

УДК 004.832.34

*I.С. СКАРГА-БАНДУРОВА*, канд. техн. наук, доц., ТІ СНУ  
ім. В. Даля, Сєвєродонецьк

## **ІНТЕГРОВАНІЙ ПІДХІД ДО ПОЄДНАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТЕЙ З ВИКОРИСТАННЯМ ФУНКЦІЙ ДОВІРИ**

Стаття присвячена теоретичним аспектам обґрунтування рішень при наявності конкуруючих гіпотез. В контексті задач дослідження розглянуті особливості прийняття рішень з використанням структур довіри. Виділена проблема конфліктів, яка є невіршуваною в класичній моделі. Удосконалена модель прийняття рішень шляхом використання додаткової процедури їх комбінунання. Табл.: 1. Бібліогр.: 28 назв.

**Ключові слова:** поєднання невизначеностей, гіпотеза, прийняття рішень, структура довіри, модель.

**Постановка проблеми та аналіз літератури.** Більшість моделей прийняття рішень, заснованих на функціях довіри, містять виявлення суб'єктивних даних від групи експертів на основі якісних переваг. Враховуючи, що однією з основних причин використання груп є припущення, що в поєднанні судження групи перевершує особисті судження, то питання синтезу, оцінки та досягнення консенсусу стають актуальними. У загальному випадку процес вилучення знань містить урахування індивідуальних невизначеностей експертів, невідповідності їх думок і комбінунання рішень для досягнення консенсусу. На завершальному етапі, коли потрібно узагальнити всі судження, звичайна роз'єднаність в значній мірі ускладнює прийняття остаточного рішення.

Незважаючи на значну кількість академічних робіт [1 – 10] і глибокі методологічні розробки основних концепцій теорії прийняття рішень, на сьогоднішній день ряд рішень все ще потребує теоретичного обґрунтування. До таких рішень відносять вибір в умовах невизначеності, темпоральний (межчасовий) вибір, вибір при наявності конкуруючих гіпотез та комплексні рішення.

У теорії прийняття рішень підхід на основі доказових міркувань (evidential reasoning approach) являє собою методологію аналізу множинних атрибутів рішення, що враховують як кількісні, так і якісні критерії в умовах невизначеності, включаючи неосвіченість і випадковість [11 – 13]. Пояснення ситуацій при цьому проводиться на підставі поточної інформації і ступеня впевненості в ній, а ступінь довіри і висновки можуть змінюватися залежно від накопиченої інформації [14].

При цьому аргументація являє собою пізнавальну процедуру прийняття гіпотез, або абдукції. Неформально абдукція окреслюється знаходженням кращого пояснення отриманим даним [15], тобто необґрунтованим (unsound) правилом виводу і, отже, висновок не обов'язково є істиною для кожної інтерпретації, при якій істинні передумови [16]. Більш формально, абдукція це пошук припущень  $G$ , які в поєднанні з деякою теорією  $T$  досягають деякого набору цілей, не викликаючи певних протиріч [17, 18].

Найчастіше завдання абдукції розглядається як задача знаходження множини мінімальних пояснень спостережуваних подій на основі наявних знань і обмежень для представлення результатів [15, 19, 20]. Формалізація абдукції засобами двозначної логіки предикатів першого порядку виглядає наступним чином [21]:

Нехай  $D$  – множина спостережуваних фактів,  $T$  – деяка задана теорія,  $G$  – множина гіпотез. Тоді множина висловлювань  $E$  називається абдуктивним поясненням  $D$ , якщо і тільки якщо для нього виконуються наступні умови:  $E$  міститься в  $G$ , з об'єднання  $T$  і  $E$  виводиться  $D$ ,  $T$  і  $E$  – несуперечливі.

Таким чином, завдання отримання абдуктивного пояснення зводиться до знаходження  $E$ . Дане завдання передбачає, що спочатку для отримання пояснення (ап'юріорної оцінки) використовується вже наявна інформація (статистичні та експериментальні дані, або експертні оцінки). Потім ап'юріорна оцінка об'єднується з новою інформацією.

Отримана оцінка може об'єднувати інформацію загального характеру, різні припущення і судження, висловлені експертами, а також дані, що стосуються безпосередньо розглянутого об'єкта. На цьому етапі виникає проблема об'єднання припущень і конкуруючих гіпотез, яка в ряді випадків може бути ефективно вирішена за допомогою теорії функції довіри Демпстера-Шафера [22, 23].

**Мета роботи** – розробка підходу до автоматичного комбінування гіпотез з використанням функцій довіри.

**Особливості класичної моделі довіри.** Структура довіри Демпстера-Шафера визначена в просторі  $X$ , що складається з набору  $n$  ненульових підмножин  $B_j, j = 1, \dots, n$ , званих фокальними елементами і відображення  $m$  (basic belief assignment), званого основною функцією призначення ймовірностей, мірою довіри [16] або масою ймовірності [24], визначеної як:

$$m: 2^X \rightarrow [0,1],$$

такої, що

$$\sum_{j=1}^n m(B_j) = 1, \quad \forall B_j \subseteq X,$$

$$m(A) = 0, \quad \forall A \neq B_j.$$

Модель структури довіри [13] є розподіленою оцінкою з рівними довіри для представлення ефективності альтернативи за обраним критерієм. Припустимо, що критерій оцінюється повним набором можливих ситуацій з  $n$  оцінними класами,  $H = \{H_1; H_2; \dots; H_j; \dots; H_n\}$ , де  $H_j$  це  $j$ -й оцінний клас.

Без втрати спільності, передбачається, що  $H_n$  переважніше за  $H_{n+1}$ . Дана оцінка для критерію  $c$  математично може бути представлена у вигляді наступного розподілу:

$$S(c) = \{F(H_j, m(B_j))\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (1)$$

де  $m(B_j) \geq 0$ ,  $\sum_{j=1}^N m(B_j) \leq 1$ .

Функція (1) означає, що критерій  $c$  оцінюється для класу  $H_n$  з рівнем довіри  $m(B_j)$ . Оцінка  $S(c)$  є повною, якщо  $\sum_{j=1}^N m(B_j) = 1$  і неповною, якщо

$\sum_{j=1}^N m(B_j) < 1$ . Особливим випадком є  $\sum_{j=1}^N m(B_j) = 0$ , який являє собою

повне ігнорування критерію  $c$ .

Зі структурами довіри, традиційно, асоційовані дві міри –  $Pls$  (plausibility) і  $Bel$  (belief) [23].

Міра  $Pls$  визначається як  $Pls : 2^X \rightarrow [0,1]$ , така, що:

$$Pls(A) = \sum_{A \cap B_j \neq \emptyset} m(B_j).$$

Аналогічно, міра довіри  $Bel$  визначається як  $Bel : 2^X \rightarrow [0,1]$ , така, що:

$$Bel(A) = \sum_{B_j \subseteq A} m(B_j).$$

$Bel$  являє собою точну підтримку  $A$ , у той час як  $Pls$  являє собою можливу підтримку  $A$ . За допомогою цих мір можливе представити інтервал довіри  $A$  у вигляді  $[Bel(A), Pls(A)]$ . Даний інтервал розглядається відповідно як нижній і верхній рівні довіри  $A$ .

Модель Шафера визначає розрізнявальний фрейм  $\Theta$ , як простір всіх можливих рішень. Правило Демпстера дозволяє для кожної сукупності вихідних підмножин (фокальних елементів) на всій множині вихідних даних сформулювати результуючі підмножини і обчислити для них ступені впевненості (комбіновані міри довіри (маси ймовірності)). Правило Демпстера є універсальним для комбінування гіпотез  $X, Y$  і виконується шляхом ортогонального підсумовування відповідних їм мір довіри  $m_1$  і  $m_2$ :

$$m_{12}(A) = \frac{\sum_{X \cap Y = A} m_1(X)m_2(Y)}{1 - k_{12}}, \quad (2)$$

де

$$k_{12} = \sum_{X \cap Y = A} m_1(X)m_2(Y). \quad (3)$$

Основною проблемою використання даного підходу при проектуванні автоматизованих систем підтримки прийняття рішень є наявність нормувального фактору  $(1 - k_{12})$ , який повністю ігнорує конфлікти.

Практично, при  $k_{12}$  рівному одиниці, правило комбінування свідочств (2) математично не визначається.

### **Поєднання невизначеностей з використанням функцій довіри.**

Для вирішення даної проблеми було розглянуто ряд моделей комбінування гіпотез: Дюбуа, Лефевра, Мерфі, Сметс і Ягера [25 – 28]. В результаті запропоновано використовувати комбінацію модифікацій свідочств Лефевра і Ягера, застосовуючи наступну процедуру:

1. Розраховується загальна кількість конфліктів щодо кон'юнктивного консенсусу по (3), де  $X, Y \in 2^\Theta$ .

2. Здійснюється комбінування гіпотез на підмножині розрізняльського фрейму  $(A \neq \emptyset) \subseteq \Theta$  з відповідним набором коефіцієнтів  $\varpi_m(A) \in [0,1]$ :

$$m(\emptyset) = \varpi_m(\emptyset)k_{12},$$

$$m(A) = \sum_{X \cap Y = A} m_1(X)m_2(Y) + \varpi_m(A)k_{12},$$

де  $\forall (A \neq \emptyset) \in 2^\Theta$  і  $\sum_{A \subseteq \Theta} \varpi_m(A) = 1$ .

Використання даної процедури дозволяє представити правило комбінації, вибравши певний набір коефіцієнтів.

3. Проводиться розрахунок за правилом Ягера, шляхом вибору  $\varpi_m(\Theta) = 1$  і  $\varpi_m(A \neq \Theta) = 0$ :

$$m(A) = \sum_{X \cap Y = A} m_1(X)m_2(Y),$$

$$m(\Theta) = m_1(\Theta)m_2(\Theta) + \sum_{X \cap Y = A} m_1(\Theta)m_2(\Theta) = \varpi(\Theta) + \varpi(\emptyset), \text{ якщо } A = \Theta,$$

де  $\forall A \in 2^\Theta$ ,  $A \neq \emptyset$ .

Наприклад, для наборів  $\{s_1, s_2, s_4\}$ ,  $\{s_2, s_3, s_4\}$ ,  $\{s_2, s_4\}$  можливі перетини фокальних елементів  $X_1 \cap Y_2$ ,  $X_1, Y_2 \subseteq \Theta$  представлені у табл.

Таблиця

Можливі перетини фокальних елементів  $X, Y$

		$m_1(X)$		
		$m_1(x_1)$	$m_1(x_2)$	$m_1(x_3)$
$m_2(Y)$	$\{s_1, s_2, s_4\}$	$\{s_1, s_2, s_4\}$	$\{s_2, s_3, s_4\}$	$\{s_2, s_4\}$
	$\{s_1, s_2, s_4\}$	$\{s_1, s_2, s_4\}$	$\{s_2, s_4\}$	$\{s_2, s_4\}$
	$\{s_2, s_3, s_4\}$	$\{s_2, s_4\}$	$\{s_2, s_3, s_4\}$	$\{s_2, s_4\}$
	$\{s_2, s_4\}$	$\{s_2, s_4\}$	$\{s_2, s_4\}$	$\{s_2, s_4\}$

$$m(\{s_1, s_2, s_4\}) = m_1(x_1) \cdot m_2(y_1),$$

$$m(\{s_2, s_3, s_4\}) = m_1(x_2) \cdot m_2(y_2),$$

$$m(\{s_2, s_4\}) = m_1(x_2) \cdot m_2(y_1) + m_1(x_3) \cdot m_2(y_1) + m_1(x_1) \cdot m_2(y_2) + m_1(x_3) \cdot m_2(y_2) + m_1(x_1) \cdot m_2(y_3) + m_1(x_2) \cdot m_2(y_3) + m_1(x_3) \cdot m_2(y_3).$$

**Висновки.** Представлено задачу обґрунтування рішень при наявності конкуруючих гіпотез. Запропоновано об'єднану процедуру комбінації гіпотез з використанням модифікацій свідочств Лефевра і Ягера. Даний підхід дозволяє представити проблему конфліктів принципово вирішуваною для алгоритмізації та подальшого використання в автоматизованих системах підтримки прийняття рішень.

- Список літератури 1.** Демидова Л.А. Принятие решений в условиях неопределенности / Л.А. Демидова, В.В. Кираковский, А.Н. Пылькин. – М.: Горячая Линия – Телеком, 2012. – 288 с. **2.** Катулев А.Н. Математические методы в системах поддержки принятия решений / А.Н. Катулев, Н.А. Северцев. – М.: Высшая школа, 2005. – 312 с. **3.** Есиков О.В. Модели и методы поддержки принятия решений / О.В. Есиков, А.С. Кислицын, В.Г. Кузнецов, А.В. Пружинин – М.: Радиотехника, 2010. – 192 с. **4.** Петровский А.Б. Теория принятия решений / А.Б. Петровский. – М.: Академия, 2009. – 400 с. **5.** Саати Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях. Аналитические сети / Т.Л. Саати. – М.: Либроком, 2011. – 360 с. **6.** Chen Z. Computational intelligence for decision support / Z. Chen // The CRC Press, 2000. – 400 p. **7.** Cruz J. Constraint reasoning for differential models / J. Cruz // IOS Press, 2005. – 244 p. **8.** Введение в нормативную теорию принятия решений. Методы и модели: моногр. / В.В. Крючковский, Э.Г. Петров, Н.А. Соколова, В.Е. Ходаков; под ред. Э.Г. Петрова. – Херсон: Гринь Д.С., 2013. – 284 с. **9.** Phillips-Wren G. Intelligent decision making Studies in Computational Intelligence // G. Phillips-Wren, N. Ichalkaranje – 2008. – Vol. 97. – 424 p. **10.** Power D.J. Decision Support Systems: Concepts and Resources for Managers / D.G. Power. – Praeger, 2002. – 272 p. **11.** Srivastava R.P. An Introduction to Evidential Reasoning for Decision Making under Uncertainty: Bayesian and Belief Functions Perspectives / R.P. Srivastava // International Journal of Accounting Information Systems. – 2010. – Vol. 12. – P. 126-135. **12.** Liu X.-B. Evidential Reasoning Approach for MADA under Group and Fuzzy Decision Environment / X.-B. Liu, Mi Zhou, J.-B. Yang // Advances in Intelligent Decision Technologies Smart Innovation, Systems and Technologies. – 2010. – Vol. 4. – P. 209-214. **13.** Yang J.B. The evidential reasoning approach for MADA under both probabilistic and fuzzy uncertainties / J.B. Yang, Y.M. Wang, D.L. Xu, K.S. Chin // European Journal of Operational Research. – 2006. – Vol. 171. – P. 309-343. **14.** Skarga-Bandurova I. Belief Structure and Its Application to Critical Infrastructure Management / I. Skarga-Bandurova // XXIII Int. Conf. Problems of Decision Making Under Uncertainties (PDMU-2014). – К.: Taras Shevchenko National Univ. of Kyiv, 2014. – P. 41. **15.** Inoue K. Discovering rules by meta-level abduction / K. Inoue, K. Furukawa, I. Kobayashi, and H. Nabeshima // 19th International Conference, ILP 2009 Leuven, Belgium, July 02-04, 2009 Revised Papers. – 2009. – P. 49-64. **16.** Люгер Д.Ф. Искусственный интеллект: Стратегии и методы решения сложных проблем. 4-е изд. / Д.Ф. Люгер. – М.: Изд. дом "Вильямс", 2003. – 864 с. **17.** Eshghi K. A tractable class of abductive problems / K. Eshghi // In Proc. IJCAI'93. – 1993. – Vol. 1. – P. 3-8. **18.** Stickel M.E. Upside-down meta-interpretation of the model elimination theorem-proving procedure for deduction and abduction / M.E. Stickel // Journal of Automated Reasoning. – 1994. – 13 (2). – P. 189-210. **19.** Inductive logic programming: 19th International Conference, ILP 2009 / L. De Raedt (Ed.). – Belgium: Springer. – 2010. – 257 p. **20.** Tamaddoni-Nezhad A. Application of abductive ILP to learning metabolic network inhibition from temporal data / A. Tamaddoni-Nezhad, R. Chaleil, A. Kakas, S. Muggleton // Machine Learning. – 2006. – Vol. 65. – P. 209-230. **21.** Конверський А.Є. Логіка: підручн. для студентів юридичн. факульту / А.Є. Конверський. – К.: Центр навч. літерат., 2004. – 304 с. **22.** Dempster A.P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping // Ann. Math. Stat. – 1967. – Vol. 38. – P. 325-339. **23.** Shafer G. A Mathematical Theory of Evidence / G. Shafer. – Princeton University Press, Princeton, 1976. – 314 p. **24.** Коваленко І.І. Методи експертного оцінювання сценаріїв: учеб. посібник / І.І. Коваленко, А.В. Швед. – Миколаїв: ЧДУ ім. П. Могили, 2012. – 156 с. **25.** Dubois D. Representation and combination uncertainty with belief functions and possibility measures / D. Dubois, H. Prade // Computation Intelligence. – 1988. – Vol. 4. – P. 244-264. **26.** Lefevre E. Belief functions combination and conflict management / E. Lefevre, O. Colot, P. Vannooenberghe // Information Fusion. – 2002. – Vol. 3 (2). – P. 149-162. **27.** Murphy C. Combining belief functions when evidence conflicts / C. Murphy // Decision support systems. – 2000. – Vol. 29. – P. 1-9. **28.** Smets P. The transferable belief model / P. Smets, R. Kennes // Pattern analysis and Machine Intelligence. – 1994. – Vol. 66 (2). – 191-234.

- Bibliography (transliterated):** 1. *Demidova L.A.* Prinjatje reshenij v uslovijah neopredelennosti / *L.A. Demidova, V.V. Kirakovskij, A.N. Pyl'kin.* – M.: Gorjachaja Linija – Telekom, 2012. – 288 s.
2. *Katulev A.N.* Matematicheskie metody v sistemah podderzhki prinjatija reshenij / *A.N. Katulev, N.A. Severcev.* – M.: Vysshaja shkola, 2005. – 312 s. 3. *Esikov O.V.* Modeli i metody podderzhki prinjatija reshenij / *O.V. Esikov, A.S. Kislicyn, V.G. Kuznecov, A.V. Pruzhinin* – M.: Radiotekhnika, 2010. – 192 s. 4. *Petrovskij A.B.* Teorija prinjatija reshenij / *A.B. Petrovskij.* – M.: Akademiya, 2009. – 400 s. 5. *Saati L.* Prinjatje reshenij pri zavisimostjah i obratnyh svyazjah. Analiticheskie seti / *T.L. Saati.* – M.: Librokom, 2011. – 360 s. 6. *Chen Z.* Computational intelligence for decision support / *Z. Chen* // The CRC Press, 2000. – 400 p. 7. *Cruz J.* Constraint reasoning for differential models / *J. Cruz* // IOS Press, 2005. – 244 p. 8. Vvedenie v normativnuju teoriju prinjatija reshenij i modeli: monogr. / *V.V. Krjuchkovskij, Je.G. Petrov, N.A. Sokolova, V.E. Hodakov; pod red. Je.G. Petrova.* – Herson: Grin' D.S., 2013. – 284 s. 9. *Phillips-Wren G.* Intelligent decision making Studies in Computational Intelligence // *G. Phillips-Wren, N. Ichalkaranje.* – 2008. – Vol. 97. – 424 p. 10. *Power D.J.* Decision Support Systems: Concepts and Resources for Managers / *D.G. Power.* – Praeger, 2002. – 272 p. 11. *Srivastava R.P.* An Introduction to Evidential Reasoning for Decision Making under Uncertainty: Bayesian and Belief Functions Perspectives / *R.P. Srivastava* // International Journal of Accounting Information Systems. – 2010. – Vol. 12. – P. 126-135. 12. *Liu X.-B.* Evidential Reasoning Approach for MADA under Group and Fuzzy Decision Environment / *X.-B. Liu, Mi Zhou, J.-B. Yang* // Advances in Intelligent Decision Technologies Smart Innovation, Systems and Technologies. – 2010. – Vol. 4. – P. 209-214. 13. *Yang J.B.* The evidential reasoning approach for MADA under both probabilistic and fuzzy uncertainties / *J.B. Yang, Y.M. Wang, D.L. Xu, K.S. Chin* // European Journal of Operational Research. – 2006. – Vol. 171. – P. 309-343. 14. *Skarga-Bandurova I.* Belief Structure and Its Application to Critical Infrastructure Management / *I. Skarga-Bandurova* // XXIII Int. Conf. Problems of Decision Making Under Uncertainties (PDMU-2014). – K.: Taras Shevchenko National Univ. of Kyiv, 2014. – P. 41. 15. *Inoue K.* Discovering rules by meta-level abduction / *K. Inoue, K. Furukawa, I. Kobayashi, H. Nabeshima* // 19th International Conference, ILP 2009 Leuven, Belgium, July 02-04, 2009 Revised Papers. – 2009. – P. 49-64. 16. *Ljger D.F.* Isskustvennyj intellekt: Strategii i metody reshenija slozhnyh problem. 4-e izd. / *D.F. Ljger.* – M.: Izd. dom "Vil'jams", 2003. – 864 s. 17. *Eshghi K.* A tractable class of abductive problems / *K. Eshghi* // In Proc. IJCAI'93. – 1993. – Vol. 1. – P. 3-8. 18. *Stickel M.E.* Upside-down meta-interpretation of the model elimination theorem-proving procedure for deduction and abduction / *M.E. Stickel* // Journal of Automated Reasoning. – 1994. – 13 (2). – P. 189-210. 19. Inductive logic programming: 19th International Conference, ILP 2009 / *L. De Raedt* (Ed.). – Belgium: Springer. – 2010. – 257 p. 20. *Tamaddoni-Nezhad A.* Application of abductive ILP to learning metabolic network inhibition from temporal data / *A. Tamaddoni-Nezhad, R. Chaleil, A. Kakas, S. Muggleton* // Machine Learning. – 2006. – Vol. 65. – P. 209-230. 21. *Konvers'kij A.C.* Logika: pidruchn. dlja studentiv juridichn. fakul't / *A.C. Konvers'kij.* – K.: Centr navch. literat., 2004. – 304 s. 22. *Dempster A.P.* Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping // Ann. Math. Stat. – 1967. – Vol. 38. – P. 325-339. 23. *Shafer G.* A Mathematical Theory of Evidence / *G. Shafer.* – Princeton University Press, Princeton, 1976. – 314 p. 24. *Kovalenko I.I.* Metody jekspertnogo ocenivannija scenarijev: ucheb. posobie / *I.I. Kovalenko, A.V. Shved.* – Mikolaiv: ChDU im. P. Mogili, 2012. – 156 s. 25. *Dubois D.* Representation and combination uncertainty with belief functions and possibility measures / *D. Dubois, H. Prade* // Computation Intelligence. – 1988. – Vol. 4. – P. 244-264. 26. *Lefevre E.* Belief functions combination and conflict management / *E. Lefevre, O. Colot, P. Vannoorenbergh* // Information Fusion. – 2002. – Vol. 3 (2). – P. 149-162. 27. *Murphy C.* Combining belief functions when evidence conflicts / *C. Murphy* // Decision support systems. – 2000. – Vol. 29. – P. 1-9. 28. *Smets P.* The transferable belief model / *P. Smets, R. Kennes* // Pattern analysis and Machine Intelligence. – 1994. – Vol. 66 (2). – 191-234.

*Статтю представив д-р техн. наук, проф., зав. каф. комп'ютерної інженерії Технологічного інституту СХУ ім. Даля Рязнцев О.І.*

*Надійшла (received) 04.07.2014*

Skarga-Bandurova Inna, PhD, Associated Professor  
Technological Institute of East Ukrainian National University named after Volodymyr Dahl  
Radyansky ave., 59-a, Siverodonetsk, Luhansk region, Ukraine, 93400  
tel./phone: (064) 522-89-97, e-mail: skarga\_bandurova@ukr.net  
ORCID ID: 0000-0003-3458-8730