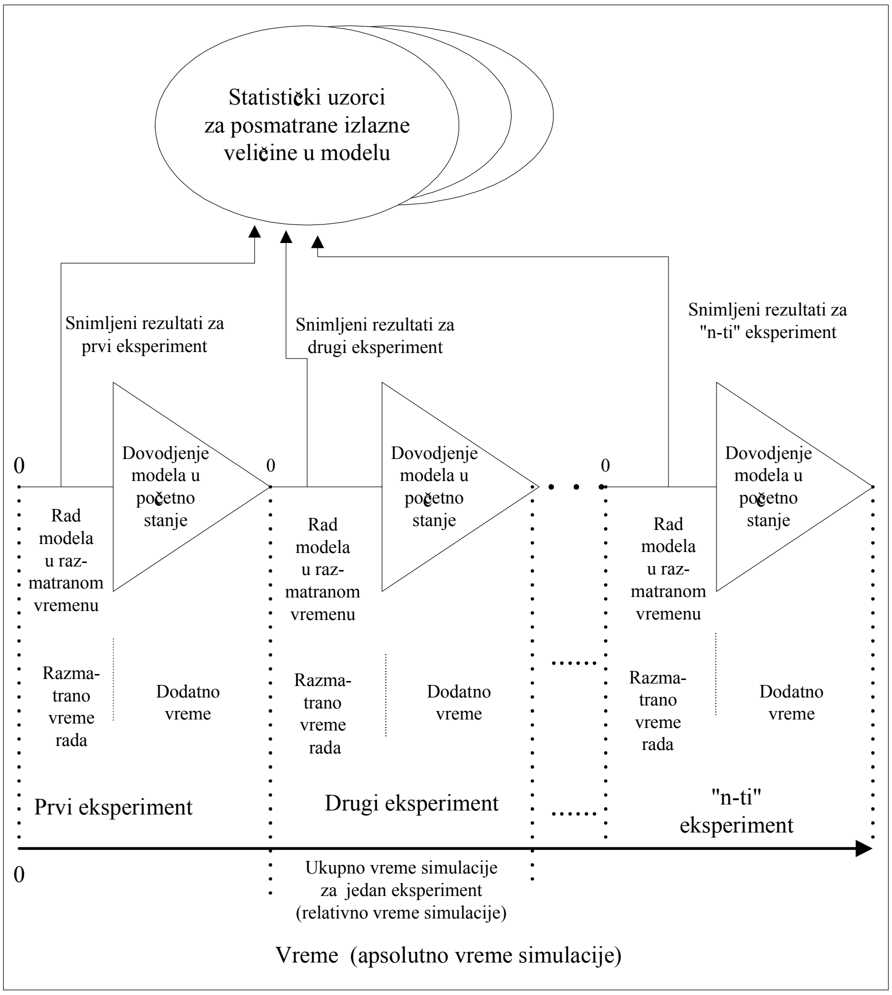
Za drugi momenat (jednakopravnost elemenata uzorka) treba istaći da se postiže realizacijom sledeća dva zahteva:

– prvo, obezbeđenje slučajnosti u izboru elemenata statističkog uzorka: postiže se samom primenom metode Monte Karlo, i

– drugo, obezbeđenje međusobne nezavisnosti elemenata statističkog uzorka: postiže se realizacijom međusobno nezavisnih simulacionih eksperimenata.

U procesu obezbeđenja statistike slučajnih procesa primenom simulacionog modelovanja veoma je bitno da se analizira i definiše entitet koji predstavlja elemente statističkog uzorka. Na slici 4. šematski je prikazana ideja ovog koncepta. Radi preglednosti, na slici nije istaknut jedan vrlo važan momenat, a to je činjenica da po završetku svakog pojedinačnog eksperimenta treba promeniti vrednosti generatora slučajnih brojeva.

Ideja koncepta prikazanog na slici 4. od suštinske je važnosti u postupku konkretne računarske implementacije modela. Upravo po izloženoj šemi treba razviti računarski program. Ideja koncepta je dovoljno opšta (nije ograničena samo na jedan programski jezik) da se može primeniti pri korišćenju praktično bilo kog računarskog jezika.



Slika 4 – Simulacioni koncept obezbeđenja reprezentativnosti statističkih uzoraka

U kontekstu poznatih metoda simulacionog modelovanja treba istaći da je osnovna ideja izloženog koncepta slična pristupima poznatim pod nazivima: nezavisna ponavljanja (independent replications); paralelna ponavljanja (parallel replications); višestruka ponavljanja paralelnom simulacijom (multiple replicatrions in parallel); paralelna simulacija (parallel simulations), itd.

U kontekstu svoje suštine i poznatih termina u oblasti simulacionog modelovanja, posebno SMO, izloženi koncept bi se mogao imenovati kao: „kvaziparalelna simulacija“. Po svojoj suštini, koncept zaslužuje epitet „paralelna simulacija“, ali po načinu realizacije nije paralelan, jer se može realizovati na samo jednom računaru.

Uz korišćenje poznatih pojmova koncept bi se mogao imenovati kao: „višestruka nezavisna automatizovana ponavljanja simulacionih eksperimenata, sa mogućnošću generisanja statistike slučajnog procesa“. Otuda i naziv predložene metode dat na početku.

Ovu proceduru treba implementirati u obliku odgovarajućeg programskog modula – potprograma, tako da on:

– prvo, automatski registruje kraj svakog pojedinačnog simulacionog eksperimenta;

– drugo, automatski dovodi model u početno stanje, po završetku svakog pojedinačnog eksperimenta;

– treće, za svaki sledeći eksperiment automatski koristi novi niz slučajnih brojeva;

– četvrto, vrši automatizovano ponavljanje nezavisnih simulacionih eksperimenata, sve dok se ne realizuje zadati broj simulacija.

6. Proračun broja ponavljanja simulacionog eksperimenta vrši se primenom izraza za određivanje veličine uzorka (izraz 4), na sledeći način:

– zadati procentualnu vrednost maksimalne statističke greške (ε) za verovatnoće stanja SMO;

– zadati nivo poverenja preko koeficijenta poverenja za normalnu raspodelu (z_c);

– definisati najmanju vrednost verovatnoće stanja (p). NAPOMENA 1: ako su raspoloživi rezultati klasične teorije masovnog opsluživanja za stacionarni režim rada SMO, onda ih treba iskoristiti i izračunati vrednost najmanje verovatnoće stanja. NAPOMENA 2: ako prethodni slučaj nije moguć, treba arbitrarno zadati vrednost reda veličine verovatnoće stanja (0,1; 0,01; ili 0,001);

– prema prethodnim elementima i uz korišćenje izraza (4) proračunati potreban broj ponavljanja simulacionog eksperimenta.

7. Napisati programski kod simulacionog modela i implementirati program.

Izložene aktivnosti u realizaciji AIRGSSP metode prikazane su logičkim redosledom. Međutim, treba istaći da te aktivnosti nisu međusobno potpuno izolovane, već se pojedine aktivnosti mogu istovremeno izvršavati. Takođe, moguć je i iterativni postupak u realizaciji pojedinih aktivnosti, naročito kada treba sprovesti postupke verifikacije programskog koda, ali i validacije čitavog modela. U tom smislu opšti postupak neposredne primene AIRGSSP metode ima poznate karakteristike tipičnih simulacionih studija. Primeri konkretne primene ove metode mogu se videti u radovima [1], [2] i [10].

Zaključak

U prikazanim sadržajima opisana je suština simulacione metode nazvane „Automatizovana nezavisna ponavljanja simulacionih eksperimenata, sa prikupljanjem statistike slučajnih procesa“ ili, u originalu: „Automated Independent Replications with Gathering Statistics of Stochastic Processes“, skraćeno AIRGSSP. Objašnjena je njena matematička zasnovanost i prikazana sistematizovana procedura za razvoj simulacionog modela, sa preporukama za aktivnosti praktične implementacije metode pri razvoju algoritma simulacionog modela.

Mogućnosti metode AIRGSSP posebno dolaze do izražaja u modelovanju i simulaciji složenijih sistema masovnog opsluživanja koji su visokoopterećeni i preopterećeni, za sisteme sa velikim brojem mogućih stanja, kao i za sisteme koji funkcionišu u ograničenom – konačnom vremenu. To su upravo slučajevi kada primena ostalih metoda, kako simulacionih, tako i analitičkih i numeričkih, ne daje zadovoljavajuće rezultate ili ih je teško primeniti.

Literatura

[1] Nikolić, N., *Monte Carlo Modeling of Military Queueing Systems – Challenge of the Initial Transience*, monografija, Zadužbina Andrejević i Institut za strategijska istraživanja, Beograd, 2008. (www.zandrejevic.rs)

[2] Nikolić, N., *Statistical integration of Erlang's equations*, European Journal of Operational Research*, Vol. 187, Issue 3, 16 June 2008, pp. 1487–1493. (www.sciencedirect. com/science/journal/03772217)

[3] Mališić, J., *Slučajni procesi – teorija i primene*, Građevinska knjiga, Beograd, 1989.

[4] Ventcelj, E. S., *Teoria verovatnostei*, Nauka, Moskva, 1969. (na ruskom).

[5] Androttir, S. and others, panel, *Analysis methodology: are we done?*, Proceedings of the 2005 Winter Simulation Conference, December 2005, pp. 790–796

[6] Belić, M., *Deterministički haos*, Sveske fizičkih nauka, SFIN, Beograd, 1990.

[7] Zečević, T., *Operaciona istraživanja*, Naučna knjiga, Beograd, 1974.

[8] Zečević, T., *Neki aspekti statističkog modeliranja*, Ekonomski anali, br.130, izdanje Ekonomskog fakulteta u Beogradu, oktobar-decembar 1996, str. 51–56.

[9] Robinson, S., *Automated analysis of simulation output data*, Proceedings, Winter Simulation Conference, Decembar 2005, str. 763–770

[10] Nikolić, N., *Praktični aspekti prelaznog režima rada sistema masovnog opsluživanja,* Vojnotehnički glasnik, br.4, oktobar-decembar 2007, str. 429–440.

IMPLEMENTATION OF AUTOMATED INDEPENDENT REPLICATIONS IN THE SIMULATION OF QUEUEING SYSTEMS

Summary:

This paper presents a basic idea of the method entitled „Automated Independent Replications with Gathering Statistics of Stochastic Processes“. The mathematical foundation of the method is offered, as well as some recomendations for practical implementation of the met-

hod in the form of a computer program algorithm. A set of different expert knowledge needed for a successful development of conceptual and simulation models is pointed out in a separate review. The method has been tested in the modeling and simulation of queueing systems.

Multidisciplinary character of simulation modeling

This paper presents a basic idea of the method entitled „Automated Independent Replications with Gathering Statistics of Stochastic Processes“. A clear review of expert knowledge needed for successful development of a conceptual model as well as a simulation one is offered. Simulation modeling of systems and processes in any military branch assumes a multidisciplinary approach. This is not a consequence of a free choice, but of needs and problems which arise in a research process and which require synchronized use of knowledge from different areas and scientific disciplines. In studies of queueing systems, these disciplines are: queueing theory, probability theory, mathematical statistics, stochastic processes, mathematical analyses, Monte Carlo simulation modeling, computer programming, knowledge about a real system under study, etc.

Specific features of real queueing systems

Consistency, fidelity or agreement of the model with the real system under study is one of the most important characteristics of the model. This means that a conceptual model should present reality as it really is. In the context of queueing system modeling, this means the following: if a real system works for some finite time, then the same should be applied for a model as well; if there can be any traffic intensity including overloading, then a model should be conceived accordingly, etc.

Mathematical basis of the AIRGSSP method

The mathematical basis of the method is offered, as well as some recommendations for practical implementation of the method in a form of a computer program algorithm. Explicitely, the mathematical foundations of the AIRGSSP method are three statements; the first one, the Bernoulli law of large numbers, or the first limit theorem: the frequency of one random event in a many times repeated experiment tends to the probability of that event; the second one, the perception of the behavior of a queueing system as a kind of a stochastic process, and the support for the statistics of stochastic processes; and the third one, the use of an interval estimation of proportion for establishing the control of the simulation result accuracy.

Description of the implementation of the AIRGSSP method

The application of the AIRGSSP method includes the following: development of a conceptual model; definition of performance measures; development of the basic structure of the simulation model; imple-

mentation of a module for the stochastic process statistics; implementation of a module for automatization of independent replications of the simulation experiment; calculation of a number of replications of the simulation experiment; and translation of the model into the computer code.

Conclusion

A detailed description for the practical implementation of the method „Automated Independent Replications with Gathering Statistics of Stochastic Processes" is given. The capacity and advantages of the AIRGSSP method are particularly clear in the cases of modeling and simulation of: heavy-loaded and overloaded systems, complex systems with a large number of possible system states as well as systems engaged for some finite time. These are exactly the systems and working conditions where other methods usually fail.

Key words: *Monte Carlo, Independent Replications, accuracy control, queueing systems.*

Datum prijema članka: 30. 03. 2009.
Datum dostavljanja ispravki rukopisa: 18. 09. 2009.
Datum konačnog prihvatanja članka za objavljivanje: 21. 09. 2009.