Pamukkale Univ Muh Bilim Derg, 21(4), 152-157, 2015

Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi

Pamukkale University Journal of Engineering Sciences

STOKASTİK SIRA-BAĞIMLI HAZIRLIK ZAMANLI MONTAJ HATTI DENGELEME PROBLEMİ

ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM WITH STOCHASTIC SEQUENCE-DEPENDENT SETUP TIME

Zülâl DİRİ[1], Süleyman METE[1], Zeynel Abidin ÇİL[1], Kürşad AĞPAK[1]*

[1]Endüstri Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep, Türkiye.
Zulal-88@hotmail.com, smete@gantep.edu.tr, cilzeynelabidin@gmail.com, agpak@gantep.edu.tr

Geliş Tarihi/Received: 22.10.2014, Kabul Tarihi/Accepted: 11.03.2015 doi: 10.5505/pajes.2015.93723
* Yazışılan yazar/Corresponding author
Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Montaj hattı dengeleme literatüründe hazırlık zamanlarını dikkate alan sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Aynı zamanda bu çalışmalarda hazırlık zamanlarının deterministik olduğu varsayılmıştır. Fakat gerçek uygulamalarda görev ve hazırlık zamanları insan faktörü, makine arızaları, donanım eksikliği ve çevresel faktörler gibi nedenlerden dolayı değişkenlik gösterebilmektedir. Bu nedenle, çalışmada stokastik sıra-bağımlı hazırlık zamanlarını dikkate alan montaj hattı dengeleme problemi incelenmiştir. Problemin çözümüne yönelik bir matematiksel model önerilmiş ve belirli test problemleri üzerinde hesaplama analizleri yapılmıştır.

Anahtar kelimeler: Montaj hattı dengeleme, Hazırlık zamanı, Stokastik

Abstract

There is limited number of papers which consider setup times in assembly line balancing literature. Additionally, in these studies setup times are assumed as deterministic. Nevertheless, task and setup times can include variation due to human factors, machine breakdowns, lack of equipment and environmental factors in real life applications. Therefore, in this study assembly line balancing problem with stochastic sequence-dependent setup time is studied. A mathematical model is proposed for solving the problem and computational analysis is made on certain test problems.

Keywords: Assembly line balancing, Setup time, Stochastic

1 Giriş

Montaj hatları, bir taşıyıcı sistem ile birbirine bağlanan iş istasyonlarından oluşur. Bu istasyonlarda bir ürünün seri bir şekilde montajı gerçekleşir ve her işçi belirli bir görev kümesi üzerinde çalışır. Ürünün üzerinde yapılması gereken görevlerin işlem sıraları öncelik diyagramları ile grafiksel olarak gösterilir. Montaj hatlarının etkin kullanılması üretim performansını doğrudan etkilemekte ve bu durum da rekabet etmeyi kolaylaştırmaktadır. Bu nedenle, montaj hattı dengelenme problemi (MHDP) üretim sistemlerinde önemli bir yer teşkil etmektedir. Genel olarak montaj hatları dengelenirken şu kısıtlar göz önünde bulundurulur: bir istasyona atanan görevlerin toplam süresi çevrim zamanından küçük olmalı (çevrim zamanı kısıtı), bir görev sadece bir istasyona atanabilir (atama kısıtı) ve atama yapılırken görevlerin öncelik ilişkilerinin dikkate alınması gerekmektedir (öncelik ilişkileri kısıtı).

MHDP literatürde birçok şekilde sınıflandırılmıştır. Örneğin Boysen ve diğ. [1] tarafından öncelik diyagramı karakteristiği, istasyon ve hat karakteristiği ve amaç fonksiyonu esas alınarak sınıflandırılmıştır. Battai ve Dolgui [2] ise dengelenen hat sayısı, görev özellikleri, istasyon özelikleri, fizibilite kısıtları, amaç fonksiyonu ve probleme özgü faktörleri dikkate alarak sınıflandırmıştır. Bu sınıflandırmalar içinde yer alan özelliklerden biri de hazırlık zamanlarıdır. Montaj hatlarında hazırlık zamanları genellikle iki ardışık görev arasındaki yürüme mesafesi, geri çekilme süresi, dönme ve kaldırma, ekipman değişimi gibi işlemlerden oluşmaktadır [3]. Literatürde yapılan birçok çalışma hazırlık zamanlarını dikkate almamıştır. Çünkü hazırlık zamanları ile görev zamanları karşılaştırıldığında çok düşük değerlere sahip olduğu düşünülmektedir [4]. Ancak, bir otomobil üreticisinde yapılan bir araştırma yürüme ve geri çekilme sürelerinin toplam üretim süresinin yaklaşık %10-15 oranında yer tuttuğunu göstermiştir [3]. Ayrıca, çevrim zamanının küçük olduğu sistemlerde hazırlık zamanları toplam istasyon süresinin önemli bir kısmını oluşturacaktır [4]. Bu nedenle sıra-bağımlı hazırlık zamanlarının dikkate alınması bulunan dengeleme sonuçlarının pratiğe uygunluğu açısından daha gerçekçi bir yaklaşım sunacaktır.

Montaj hattı dengeleme literatüründe sıra-bağımlı kavramı ilk defa görev zamanları için Scholl ve diğ. [5] tarafından tanımlanmıştır. Diğer taraftan, hazırlık zamanları için sıra-bağımlı MHDP ilk defa Andres ve diğ. [4] tarafından sunulmuştur. Problem için bir matematiksel model geliştirilmiş ve büyük boyutlu problemlerin çözümünde sezgisel yöntemler kullanılmıştır. Sıra-bağımlı hazırlık zamanlarının varlığından dolayı dengelemeye ek olarak görevlerin çizelgelenmesinin de göz önüne alınması gerektiği söylenmiştir. Sıra-bağımlı hazırlık zamanlarının dikkate alınmasının gerekliliği ve bu durumun problemi gerçek uygulamalara yaklaştırdığı vurgulanmıştır. Seyed-Alagheband ve diğ. [6] problemi çevrim zamanının enküçüklenmesi amacı altında incelemiş ve Andres ve diğ. [4] tarafından sunulan modeli modifiye etmiştir. Problemin zorluğu nedeniyle çözüm için bir tavlama benzetimi algoritması sunulmuştur. Scholl ve diğ. [3] hazırlık zamanlarının toplam üretim zamanı içerisindeki öneminden bahsetmiş ve Andres ve diğ. [4]'nin çalışmasına ek olarak hazırlık zamanlarını iki farklı tipte ele almıştır: ileri (forward) ve geri (backward) hazırlık zamanları. Tanımlanan problemin çözümü için yeni bir matematiksel model ve çeşitli sezgisel yaklaşımlar önerilerek karşılaştırılmıştır. Hamta ve diğ. [7] görev sürelerinin dinamik olduğu durum için doğrusal olmayan (nonlinear) matematiksel model önermiştir. Hamta ve diğ. [8] ise Hamta ve diğ. [7]'in çalışması için yeni bir çözüm önerisi olarak parçacık sürü optimizasyon tekniğini sunmuşlardır. Akpınar ve diğ. [9] sıra-bağımlı hazırlık zamanlarını da göz önünde bulundurarak karışık modelli MHDP için karınca kolonisi optimizasyonu ve genetik algoritma tekniklerini birleştirerek yeni bir hibrid metot sunmuşlardır. Yolmeh ve Kianfar [10] sıra-bağımlı hazırlık zamanlı MHDP için dinamik programlama yöntemi ile hibridleştirilmiş genetik algoritma geliştirmiş ve işlerin yapılma sırasının, sıra-bağımlı hazırlık zamanlarının varlığından dolayı görev zamanlarını etkilediğini vurgulamışlardır. Öztürk ve diğ. [11] karışık modelli esnek MHDP'ni sıra-bağımlı hazırlık zamanlarını da dikkate almış ve karışık tam sayılı programlama ve kısıt programlama modellerini çözüm etkinlikleri açısından karşılaştırmışlardır. Çift taraflı MHDP' inde sıra-bağımlı hazırlık zamanlı durum Özcan ve Toklu [12] tarafından ilk defa dikkate alınmıştır. Problemin çözümüne yönelik bir matematiksel model ve COMSOAL tabanlı bir sezgisel sunmuşlardır. Giard ve Jeunet [13] karma modellerde araç sıralama yaparken model değişiminden kaynaklanan hazırlık zamanlarını göz önünde bulundurmuşlardır.

Ayrıca son zamanlarda sıra-bağımlı kavramı demontaj hatlarında da dikkate alınmaya başlanmış ve bu konuda da çalışmalar yapılmıştır. Ancak, demontaj hatlarında ele alınan sıra-bağımlı kavramı görev zamanları için kullanılmaktadır. Demontaj hatlarında hazırlık zamanlarının sıra-bağımlı olduğu durum için herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Görev zamanlarının sıra-bağımlı olduğu demontaj hattı dengeleme problemine ise parçacık sürü optimizasyonu [14], karınca koloni optimizasyonu [15], yapay arı koloni algoritması [16], hibrid genetik algoritma [17] ve tabu arama algoritması [18] gibi sezgisel yaklaşımlar ile çözüm aranmıştır.

Zamanın stokastik olarak alındığı sistemlerin gerçek uygulamalara olan yakınlığından ve hazırlık zamanlarının sistem içerisindeki öneminden yukarıda bahsedilmiştir. Görev zamanları stokastik yapıda olabildiği gibi hazırlık zamanları da stokastik yapıda olabilmektedir. Özellikle, insan faktörüne bağlı olarak yürüyüş, dönüş, kaldırma, makine hazırlama ve ekipman değiştirme gibi aktiviteler hazırlık zamanlarındaki değişkenliği içerebilmektedir. Dahası, donanım ve operatör eksikliği, makine arızaları, eğitimsiz operatör gibi durumlar ve teknolojik gelişmelerdeki belirsizlikler de hazırlık zamanlarında değişkenliğe yol açabilmektedir [19].

Montaj hattı dengeleme literatüründe stokastik görev zamanlı MHDP'leri ile ilgili yapılmış çalışmalara rastlanılmaktadır [1], [2]. Ancak, bildiğimiz kadarıyla stokastik sıra-bağımlı hazırlık zamanlı MHDP ile ilgili herhangi bir çalışma mevcut değildir. Hazırlık zamanları da görev zamanları gibi yukarıda bahsedilen faktörlerden dolayı stokastik yapı gösterebilmektedir. Bu yüzden, görev ve hazırlık zamanlarının stokastik yapıda ele alınması problemi gerçek uygulamalara daha çok yaklaştırmaktadır. Bu çalışmada ilk defa stokastik görev ve sıra-bağımlı hazırlık zamanlı MHDP tanımlanmıştır. Problemin daha iyi anlaşılması ve gelecek çalışmalara temel olması açısından matematiksel olarak ifade edilmesi önem arz etmektedir. Bu nedenle, Andres ve diğ. [4]'in çalışması temel alınarak stokastik sıra-bağımlı hazırlık zamanlı MHDP için bir matematiksel model geliştirilmiştir. Ek olarak Andres ve diğ. [4] modeli geri hazırlık zamanlarını içerecek şekilde modifiye edilmiştir.

Makalenin geri kalan kısmı şu şekilde düzenlenmiştir. İkinci kısmında, stokastik sıra-bağımlı hazırlık zamanlı montaj hattı dengeleme problemi tanımlanmış ve matematiksel model önerilmiştir. Üçüncü bölümde hesaplama analizleri yapılmıştır. Sonuç ve öneriler ise son kısımda verilmiştir.

2 Stokastik Sıra-Bağımlı Hazırlık Zamanlı Montaj Hattı Dengeleme Problemi

Bu kısımda, ilk olarak stokastik sıra-bağımlı hazırlık zamanlı MHDP ayrıntılı bir şekilde tanımlanarak problemin yapısı incelenmiş ve daha sonra mevcut matematiksel modeller de esas alınarak yeni bir matematiksel model önerilmiştir.

2.1 Problem Tanımı

Montaj hatlarında bir istasyona atanan işler öncelik ilişkileri de dikkate alınarak sıralı bir şekilde yapılırlar. Stokastik sıra-bağımlı MHDP'de ise her bir iş yapılmadan önce kendinden önce yapılan işe bağımlı olan bir hazırlıktan sonra yapılabilir. Diğer bir ifadeyle eğer "i" işi "p" işinin hemen öncülü ise ve aynı istasyona atanmışlarsa; "i" işi yapıldıktan sonra "p" işi için bir hazırlık gerekebilir. Bu sebeple istasyon süresini hesaplarken "i" ve "p" işi arasında aynı çevrim içerisindeki hazırlık zamanını (tsu_{ip}) dikkate alınması gerekir. Bu hazırlık zamanı ileri (forward) hazırlık zamanı olarak adlandırılır. Eğer "p" işi istasyona atanan son iş ve "i" işi istasyona atanan ilk iş ise, bir sonraki çevrim "i" işi başlamadan bir hazırlık gerekebilir. Bu hazırlık zamanı da geri (backward) hazırlık zamanı ($tsub_{ip}$) olarak adlandırılır. Bu durumda toplam istasyon zamanı aşağıdaki gibi olacaktır.

$tsub_{ip}$	i	tsu_{ip}	p

Toplam istasyon zamanı= $tsub_{ip} + t_i + tsu_{ip} + t_p$

Andres ve diğ. [4] çalışmasında bu hazırlık zamanlarını her çevrim için aynı kabul etmiş ve yalnızca ileri hazırlık zamanlarını dikkate almışlardır. Scholl ve diğ. [3] ise Andres ve diğ. [4]'in çalışmasını geliştirerek yukarıda gösterilmiş olan geri hazırlık zamanlarını tanımlamışlardır. Her iki çalışmada da hazırlık zamanları deterministik olarak kabul edilmiştir. Fakat insan ve makineden kaynaklı birçok faktöre bağlı olan hazırlık zamanları, değişkenlik ve belirsizlik içerebilmektedir. Görev zamanlarındaki değişkenlik istasyon zamanının çevrim zamanını aşmasına ve görevlerin çevrim zamanı içerisinde tamamlanmamasına sebebiyet verebilir. Söz konusu belirsizliğin hat dengelenirken dikkate alınması bulunan dengenin uygulanabilirliği ve belirsizlikten kaynaklanacak aksaklıkların en küçüklenmesi için fayda sağlayacaktır. Bu nedenle, ilk defa ileri ve geri hazırlık zamanlarındaki belirsizlik dikkate alınarak, sıra-bağımlı hazırlık zamanlı MHDP incelenmiştir. Problemin varsayımları aşağıda sunulmuştur.

1. Görevler arasındaki öncelik ilişkileri belirlidir ve bilinmektedir,
2. Bir görev birden fazla istasyonda yapılamaz,
3. Görevler arasında hazırlık zamanı vardır ve sıra bağımlıdır,
4. Görev ve hazırlık zamanları ortalaması ve varyansı bilinen birbirinden bağımsız normal olasılık dağılımı ile ifade edilmektedir,
5. Görevler bölünemez ve yapılmak zorundadır,
6. Görevler hattın bir tarafında yapılmaktadır.

Dördüncü sıradaki varsayım ile problem deterministik yapıdan farklılık göstermiştir. Bu varsayım ile görev ve hazırlık zamanlarındaki belirsizlik normal olasılık dağılımı ile ifade edilmiştir.

Bu çalışmada ele alınan problem dengelenen hat sayısı tek ve yerleşim olarak düz hat, görev özellikleri açısından sıra-bağımlı hazırlık zamanlı ve stokastik, amaç fonksiyonu olarak ise istasyon sayısının en küçüklenmesi olarak sınıflandırılabilir. Çalışma, Boysen ve diğ. [1] temel alınarak $[\Delta t_{dir},\, t^{sto} \parallel m]$ şeklinde sınıflandırılabilir.

2.2 Matematiksel Model

Bir önceki bölümde varsayımları verilen problem belirli bir"a" üst sınırı, istasyon zamanının çevrim zamanını aşma olasılığı, dikkate alınarak istasyon sayısının en küçüklenmesi amacı altında şans kısıtlı programlama ile modellenmiştir. Detaylı bilgi için Charnes ve Cooper [20], Ağpak ve diğ. [21] ve Özcan U. [22]'un çalışmaları incelenebilir.

Literatürde deterministik durum için sunulan iki modelden şans kısıtlı programlama için daha uygun olan Andres ve diğ. [4]'nin modeli temel alınarak stokastik durum için model geliştirilmiştir. Fakat Andres ve diğ. [4]'nin modelinde yalnız ileri hazırlık zamanları dikkate alınmıştır. Bu çalışmada ise model geri hazırlık zamanlı durumu da kapsayacak şekilde modifiye edilmiştir. Ayrıca modele yeni bir kısıt (10) eklenerek modelin etkinliğinin artırılması amaçlanmıştır. Oluşturulan model aşağıda sunulmuştur.

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{m^{max}} j.\,y_j \tag{1}$$

Kısıtlar

$$\sum_{j=1}^{m^{max}} \sum_{s=1}^{Nm_j} x_{ijs} = 1 \quad \forall(i), \tag{2}$$

$$\sum_{\forall_i \epsilon T_j} x_{ijs} \leq 1 \quad (\forall_j; s = 1, \dots, Nm_j), \tag{3}$$

$$\sum_{\forall_i \epsilon T_j} x_{ij,s+1} \leq \sum_{\forall_i \epsilon T_j} x_{ijs} \quad (\forall_j; s = 1, \dots, Nm_j - 1), \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{m^{max}} \sum_{s=1}^{Nm_j} (NT.(j-1)+s).\,x_{ijs} \leq \sum_{j=1}^{m^{max}} \sum_{s=1}^{Nm_j} (NT.(j-1)+s).\,x_{kjs}$$
$$\forall (i,k) \in P, \tag{5}$$

$$\sum_{\forall i \epsilon T_j} \sum_{s=1}^{Nm_j} t_i\,.\,x_{ijs} + \sum_{\forall (i,k)|(i \neq k) \wedge (i,k \epsilon T_j)} tsu_{ik}.\,z_{ikj} + \sum_{\forall (i,k)|(i \neq k) \wedge (i,k \epsilon T_j)} tsub_{ik}.\,zb_{ikj}$$
$$\leq TC.\,y_j, \quad (j = 1, \dots, m^{max}), \tag{6}$$

$$x_{ijs} + x_{kj,s+1} \leq 1 + z_{ikj}$$
$$(\forall_j; s = 1, \dots, Nm_j - 1;\ \forall (i,k)|(i \neq k) \wedge (i,k \epsilon T_j) \wedge (k \notin PT_i)), \tag{7}$$

$$x_{ijs} - \sum_{\forall_k \in T_j|(i \neq k) \wedge (k \notin PT_i)} x_{kj,s+1} \leq w_{ij}$$
$$(\forall j; s = 1, \dots, Nm_j - 1;\ \forall\, i \in T_j), \tag{8}$$

$$w_{ij} + x_{kj1} \leq 1 + zb_{ikj}$$
$$(\forall_j;\ \forall (i,k)|(i \neq k) \wedge (i,k \epsilon T_j) \wedge (i \notin PT_k)), \tag{9}$$

$$y_{j+1} \leq y_j \qquad (j = 1, \dots, m^{max} - 1), \tag{10}$$

$$x_{ijs},\, y_j,\, z_{ikj},\, zb_{ikj},\, w_{ij} \in \{0,1\}$$
$$i, k = 1, \dots, N;\ j = 1, \dots, m^{max};\ s = 1, \dots, Nm_j \tag{11}$$

Verilen amaç fonksiyonu altında kısıt (2), atama kısıtıdır ve her bir görevin sadece bir istasyona atanmasını sağlar. Diğer bir deyişle, bir görev bir istasyon içerisindeki yalnızca bir pozisyona atanabilir. Kısıt (3), istasyondaki pozisyona birden fazla görevin atanmamasını sağlar. İstasyona atanma işleminin sıralı bir şekilde olması kısıt (4) ile sağlanır. Yani istasyon içerisindeki bir pozisyona atama yapılmadan bir sonraki pozisyona atama yapılamaz. Kısıt (5), öncelik ilişkileri kısıtıdır ve görevler arasındaki bütün öncelliklerin sağlanmasını garanti eder. Kısıt (6) çevrim zamanı kısıtıdır, istasyona atanan görevlerin, görev ve hazırlık zamanlarının toplamının çevrim zamanını aşmamasını sağlar. Eğer "i" ve "k" işleri sırası ile "s" ve "$s+1$" pozisyonlarına atanmışsa, z_{kj}'nin "1" değerini alması kısıt (7) ile sağlanır. Eğer "i" işi "j" istasyonundaki son iş ise w_{ij}'nin "1" değerini alması kısıt (8) ile sağlanır. Eğer "i" işi istasyondaki son iş ve "k" işi aynı istasyondaki ilk iş ise zb_{ikj}'nin "1" değerini alması kısıt (9) ile sağlanır. Kısıt (10) ise istasyonların sıralı olarak açılmasını sağlamaktadır. Çalışmada kullanılan notasyon aşağıda verilmiştir

İndisler

i, k	Görev $i = 1, \dots, N; k = 1, \dots, K$
j	İstasyon sayısı $j = 1, \dots, m^{max}$
s	İstasyon içindeki pozisyon

Kümeler ve Parametreler

m^{max}	İstasyon sayısı üst sınırı
t_i	"i" İşinin görev süresi
TC	Çevrim zamanı
T_j	"j" İstasyonuna atanabilecek görevler kümesi
P	Hemen öncülü görev eşleri(i, k) kümesi
PT_i	"i" İşinin hemen öncülü olmayan görevleri içeren tüm öncülleri kümesi
Nm_j	"j" İstasyonuna atanabilecek maksimum görev sayısı
NT	Herhangi bir istasyona atanabilecek maksimum görev sayısı $NT = max_j(Nm_j)$
tsu_{ik}	"i" İşinin aynı istasyonda k'nın hemen öncülü olduğu yerde ileri hazırlık zamanı
$tsub_{ik}$	"i" İşinin aynı istasyonda k'nın hemen öncülü olduğu yerde geri hazırlık zamanı
Z_{1-a}	Standart normal dağılım tablosu z değeri
μ_i	"i" İşinin ortalama zamanı
μs_{ik}	"i" İşinin aynı istasyonda k'nın hemen öncülü olduğu yerde ortalama hazırlık zamanı

μsb_{ik} "i" İşinin aynı istasyonda bir sonraki döngüde k'nın hemen öncülü olduğu yerde ortalama hazırlık zamanı

σ_i "i" İşinin varyansı

σs_{ik} "i" İşinin aynı istasyonda k'nın hemen öncülü olduğu yerde ileri hazırlık zamanı varyansı

σsb_{ik} "i" İşinin aynı istasyonda k'nın hemen öncülü olduğu yerde geri hazırlık zamanı varyansı

Değişkenler:

$x_{ijs} \in \{0,1\}$ 1, eğer "i" işi "j" istasyonundaki "s" pozisyonuna atanmışsa $(i = 1,..,N\ ;\ j = 1,..,m^{max}\ ;\ s = 1,..,Nm_j)$

$y_j \in \{0,1\}$ 1, eğer istasyon kullanılmışsa $(j = 1,\dots,m^{max})$

$z_{ikj} \in \{0,1\}$ 1, eğer "i" işi aynı istasyonda aynı çevrimde k'nın hemen öncülü ise $(\forall_j;\ \forall(i,k)|(i \neq k)\wedge(i,k \epsilon T_j))$

$zb_{ikj} \in \{0,1\}$ 1, eğer "i" işi aynı istasyonda bir sonraki çevrimde k'nın hemen öncülü ise $(\forall_j;\ \forall(i,k)|(i \neq k)\wedge(i,k \epsilon T_j))$

$w_{ij} \in \{0,1\}$ 1, eğer "i" işi "j" istasyonundaki son iş ise $(\forall i; j = 1,\dots,m^{max})$

Şans kısıtlı programlama modelinin amacı problemin olasılıklı yapısını eşdeğer deterministik yapıya dönüştürmektir. Olasılıklı yapının etkileyeceği tek kısıt çevrim zamanı kısıtıdır: kısıt (6). Yeni kısıt (12) ile toplam istasyon zamanının çevrim zamanını aşmasını belirli bir olasılık seviyesi (a) altında tutarak, istasyonlara görevlerin atanması sağlanacaktır. Bu şartı sağlayan eş değer doğrusal olmayan kısıt aşağıda sunulmuştur.

$$\sum_{\forall i \in T_j}\sum_{s=1}^{Nm_j} \mu_i \cdot x_{ijs} + \sum_{\forall(i,k)|(i\neq k)\wedge(i,k\epsilon T_j)} \mu s_{ik} \cdot z_{ikj} + \sum_{\forall(i,k)|(i\neq k)\wedge(i,k\epsilon T_j)} \mu sb_{ik} \cdot zb_{ikj} +$$
$$z_{1-\alpha} \cdot \sqrt{\sum_{\forall(i,k)|(i\neq k)\wedge(i,k\epsilon T_j)} \sigma_i^{\,2} \cdot x_{ijs} + \sum_{\forall(i,k)|(i\neq k)\wedge(i,k\epsilon T_j)} \sigma s_{ik}^{\,2} \cdot z_{ikj} + \sum_{\forall(i,k)|(i\neq k)\wedge(i,k\epsilon T_j)} \sigma sb_{ik}^{\,2} \cdot zb_{ikj}}$$
$$\leq TC.y_j \quad (j = 1,..,m^{max}) \tag{12}$$

Çalışmada gerek pratiğe uygunluk açısından gerek problemin klasik yapısından dolayı $a \geq 0.5$ kabul edilmiştir. Stokastik modelin amaç fonksiyonu ve diğer kısıtları ise deterministik model ile aynıdır. Bir sonraki bölümde modelin hesaplama analizi sunulmuştur.

3 Hesaplama Analizi

Hesaplama analizlerinde, istasyon sayısının en küçüklenmesi amacı altında 2 model test edilmiştir. Önerilen modeller, hem deterministik hem de stokastik görev ve hazırlık zamanları dikkate alınarak çözülmüştür. Deterministik model için test problemleri Scholl ve diğ. [3]'nin çalışmasından (SBF-data sets) alınmıştır. Veri setinde hazırlık zamanları için 4 farklı seviye (0.25, 0.5, 0.75, 1.0) bulunmaktadır. Bu çalışmada *"1.0"* seviyesindeki hazırlık zamanları kullanılmıştır. Ayrıntılı bilgi için Scholl ve diğ. [3]'in çalışması incelenebilir. Stokastik hazırlık zamanlı problem için ise yine aynı veri seti temel alınmış, görev ve hazırlık zamanları ortalama zamanlar olarak kabul edilmiştir. Görev ve hazırlık zamanlarının varyansları ise düzgün (uniform) dağılıma uygun rassal sayılar üretilerek belirlenmiştir. Deterministik model ile çözülen problemler için alt sınırlar (AS) Scholl ve diğ. [3]'in çalışmasından alınmıştır. Çözümler için Intel Xeon 4 Çekirdek 2.40 GHz çift işlemci ve 8.00 GB bellek bilgisayar kullanılmıştır. Çözüm zamanları deterministik model için 3600 saniye, stokastik model için GAMS/DICOPT 3600 maxcycle ve 3600 saniye ile sınırlandırılmıştır. İstasyon sayısı üst limiti olarak optimal istasyon sayısı +2 alınmıştır. Stokastik yapıdaki tüm problemler için (a) seviyesi 0.025 kabul edilmiş ve Z_{1-a} 1.96 olarak alınmıştır. Test sonuçları, deterministik ve stokastik hazırlık zamanlı modeller için Tablo 1 ve 2'de sunulmaktadır.

Tablo 1'e bakıldığı zaman problemin boyutu büyüdükçe önerilen matematiksel modelin performansının düştüğü görülmektedir. Tablo 1'de deterministik görev ve hazırlık zamanlı model için 21 görevli test problemine kadar kabul edilebilir bir zaman aralığında çözüme ulaşılmıştır. Fakat problemin yapısının zorluğu nedeniyle daha büyük test problemlerinde kabul edilebilir bir zaman aralığında optimal sonuç elde edilememiştir.

Stokastik model doğrusal olmayan karışık tamsayılı programlama modelidir (MINLP). MINLP modelleri karışık tamsayılı programlama (MIP) ve doğrusal olmayan programlama (NLP) modelleri gibi çözümü zor iki model yapısını içermesi nedeniyle çözülmeleri daha da zordur [23]. Aynı zamanda problemin deterministik hali Scholl ve diğ. [3] ve Andres ve diğ. [4] tarafından NP-zor (NP-hard) olarak ifade edilmiştir. Matematiksel modelden de görüleceği üzere stokastik modelde varyanslar indirgendiğinde problem deterministik versiyona benzeyecektir, bu nedenle çalışmada ele alınan probleminde NP-zor yapıda olduğu söylenebilir.

Bu çalışmada sunulan MINLP modelin çözümünde DICOPT çözücüsü kullanılmıştır. Çözücü ardışık olarak NLP ve MIP modellerini çözerek çalışmaktadır.

Tablo 1: Deterministik hazırlık zamanlı matematiksel model çözüm sonuçları.

Problem	Çevrim Zamanı	İS	CPU	AS
P7	10	3	0.125	3
	15	2	0.156	2
	18	2	0.109	2
P8	20	5	0.203	5
P9	10	4	0.093	4
	18	3	0.312	3
P11_1	10	5	0.795	5
	13	4	3.401	4
	14	4	3.011	4
	21	3	0.562	3
P11_2	48	4	4.774	4
	62	3	1.903	3
	94	2	0.702	2
P21	15	8	51.496	7
	21	5	162.365	5
	26	5	208.901	5
	35	3	114.380	3
	39	3	31.605	3

İS: İstasyon sayısı, AS: Alt sınır

Aynı zamanda çözücü verilen başlangıç değerlerine duyarlılığı yüksek olup, başlangıç değerlerine bağlı olarak uygun çözüm dahi bulamamakta ve bu da probleme çözüm bulmayı daha da zorlaştırmaktadır. Bu nedenle farklı başlangıç çözümü ve çözücü ayarları ile model çözülmüş, sonuçlar Tablo 2'de sunulmuştur.

Ç1 çözümünde DICOPT varsayılan ayarları (tüm değişkenler için başlangıç değeri "0") ile çalıştırılmış ve problemlerin tamamında hiçbir çözüme ulaşılamamıştır. Ç2 ve Ç3 çözümlerinde sırasıyla tüm atama değişkenleri (x_{ijs}) ve tüm değişkenler için başlangıç değeri "1" alınarak çözücü çalıştırılmıştır. Ç2 ve Ç3 için DICOPT parametreleri "stop" ve "infeasder" değerleri "0" ve "1", NLP çözücü CONOPT, MIP çözücü CPLEX olarak seçilmiştir.

Tablo 2'deki sonuçlar incelediğinde varsayılan ayarlar ile bir çözüme ulaşılamadığı görülmüştür. Ç2 ve Ç3'de ise 18 problemin sırasıyla 11 ve 13'ünde bir tamsayılı çözüm bulunmuştur. Bulunan çözümlerin hiç biri için çözücüden global optimal bilgisine ulaşılamamıştır. Eğer deterministik sonuçlar ile karşılaştırıldığında aynı sonuç bulunsaydı optimal olduğu söylenebilirdi. Çünkü stokastik problemde varyans ve kabul edilen "a" seviyesinden ($Z_{1-a} = 1{,}96$) dolayı bulunabilecek olan çözüm deterministik problemdeki optimal istasyon sayısından daha küçük olamaz. Diğer bir ifadeyle stokastik durum için istasyonlara görev ataması yapılırken deterministik durumdan farklı olarak görev ve hazırlık zamanlarının varyansları da hesaba katılır.

Tablo 2: Stokastik hazırlık zamanlı matematiksel model çözüm sonuçları.

	Çevrim Zamanı	Ç1 İS	Ç1 CPU	Ç2 İS	Ç2 CPU	Ç3 İS	Ç3 CPU
P7	10	0*	0.016	<4***	3600+	7**	3600+
	15	0*	0.015	7**	3600+	***3***	*3600+*
	18	0*	0.015	<2***	3600+	<2***	3600+
P8	20	0*	0.031	7**	3600+	***6***	*3600+*
P9	10	0*	0.031	<6***	3600+	<6***	3600+
	18	0*	0.063	7**	3600+	7**	3600+
P11_1	10	0*	0.156	<7***	3600+	9**	3600+
	13	0*	0.827	<5***	3600+	<5***	3600+
	14	0*	0.562	8**	3600+	8**	3600+
	21	0*	0.109	6**	3600+	7**	2056.05
P11_2	48	0*	0.14	9**	3600+	9**	3600+
	62	0*	0.047	7**	3600+	8**	3600+
	94	0*	0.093	6**	2033.2	***3***	*3600+*
P21	15	0*	1.654	#	1373.7	<9***	3600+
	21	0*	19.781	<7***	3600+	<7***	3600+
	26	0*	13.229	9**	3600+	9**	3600+
	35	0*	20.124	7**	3600+	7**	3600+
	39	0*	55.802	7**	3600+	6**	3600+

*: Lokal Olursuz (Locally Infeasible), **:Tamsayı Çözümü (Integer Solution),
***: Tamsayı Çözüme Ulaşılamamıştır (Intermediate Non-Integer),
#: Çözüm Yok (Error No solution), Ç1: 1. çözüm, Ç2: 2. çözüm, Ç3: 3. çözüm.

Bu nedenle Z_{1-a}'nın pozitif değerleri için deterministik problemdeki optimal istasyon sayısı bir alt sınır oluşturur. Bununla birlikte deterministik sonuçlar ile karşılaştırıldığında Ç3 çözümünde P7-15, P8-20, P11_2-94 problemlerinde ise deterministik istasyon sayısından bir fazla istasyon sayısına ulaşılmıştır, bu çözümler tabloda kalın ve italik olarak gösterilmiştir.

4 Sonuçlar

MHDP literatürü incelendiğinde hazırlık zamanlarını dikkate alan az sayıda çalışmaya rastlanılmaktadır. Ancak, yapılan araştırmalar hazırlık zamanlarının toplam üretim zamanı içerisinde önemli bir payı olduğunu göstermiştir. Literatürde ise her zaman hazırlık zamanlarının deterministik olduğu varsayılmıştır. Stokastik sıra-bağımlı hazırlık zamanlı MHDP ilk defa bu çalışmada ele alınmıştır. Görev ve hazırlık zamanlarının normal dağılıma uyduğu kabulü altında yeni bir şans kısıtlı programlama yaklaşımı ile modellenerek problem matematiksel olarak sunulmuştur. Böylelikle problemin anlaşılması kolaylaştırılırken ileriki çalışmalar için de bir temel oluşturulmuştur. Ayrıca temel alınan modelde [4] bulunmayan fakat gerekliliği detaylı olarak Scholl ve diğ. [3] tarafından ortaya konmuş olan geri (backward) hazırlık zamanı modelde dikkate alınmıştır. Önerilen modeller test problemleri üzerinde doğrulanarak hesaplama analizleri yapılmıştır.

MINLP modellerin çözüm zorluğu ve analizler dikkate alındığında ileriki çalışmalarda model üzerinde iyileştirmeler yapılması, modelin doğrusal olmayan yapıdan kurtarılması ve hibrid yeni teknikler ile çözüm aranması bir ihtiyaçtır. Ayrıca problemin NP-zor yapısı nedeniyle büyük boyutlu test problemleri için sezgisel ve meta-sezgisel yaklaşımlar geliştirilebilir.

5 Kaynaklar

[1] Boysen N, Fliedner M, Scholl A. "A Classification of Assembly Line Balancing Problems". *European Journal of Operational Research,* 183(2), 674-693, 2007.

[2] Battaïa O, Dolgui A. "A Taxonomy of Line Balancing Problems and Their Solution Approaches". *International Journal of Production Economics*, 142(2), 259-277, 2013.

[3] Scholl A, Boysen N, Fliedner M. "The Assembly Line Balancing and Scheduling Problem with Sequence-Dependent Setup Times: Problem Extension, Model Formulation and Efficient Heuristics". *OR Spectrum*, 35(1), 291-321, 2013.

[4] Andres C, Miralles C, Pastor R. "Balancing and Scheduling Tasks in Assembly Lines with Sequence-Dependent Setup Times". *European Journal of Operational Research*, 187(3), 1212-1223, 2008.

[5] Scholl A, Boysen N, Fliedner M. "The Sequence-Dependent Assembly Line Balancing Problem". *OR Spectrum,* 30(3), 579-609, 2008.

[6] Seyed-Alagheband SA, Ghomi SMTF, Zandieh M. "A Simulated Annealing Algorithm for Balancing the Assembly Line Type II Problem with Sequence-Dependent Setup Times Between Tasks". *International Journal of Production Research,* 49(3), 805-825, 2010.

[7] Hamta N, Ghomi SMTF. Hakimi-Asiabar M, Tabrizi PH. "Multi-objective Assembly Line Balancing Problem with Bounded Processing Times, Learning Effect, and Sequence-Dependent Setup Times". *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), IEEE International Conference*, Singapore, 6-9 December 2011.

[8] Hamta N, Ghomi SMTF, Jolai F, Shirazi MA. "A Hybrid PSO Algorithm for a Multi-Objective Assembly Line Balancing Problem with Flexible Operation Times, Sequence-Dependent Setup Times and Learning Effect". *International Journal of Production Economics*, 141(1), 99-111, 2013.

[9] Akpınar S, Bayhan GM, Baykasoğlu A. "Hybridizing Ant Colony Optimization via Genetic Algorithm for Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem with Sequence Dependent Setup Times between Tasks". *Applied Soft Computing*, 13(1), 574-589, 2013.

[10] Yolmeh A, Kianfar F. "An Efficient Hybrid Genetic Algorithm to Solve Assembly Line Balancing Problem with Sequence-Dependent Setup Times". *Computers & Industrial Engineering*, 62(4), 936–945, 2012.

[11] Ozturk C, Tunali S, Hnich B, Ornek, A. "Simultaneous Balancing And Scheduling of Flexible Mixed Model Assembly Lines With Sequence-Dependent Setup Times". *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 36, 65-72, 2010.

[12] Özcan U, Toklu B. "Balancing Two-Sided Assembly Lines with Sequence-Dependent Setup Times". *International Journal of Production Research*, 48(18), 5363-5383, 2010.

[13] Giard V, Jeunet J. "Optimal Sequencing of Mixed Models with Sequence-Dependent Setups and Utility Workers on An Assembly Line". *International Journal of Production Economics*, 123(2), 290-300, 2010.

[14] Kalayci CB, Gupta SM. "A Particle Swarm Optimization Algorithm with Neighborhood-Based Mutation for Sequence-Dependent Disassembly Line Balancing Problem". *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 69(1-4), 197-209, 2013.

[15] Kalayci CB, Gupta SM. "Ant Colony Optimization for Sequence-Dependent Disassembly Line Balancing Problem". *Journal of Manufacturing Technology Management,* 24 (3), 413-427, 2013.

[16] Kalayci CB, Gupta SM. "Artificial Bee Colony Algorithm for Solving Sequence-Dependent Disassembly Line Balancing Problem". *Expert Systems with Applications*, 40(18), 7231-7241, 2013.

[17] Kalayci CB, Polat O, Gupta SM. "A Hybrid Genetic Algorithm for Sequence-Dependent Disassembly Line Balancing Problem". *Annals of Operations Research*, 1-34, 2014.

[18] Kalayci CB, Gupta SM. "Tabu Search for Disassembly Line Balancing With Multiple Objectives". *University of Southern California*, Los Angeles, USA, 477-482, 23-26 Ekim 2011.

[19] Kim SC, Bobrowski PM. "Scheduling Jobs with Uncertain Setup Times and Sequence Dependency". *Omega, the International Journal of Management Science*, 25(4), 437-447, 1997.

[20] Charnes A, Cooper WW. "Chance-constrained programming". *Management Science*, 6(1), 73-79, 1959.

[21] Ağpak K, Gökçen H. "A Chance-constrained approach to Stochastic Line Balancing Problem". *European Journal of Operational Research*, 180(3), 1098-1115, 2007.

[22] Özcan U. "Balancing Stochastic Two-Sided Assembly Lines: A Chance-constrained, Piecewise-linear, Mixed Integer Program and a Simulated Annealing Algorithm". *European Journal of Operational Research*, 205(1), 81-97, 2010.

[23] Bussieck M, Pruessner R. "A Mixed-Integer Nonlinear Programming". *SIAG/OPT Newsletter: Views & News*, 14(1), 2003.