

УДК 629.7.615.3

*Н.С. АЩЕПКОВА*, канд. техн. наук, доц., ДНУ им. О. Гончара,  
Днепропетровск

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КРИВОШИПНО-ШАТУННОГО МЕХАНИЗМА

Рассмотрена задача кинематического анализа рычажного механизма. Определены особенности кинематики кривошипно-шатунного механизма. Разработано программное обеспечение для пакета прикладных программ Mathcad. Использование этого пакета позволяет провести кинематический анализ и моделирование движения кривошипно-шатунного механизма с нагрузкой или в режиме холостого хода. Ил.: 6. Табл. 1. Библиогр.: 10 назв.

**Ключевые слова:** рычажный механизм, кривошипно-шатунный механизм, кинематический анализ, режим холостого хода.

**Постановка проблемы и анализ литературы.** В промышленных работах (ПР) применяются рычажные механизмы, состоящие из жестких звеньев, соединенных между собой кинематическими парами преимущественно V класса.

Задачи синтеза рычажных механизмов ПР и их кинематический анализ, относящиеся к теории механизмов и машин, требуют больших объемов вычислений. К сожалению, современные пакеты решения инженерных задач не содержат приемлемого обеспечения для решения подобных задач. В связи с этим актуальна разработка программного обеспечения для кинематического анализа механизмов ПР с использованием универсальных сред для решения инженерных задач, располагающих достаточно широким спектром инструментальных, информационных и графических средств.

При синтезе механизма ПР проектируется кинематическая схема, удовлетворяющая требуемым законам движения звеньев. В процессе синтеза решаются две основные задачи [1]:

- 1) Выбор структуры, т.е. построение конструкции рычажного механизма. Определение числа и вида кинематических пар.
- 2) Выбор размера и форм звеньев, обеспечивающих требуемые законы их движения.

На начальной стадии синтеза при выборе структуры механизма конструктор рассматривает четырехзвенные механизмы с кинематическими парами V класса [2]. Если с помощью таких

механизмов решить задачу нельзя, схема усложняется применением пятизвенных или многозвенных конструкций [3]. Кинематический анализ необходимо проводить для каждого рассматриваемого варианта конструкции и всех возможных законов движения ведущего звена [4].

Кинематическое исследование механизма заключается в изучении движения звеньев и (или) особых точек звеньев без учета действующих на механизм сил. Традиционные методы кинематического анализа механизмов: аналитический, графоаналитический, графический [5].

При традиционном методе расчета проводят кинематический анализ для восьми или двенадцати положений ведущего звена [3, 5]. Пакет прикладных программ Mathcad позволяет рассчитать координаты звеньев или особых точек рычажных механизмов в зависимости от изменения угла ведущего звена с любым шагом [6].

Система встроенных функций Mathcad позволяет выполнить символьное дифференцирование [7], т.е. вычислить скорости и ускорения особых точек рычажных механизмов; что даёт возможность рассчитать траектории заданных точек механизмов [8]. Эти результаты позволяют оценить пределы досягаемости схвата ПР, и выбрать допустимую траекторию движения. В [9] отмечается, что оптимальная траектория движения ПР состоит из отдельных фрагментов, которые должны быть непрерывны по положению, скорости и ускорению для достижения плавности движений робота.

Роботы, применяемые на космических аппаратах, также могут быть представлены как рычажные механизмы [10], т. е. разработанный метод может быть использован не только для ПР.

**Цель статьи** – разработка метода и программного обеспечения для кинематического анализа механизма ПР в пакете прикладных программ Mathcad.

**Кинематические схемы и начальные условия.** В качестве примера рассмотрим распространенный кривошипно-шатунный (кривошипно-ползунный) механизм. Задачи кинематического анализа состоят в определении положений звеньев, включая определение траекторий отдельных точек звеньев, скоростей и ускорений. При этом считаются известными законы движения начальных звеньев и кинематическая схема механизма.

Рассмотрим перемещение звеньев кривошипно-шатунного механизма с заданными размерами (рис. 1).

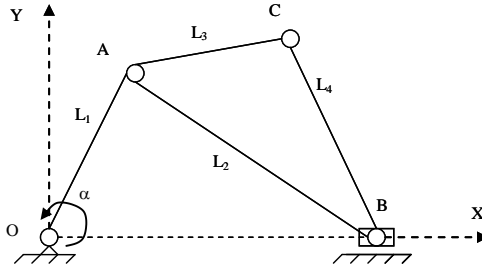


Рис. 1. Схема кривошипно-шатунного механизма

Допустим, что начальное положение ведущего звена – кривошипа  $\alpha_0 = 62^\circ$ . Размеры звеньев кривошипно-шатунного механизма соответственно  $L_1 = 0.1$  м и  $L_2 = 0.35$  м. Требуется определить положение, скорость и ускорение ведомого звена (точки  $B$  ползуна) кривошипно-шатунного механизма.

**Алгоритм аналитического решения.** Предложена методика формализации процесса кинематического анализа рычажных механизмов. Процесс решения разбиваем на этапы (вычислительные процедуры). Для определения положения, скорости и ускорения ведомого звена ползуна кривошипно-шатунного механизма нужно выполнить следующие действия:

1) Составить уравнения связей звеньев механизма в векторной форме

$$\overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB}.$$

2) Представить уравнения связей звеньев механизма в координатной форме:

$$X_a = L_1 \cdot \cos(\alpha); Y_a = L_1 \cdot \sin(\alpha);$$

$$X_b = X_a + \sqrt{L_2^2 - Y_a^2} = L_1 \cdot \cos(\alpha) + \sqrt{L_2^2 - (L_1 \cdot \sin(\alpha))^2}.$$

3) Определить линейную скорость ползуна. Для этого необходимо продифференцировать соответствующее уравнение связи:

$$X'_b = -L_1 \cdot \sin(\alpha) \cdot \alpha' - \left( L_2^2 - (L_1 \cdot \sin(\alpha))^2 \right)^{-0.5} \cdot L_1^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot \alpha'.$$

4) Определить линейное ускорение ползуна. Для этого необходимо продифференцировать соответствующее выражение скорости:

$$X_b'' = (X_b') = \left( -L_1 \sin(\alpha) \cdot \alpha - \frac{L_1^2 \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot \alpha'}{\sqrt{L_2^2 - (L_1 \sin(\alpha))^2}} \right)'$$

**Алгоритм решения в Mathcad.** Для решения данной задачи с использованием среды Mathcad необходимо выполнить следующие основные этапы:

1) Определение размеров звеньев кривошипно-шатунного механизма.

2) Определение закона движения и начального углового положения кривошипа.

Зададим размеры звеньев кривошипно-шатунного механизма, закон движения ведущего звена – кривошипа, начальный угол положения кривошипа, уравнения связей звеньев кривошипно-шатунного механизма в векторной и координатной формах (рис. 2). Угловые координаты необходимо представить в радианах, т.е. разделить градусную величину на 180 и умножить на  $\pi$ .

3) Составление уравнения связей звеньев кривошипно-шатунного механизма в координатной форме.

4) Определение координат особых точек звеньев кривошипно-шатунного механизма в зависимости от времени или от угла поворота ведущего звена (рис. 3, 4).

5) Составление аналитического выражения для вычисления скорости особой точки ползуна путём символического дифференцирования в среде Mathcad уравнения координаты ползуна. Вычисление скорости особой точки ведомого звена для заданного угла поворота кривошипа (рис. 5).

6) Составление аналитического выражение для вычисления ускорения особой точки ползуна путём символического дифференцирования в среде Mathcad уравнения скорости ползуна. Вычисление ускорения особой точки ведомого звена для заданного угла поворота кривошипа (рис. 6). Моделирование движения кривошипно-шатунного механизма с нагрузкой или в режиме холостого хода.

7) Представление в табличном, аналитическом или графическом виде искомых параметров кинематического анализа.

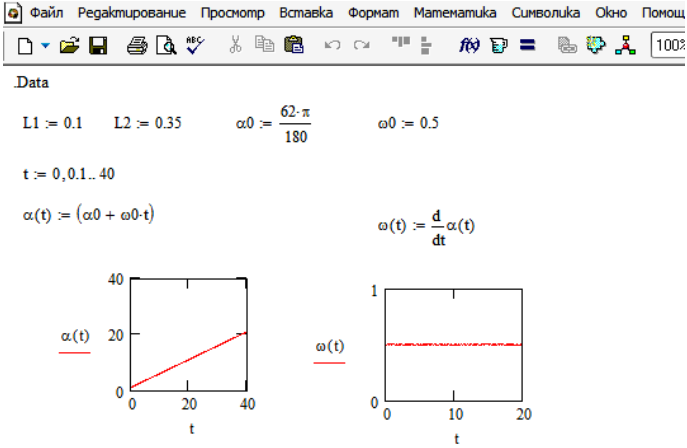


Рис. 2. Определение исходных данных для кинематического анализа кривошипно-шатунного механизма

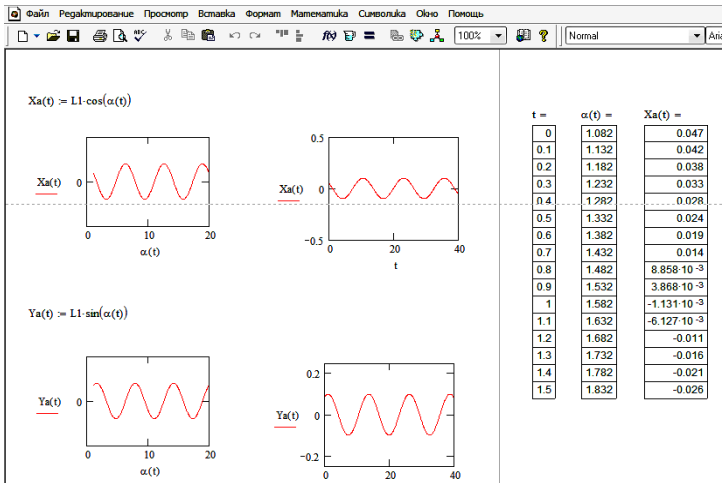


Рис. 3. Определение координат особых точек ведущего звена кривошипно-шатунного механизма

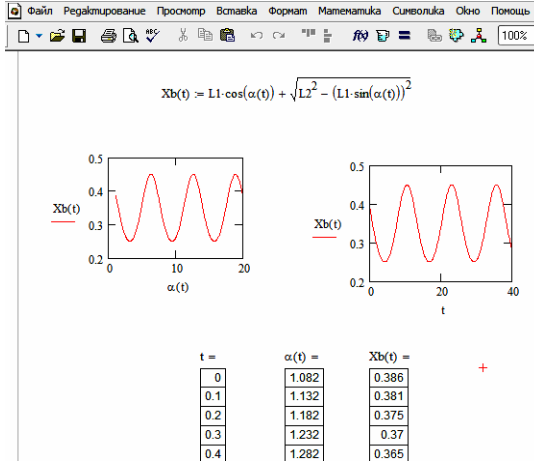


Рис. 4. Определение координат особых точек ведомого звена кривошипно-шатунного механизма

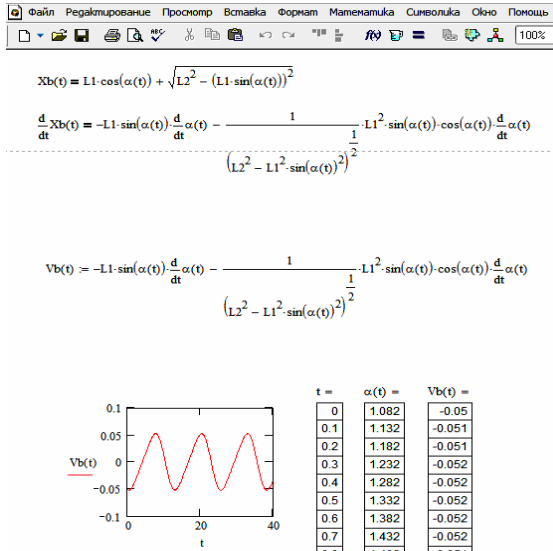


Рис. 5. Определение скорости особой точки ведомого звена кривошипно-шатунного механизма

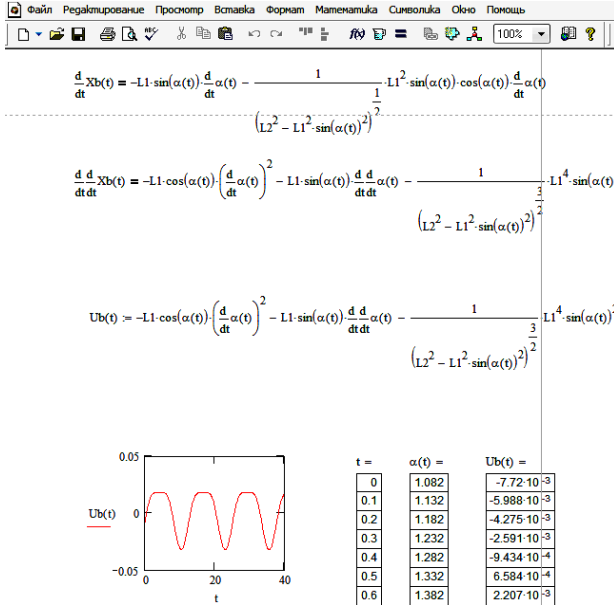


Рис. 6. Определение ускорения особой точки ведомого звена кривошипно-шатунного механизма

Таблица

Результаты кинематического анализа

Угол поворота кривошипа, $\alpha^\circ$	Координата ползуна, $X_b$ , м	Скорость ползуна, $V_b$ , м/с
0°	0.45	0
90°	0.335	-0.05
180°	0.25	0
270°	0.335	0.05

**Выводы.** Разработанное программное обеспечение для пакета прикладных программ Mathcad позволяет эффективно решать задачи кинематического анализа кривошипно-шатунного механизма. Решение задач разбивается на простые вычислительные процедуры. Контроль за правильностью расчета легко выполнять самостоятельно на каждом этапе решения. Кроме того, данное программное обеспечение позволяет провести моделирование движения кривошипно-шатунного механизма с

нагрузкой или в режиме холостого хода. Результаты моделирования допускают анимацию и импорт данных.

Приведены расчетные примеры, подтверждающие эффективность использования пакета прикладных программ Mathcad для решения данного типа задач.

Использование среды Mathcad позволяет не только выполнять инженерные расчеты, но и использовать его при обучении студентов, прививая им умения и навыки решения традиционных инженерных задач с использованием ЭВМ.

**Список литературы:** 1. Юревич Е.И. Основы робототехники / Е.И. Юревич. – Ленинград: Машиностроение, 1985. – 271 с. 2. Детали и механизмы роботов. Основы расчета, конструирования и технологии производства: учеб. пособие / Р.С. Веселков, Т.Н. Гонтаровская, В.П. Гонтаровский и др. / под. ред. Б.Б. Самотокина. – К.: Вища школа, 1990. – 343 с. 3. Бурдаков С.Ф. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов / С.Ф. Бурдаков, В.А. Дьяченко, А.Н. Тимофеев. – М.: Высшая школа, 1986. – 264 с. 4. Сокол Г.И. Теория механізмів робототехнічних систем. Кінематика: Навч. посібник / Г.І. Сокол. – Дніпропетровськ: РВВ ДНУ, 2002. – 92 с. 5. Евдокимов Ю.И. Кинематический анализ плоских рычажных механизмов: Методические указания / Ю.И. Евдокимов. – Новосибирск: Изд-во Новосиб. гос. аграр. ун-та, 2010. – 27 с. 6. Котлярский Л.Н. MathCad. Решение инженерных и экономических задач / Л.Н. Котлярский. – СПб.: Питер. – 2005. – 388 с. 7. Кудрявцев Е.М. Mathcad 2000 Pro / Е.М. Кудрявцев. – М.: ДМК Пресс. – 2001. – С. 530-540. 8. Эйзенштис А.А. MathCad 2000. Руководство пользователя / А.А. Эйзенштис. – М.: ДМК Пресс. – 2001. – 570 с. 9. Шахинпур М. Курс робототехники. Пер. с англ. / М. Шахинпур. – М.: Мир, 1990. – 527 с. 10. Ащепкова Н.С. Математическая модель движения космического аппарата с манипулятором / Н.С. Ащепкова, Ю.Д. Шептун // Космічна наука та технологія. – 1997. – Т. 3. – № 5/6. – С. 34-42.

**Bibliography (transliterated):** 1. Jurevich E.I. Osnovy robototekhniki / E.I. Jurevich. – Leningrad: Mashinostroenie, 1985. – 271 s. 2. Detali i mehanizmy robotov. Osnovy rascheta, konstruirovaniya i tehnologii proizvodstva: ucheb. posobie / R.S. Veselkov, T.N. Gontarovskaja, V.P. Gontarovskij i dr. / pod. red. B.B. Samotokina. – K.: Vishha shkola, 1990. – 343 s. 3. Burdakov S.F. Proektirovanie manipulyatorov promyshlennyh robotov i robotizirovannyh kompleksov / S.F. Burdakov, V.A. D'jachenko, A.N. Timofeev. – M.: Vysshaja shkola, 1986. – 264 s. 4. Sokol G.I. Teorija mehanizmv robototekhnichnih sistem. Kinematika: Navch. posibnik / G.I. Sokol. – Dnipropetrovs'k: RVV DNU, 2002. – 92 s. 5. Evdokimov Ju.I. Kinematicheskij analiz ploskih rychaznyh mehanizmov: Metodicheskie ukazaniya / Ju.I. Evdokimov. – Novosibirsk: Izd-vo Novosib. gos. agrar. un-ta, 2010. – 27 s. 6. Kotljarskij L.N. MathSad. Reshenie inzhenernyh i jekonomicheskij zadach / L.N. Kotljarskij. – SPb.: Piter. – 2005. – 388 s. 7. Kudrjavcev E.M. Mathcad 2000 Pro / E.M. Kudrjavcev. – M.: DMK Press. – 2001. – S. 530-540. 8. Jeizenshpis A.A. MathSad 2000. Rukovodstvo pol'zovatelja / A.A. Jeizenshpis. – M.: DMK Press. – 2001. – 570 s. 9. Shahinpur M. Kurs robototekhniki. Per. s angl. / M. Shahinpur. – M.: Mir, 1990. – 527 s. 10. Ashhepkova N.S. Matematicheskaja model' dvizhenija kosmicheskogo apparata s manipulyatorom / N.S. Ashhepkova, Ju.D. Sheptun // Kosmichna nauka ta tehnologija. – 1997. – T. 3. – № 5/6. – S. 34-42.

Поступила (received) 30.11.2014



*Статью представила д-р техн. наук, проф., профессор кафедры  
механотроники ДНУ Сокол Г.И.*

Ashhepkova Natalja, Cand.Tech.Sci., Docent  
Dnepropetrovsk national university by O. Gonchar  
Str. Budjonniy, 16/44, Dnepropetrovsk, Ukraine, 49102  
Tel.: (066) 292-01-47, e-mail: ashhepkova\_natalja@rambler.ru  
ORCID ID: 0000-0002-1870-1062