APROXIMAREA ULTRA-AMENABILITĂȚII ÎN ALGEBRA BANACH

O.T. Mewomo[1] and B.A. Popoola[2]
[1]Departmentul de Matematică, Universitatea de Agricultură, Abeokuta, Nigeria.
[2]Departmentul de Matematică, Colegiul Federal al Educației, Osiele, Abeokuta, Nigeria.

REZUMAT: *Este introdusă noțiunea de aproximare a ultra-amenabilității în algebra Banach. Este dezvoltată teoria generală a acestei noțiuni. În special, arătăm că produsul proiecțiilor Tensor între algebra Banach A şi B ($A\hat{\otimes}B$) nu este aproximativ ultra-amenabil ori de câte ori A nu este aproximativ ultra-amenabilă şi B, admite un caracter diferit de zero.*

Cuvinte cheie: algebra Banach, ultra-amenabilitate, aproximare

1. Introducere

În [2], Daws a introdus o noțiune a amenabilității pentru algebra Banach. Această noțiune este cea a ultra-amenabilității pentru algebra Banach. El a furnizat o descriere abstractă a ultra-amenabilității similară cu conceptul diagonalei aproximative, de asemenea el a stabilit când o algebră C^* este ultra-amenabilă şi a arătat pentru multe grupuri compacte locale G că ultra-amenabilitatea este echivalentă cu a fi finit.

O altă variație a noțiunii de amenabilitate pentru algebra Banach a fost de asemenea introdusă de Ghahramani şi Loy în [3]. Considerăm algebra Banach A şi X un A-bimodul Banach. O derivare D: A→X este aproximativ intern daca există o rețea (x_α) în X astfel încât $D(a) = \lim_\alpha (a.x_\alpha - x_\alpha.a)$ (a în A), limita fiind luată în (X, $\|\ \|$). Algebra Banach A este aproximativ amenabilă dacă, pentru fiecare A-bimodul Banach X, fiecare derivare continuă D: A→X' este aproximativ internă.

Au fost stabilite proprietățile primare ale

ON APPROXIMATE ULTRA AMENABILITY IN BANACH ALGEBRAS

O.T. Mewomo[1] and B.A. Popoola[2]
[1]Department of Mathematics, University of Agriculture, Abeokuta, Nigeria.
[2]Department of Mathematics, Federal College of Education, Osiele, Abeokuta, Nigeria.

ABSTRACT:*The notion of approximate ultra-amenability in Banach algebras is introduced. General theory is developed for this notion. In particular, we show that the projective tensor product between the Banach algebra A and B ($A\hat{\otimes}B$) is not approximately ultra-amenable whenever A is not approximately ultra-amenable and B admits a non-zero character.*

Keywords: Banach algebras, ultra-amenability, aproximate

1. Introduction

In [2], Daws, Introduced a notion of amenability for Banach algebra. The notion is that of ultra-amenability for Banach algebras. He provided an abstract characterization of ultra-amenability similar to the concept of an approximate diagonal, he also settle when a C^*-algebra is ultra-amenable, and show for many locally compact group G that ultra-amenability is equivalent to being finite.

Another variation of the notion of amenability for Banach algebras was also introduced by Ghahramani and Loy in [3]. Let A be Banach algebra and let X be a Banach A-bimodule. A derivation D: A→X is approximately inner if there is a net (x_α) in X such that $D(a) = \lim_\alpha (a.x_\alpha - x_\alpha.a)$ (a in A), the limit being taken in (X, $\|\ \|$). The Banach algebra A is approximately amenable if, for each Banach A-bimodule X, every continuous derivation D: A→X' is approximately inner.

The basic properties of approximately amenable Banach algebras were established in [3]. Certainly every amenable Banach algebrei Banach aproximativ amenabile în [3]. Cu siguranță fiecare algebră Banach amenabilă este aproximativ amenabilă; o algebra Banach comutativă, aproximativ amenabilă este slab amenabilă; exemple de comutativitate, algebra Banach aproximativ amenabilă, care nu sunt amenabile sunt date în [3, Exemplul 6.1]. Caracterizări ale algebrei Banach aproximativ amenabilă au fost de asemenea stabilite în [3], ele sunt analogate cu caracterizarea algebrei Banach amenabilă ca acelea cu diagonală aproximativ limitată.

În această lucrare, vom extinde noțiunea de amenabilitate aproximativă în algebra Banach cu cea a ultra-amenabilității. Întrebarea este care dintre construcțiile standard pentru algebra Banach ultra-amenabilă funcționează pentru conceptul de aproximare ultra-amenabilitate în algebra Banach. Multe dintre dovezile ce pot fi urmate sunt variante pe argumentele clasice, cu atentia cuvenită acordată posibilei nelimitării.

2. Preliminarii

Pentru început, ne reamintim câteva notiuni standard; pentru mai multe detalii, vedeți [1] şi [7].

Considerăm algebra Banach A şi X un A-bimodul Banach. O derivare de la A la X este o mulțime lineară mărginită D: A→X astfel încât D (ab) = D (a).b + a.D (b) (a, b în A).

De exemplu δ_x: a→a.x – x.a este o derivatie; derivațiile acestei forme se numesc derivații interne. Considerăm o algebră Banach A şi X un A-bimodul. Atunci X este un A-bimodul Banach dacă X este un spațiu Banach şi dacă este o constantă k > 0 astfel încât

$$\|a.x\| \le k\|a\|.\|x\|, \qquad \|x.a\| \le k\|a\|.\|x\| \qquad (a \in A, x \in X).$$

Re-normând X, putem presupune că k = 1. De exemplu, A însuşi este un A-bimodul Banach şi X’ spațiul dual al A-bimodulului X Banach, este un A-bimodul Banach cu privire la operațiunile de modul specificate de

<x, a.f> = <x.a, f>, <x, f.a> = <a.x, f> (x $\in$ X, f $\in$ X’, a $\in$ A),

algebra is approximately amenable; a commutative, approximately amenable Banach algebra is weakly amenable; examples of commutative, approximately amenable Banach algebra which are not amenable are given in [3, Example 6.1]. Characterizations of approximately amenable Banach algebras were also established in [3], they are analogous to the characterization of amenable Banach algebras as those with a bounded approximate diagonal.

In this paper, we shall extend the notion of approximate amenability in Banach algebras to that of ultra-amenability. The question is which of the standard constructions for ultra-amenable Banach algebras work for the concept of approximate ultra-amenable Banach algebras. Many of the proofs to follow are variants on the classical arguments, with due care given to possible unboundedness.

2. Preliminaries

First, we recall some standard notions; for further details, see [1] and [7].

Let A be an algebra and let X be an A-bimodule. A derivation from A to X is a bounded linear map D: A→X such that D (ab) = D (a).b + a.D (b) (a, b in A).

For example δ_x: a→a.x – x.a is a derivation; derivations of this form are called inner derivations. Let A be a Banach algebra and let X be an A-bimodule. Then X is a Banach A-bimodule if X is a Banach space and if there is a constant k > 0 such that

$$\|a.x\| \le k\|a\|.\|x\|, \qquad \|x.a\| \le k\|a\|.\|x\| \qquad (a \in A, x \in X).$$

By renorming X, we can suppose that k = 1. For example, A itself is a Banach A-bimodule and X’ the dual space of a Banach A-bimodule X, is a Banach A-bimodule with respect to the module operations specified by

<x, a.f> = <x.a, f>, <x, f.a> = <a.x, f> (x $\in$ X, f $\in$ X’, a $\in$ A),

where <x, f> denote f(x). We say that X’ is the dual module of X. In particular every closed two-sided ideal J of A is a Banach A-bimodule and J’ the dual space of J is a dual A-bimodule.

unde <x, f> indică f(x). Spunem că X’ este modulul dual al lui X. În particular fiecare țintă închisă cu două fețe J a lui A este un A-bimodul Banach şi J’ spațiul dual al lui J este un A-bimodul dual.

Considerăm algebra Banach A şi X un A-bimodul Banach. Atunci $\mathbf{Z}^1$(A,X) este spațiul pentru toate derivațiile continue de la A către X. $\mathbf{N}^1$(A,X) este spațiul tuturor derivațiilor interne de la A către X, şi primul grup cohomolog al lui A cu coeficienți în X este spațiul coeficient $\mathbf{H}^1(A,X) = \mathbf{Z}^1(A,X)/\mathbf{N}^1(A,X)$.

Algebra Banach A este amenabilă dacă $\mathbf{H}^1(A, X') = \{0\}$ pentru fiecare A-bimodul X Banach şi slab amenabilă dacă $\mathbf{H}^1(A, A') = \{0\}$. De exemplu, algebra grupului $L^1(G)$ a unui grup local compact G este amenabilă în sensul clasic ([5]). De asemenea, o algebră C^* este întotdeauna slab amenabilă ([4]) şi este amenabilă dacă şi numai dacă este nucleară ([4]). În [6], Mewomo şi Oguntuase au studiat slaba amenabilitate a algebrei Banach A(X) a operatorilor de aproximare la un spațiu X Banach în legătură cu geometria spațiului X Banach.

Considerăm o mulțime diferită de zero S. Considerăm ***R*** o familie de submulțimi a lui S astfel încât $R_1 \cap R_2$ este în ***R*** oricând R_1, R2 $\in$ ***R***. Un filtru ***R*** în S este o submulțime ***F*** diferită de zero a lui **P**(S) astfel încât; dacă E, F $\in$ ***F***, atunci $E \cap F \in$ ***F***; dacă F $\in$ ***F*** **şi** R $\in$ ***R*** cu $F \subset R$, atunci R $\in$ ***F***. Un ultrafiltru ***R*** în S este un filtru ***R*** în S astfel încât oricare E $\in$ ***F*** sau F $\in$ ***F*** oricând E, F $\in$ ***R*** cu $E \cup F = S$. Un filtru în S este un filtru **P**(S); un ultrafiltru în S este un ultrafiltru **P**(S). Familia filtrului ***R*** în S este o mulțime parțial ordonată în ceea ce priveşte includerea; un filtru ***R*** este un ultrafiltru dacă şi numai dacă este maxim in această familie. Priviți [1], pentru mai multe detalii.

Considerăm un ultrafiltru ***U*** ne-principal în o mulțime I, şi X un spațiu Banach. Formăm spațiul Banach

$l^\infty(X, I) = \{(x_i)_{i \in I} \subset X: \|(x_i)\| = \mathrm{Sup}_{i \in I} \|x_i\| < \infty\}$,

şi definim subspațiul apropiat

Let A be a Banach algebra, and let X be a Banach A-bimodule. Then $\mathbf{Z}^1$(A,X) is the space of all continuous derivations from A into X. $\mathbf{N}^1$(A,X) is the space of all inner derivations from A into X, and the first cohomology group of A with coefficients in X is the quotient space $\mathbf{H}^1(A,X) = \mathbf{Z}^1(A,X)/\mathbf{N}^1(A,X)$.

The Banach algebra A is amenable if $\mathbf{H}^1(A, X') = \{0\}$ for each Banach A-bimodule X and weakly amenable if $\mathbf{H}^1(A, A') = \{0\}$. For instance, the group algebra $L^1(G)$ of a locally compact group G is amenable in the classical sense ([5]). Also, a C^*-algebra is always weakly amenable ([4]) and is amenable if and only if it is nuclear ([4]). In [6], Mewomo and Oguntuase studied the weak amenability of A(X) the Banach algebra of approximable operators on a Banach space X with relation to the geometry of the Banach space X.

Let S be a non-empty set. Let ***R*** be a family of subsets of S such that $R_1 \cap R_2$ is in ***R*** whenever R_1, R2 $\in$ ***R***. An ***R*-**filter on S is a non-empty subset ***F*** of **P**(S) such that; if E, F $\in$ ***F***, then $E \cap F \in$ ***F***; if F $\in$ ***F*** and R $\in$ ***R*** with $F \subset R$, then R $\in$ ***F***. An ***R*** –ultrafilter on S is an ***R***-filter on S such that either E $\in$ ***F*** or F $\in$ ***F*** whenever E, F $\in$ ***R*** with $E \cup F = S$. A filter on S is a **P**(S)-filter; an untrafilter on S is a **P**(S)-ultrafilter. The family of ***R***-filter on S is a partially ordered set with respect to inclusion; an ***R***-filter is an ultrafilter if and only if it is maximal in this family. See [1], for further details.

Let ***U*** be a non-principal ultrafilter on a set I, and let X be a Banach space. We form the Banach space

$l^\infty(X, I) = \{(x_i)_{i \in I} \subset X: \|(x_i)\| = \mathrm{Sup}_{i \in I} \|x_i\| < \infty\}$,

and define the closed subspace

$N_U = \{(x_i)_{i \text{ in } I} \text{ in } l\infty(X, I): \lim_{i \to U} \|x_i\| = 0\}$.

Thus we can form the quotient space, called the ultrapower of X with respect to U,

$(X)_U = l^\infty(X, I)/N_U$.

In general, this space will depend on U, though many properties of $(X)_U$ turn out to be independent of U, as long as U is sufficiently “large” in some sense. If $(x_i)_{i \text{ in } I}$ represents an

$N_U = \{(x_i)_{i \text{ in } I}$ în $l\infty(X, I)$: $\lim_{i\to U}\|x_i\| = 0\}$.
Astfel putem forma spaţiul coeficient, numit ultra-puterea lui X cu privire la U,
$(X)_U = l^{\infty}(X, I)/ N_U$.
În general, acest spaţiu va depinde de U, deşi multe proprietăţi ale lui $(X)_U$ se dovedesc a fi independente de U, atâta timp cât U este suficient de “mare” în unele sensuri. Dacă $(x_i)_{i \text{ in } I}$ reprezintă o clasă echivalentă în $(X)_U$, atunci
$\|(x_i)_{i\in I} + N_U\| = \lim_{i\to U}\|x_i\|$.
Când A este o algebră Banach, $(A)_U$ devine o algebră Banach în conformitate cu produsul arătat. Aceasta urmează, aşa cum este uşor de arătat că N_U este un ideal închis în algebra Banach $l\infty(X, I)$.
Recent, Daws în [2], a definit o algebră Banach A ca fiind ultra amenabilă dacă fiecare ultra putere a lui A este amenabilă.
Definiţia noastră, care trebuie să descrie noua proprietate principală pe care o vom studia în această lucrare este după cum urmează.
Definiţie 2.1 Considerăm o algebră Banach A, atunci A este aproximativ ultra-amenabilă dacă fiecare ultra-putere a lui A este aproximativ amenabilă.
Remarcă 2.2 Avem următoarea observatie simplă: O algebră Banach ultra-amenabilă este aproximativ ultra-amenabilă.

3. Rezultatele principale

Următoarele rezultate sunt de la [2].
Afirmaţia 3.1 Pentru o algebră Banach A, o ultra-putere $(A)_U$ are o identitate aproximativă limitată dacă şi numai dacă A are o identitate aproximată limitată.
Afirmaţia 3.2 Pentru o algebră Banach A, o ultra-putere $(A)_U$ este unitară dacă şi numai dacă A este unitară.
De asemenea, avem următoarele rezultate de la [3]

Afirmaţia 3.3 Considerăm o algebră Banach A aproximativ amenabilă şi J un ideal închis în A cu o identitate aproximativ mărginită. Atunci I este aproximativ amenabil.
Rezultatele noastre sunt următoarele.
Afirmaţia 3.4 Considerăm A şi B algebre

equivalent class in $(X)_U$, then
$\|(x_i)_{i\in I} + N_U\| = \lim_{i\to U}\|x_i\|$.
When A is a Banach algebra, $(A)_U$ becomes a Banach algebra under the pointwise product. This follows, as it is easy to show that N_U is a closed ideal in the Banach algebra $l\infty(X, I)$.
Recently, Daws in [2], defined a Banach algebra A to be ultra-amenable if every ultra power of A is amenable.
Our definition which shall describe the main new property that we shall study in this work is as follows.
Definition 2.1 Let A be a Banach algebra, then A is approximately ultra-amenable if every ultrapower of A is approximately amenable.
Remark 2.2 We have the following trivial observation: An ultra-amenable Banach algebra is approximately ultra-amenable.

3. Main Results

The following results are from [2].
Proposition 3.1 For a Banach algebra A, an ultrapower $(A)_U$ has a bounded approximate identity if and only if A does
Proposition 3.2 For a Banach algebra A, an ultrapower $(A)_U$ is unital if and only if A is unital.
Also, we have the following result from [3]
Proposition 3.3 Let A be an approximately amenable Banach algebra and let J be a closed ideal in A with a bounded approximate identity. Then I is approximately amenable.
The following are our results.
Proposition 3.4 Let A and B be Banach algebras. Suppose that A is approximately ultra-amenable and φ: A→B is a continuous epimorphism. Then B is approximately ultra-amenable.
Proof Let U be an ultrafilter. Then the continuous epimorphism φ: A→B induces a continuous epimorphism $\tilde{\varphi}$: $(A)_U \to (B)_U$. For a Banach $(B)_U$-bimodule X, let Y = X be a Banach $(A)_U$-bimodule with actions via $\tilde{\varphi}$. If D: $(B)_U \to X'$ is a continuous derivation, then $D \circ \tilde{\varphi}$: $(A)_U \to Y'$ is a derivation. Thus if A is approximately ultra-amenable, then

Banach. Presupunem că A este aproximativ ultra-amenabilă şi φ: A→B este un emorfism continuu. Atunci B este aproximativ ultra-amenabil.

Demonstraţie Considerăm U un ultra-filtru. Atunci emorfismul continuu φ: A→B induce un emorfism continuu $\tilde{\varphi}$: $(A)_U \to (B)_U$. Pentru un bimodul X Banach $(B)_U$, considerăm Y = X un bimodul Banach $(A)_U$ cu acţiune prin intermediul $\tilde{\varphi}$. Dacă D: $(B)_U \to X'$ este o derivaţie continuă, atunci $Do\tilde{\varphi}$: $(A)_U \to Y'$ este o derivaţie. Atunci, dacă A este aproximativ ultra-amenabilă, atunci fiecare ultra-putere a lui A este aproximativ amenabilă, la fel ca şi $(A)_U$, este aproximativ amenabilă, atunci există o reţea (x_α) în X' astfel încât

$$(Do\tilde{\varphi})(a) = \lim_\alpha (\tilde{\varphi}(a).\ x_\alpha - x_\alpha.\ \tilde{\varphi}(a)) \quad (a \in (A)_U).$$

Adică, D este aproximativ interior, şi de asemenea $(B)_U$ este aproximativ amenabil. Atunci B este aproximativ ultra-amenabil.

Corolar 3.5 Considerăm o algebră Banach A şi I un ideal închis în A. Presupunem că A este aproximativ ultra-amenabilă, atunci A/I este aproximativ ultra-amenabil. Dacă I este ultra-amenabil şi A/I este aproximativ ultra-amenabil, atunci A este aproximativ ultra-amenabilă.

Demonstraţie Considerăm un ultra-filtru U. Atunci coeficientul A→A/I induce o mulţime coeficient $(A)_U \to (A/I)_U$. Având în vedere că mulţimea coeficient A→A/I este un epimorfism continuu, şi A este aproximativ ultra-amenabilă, atunci A/I este aproximativ ultra-amenabilă de **Afirmaţia 3**.4 cu B = A/I. Putem identifica $(A/I)_U$ cu $(A)_U/(I)_U$. Prin urmare $(A)_U$ şi $(I)_U$ sunt amândouă aproximativ amenabile, atunci aşa este $(A)_U$ de **Corolarul 2.6** al [3]. Astfel A este aproximativ ultra-amenabilă.

Theorema 3.6 Considerăm A şi B algebre Banach. Presupunem ca A nu este aproximativ ultra-amenabilă şi B admite un caracter diferit de zero, atunci $A\hat{\otimes} B$ nu este aproximativ ultra-amenabil.

Demonstraţie Pentru un caracter diferit de zero φ în B, mulţimea $a\otimes b \to a\varphi(b)$ determină un epimorfism al lui $A\hat{\otimes} B$ în B.

every ultrapower of A is approximately amenable, and so $(A)_U$ is approximately amenable, then there exists a net (x_α) in X' such that

$$(Do\tilde{\varphi})(a) = \lim_\alpha (\tilde{\varphi}(a).\ x_\alpha - x_\alpha.\ \tilde{\varphi}(a)) \quad (a \in (A)_U).$$

That is, D is approximately inner, and so $(B)_U$ is approximately amenable. Thus B is approximately ultra-amenable.

Corollary 3.5 Let A be a Banach algebra and let I be a closed ideal in A. Suppose A is approximately ultra-amenable, then A/I is approximately ultra-amenable. If I is ultra-amenable and A/I is approximately ultra-amenable, then A is approximately ultra-amenable.

Proof Let U be an ultrafilter. Then the quotient A→A/I induces a quotient map $(A)_U \to (A/I)_U$. Since the quotient map A→A/I is a continuous epimorphism, and A is approximately ultra-amenable, then A/I is approximately ultra-amenable by Proposition 3.4 with B = A/I.

We can identify $(A/I)_U$ with $(A)_U/(I)_U$. Hence if $(A)_U$ and $(I)_U$ are both approximately amenable, then so is $(A)_U$ by Corollary 2.6 of [3]. Thus A is approximately ultra-amenable.

Theorem 3.6 Let A and B be Banach algebras. Suppose A is not approximately ultra-amenable and B admits a non-zero character, then $A\hat{\otimes} B$ is not approximately ultra-amenable.

Proof For a non-zero character φ on B, the map $a\otimes b \to a\varphi(b)$ determines an epimorphism of $A\hat{\otimes} B$ onto B. So if $A\hat{\otimes} B$ were approximately ultra-amenable, A would also be approximately ultra-amenable by Proposition 3.4, contrary to hypothesis.

Proposition 3.7 Let A be a Banach algebra and let I be a closed ideal in A with a bounded approximate identity. Suppose A is approximately ultra-amenable. Then I is approximately ultra-amenable.

Proof Let U be an ultrafilter. Since A is approximately ultra-amenable, then $(A)_U$ is approximately amenable. Also $(I)_U$ is an ideal in $(A)_U$ which has a bounded approximate identity since I has a bounded approximate identity by Proposition 3.1. Thus, the result follows using Proposition 3.3.

Deci, dacă $A\hat{\otimes}B$ erau aproximativ ultra-amenabile, A ar fi de asemenea aproximativ ultra-amenabilă de **Afirmația 3.4**, contrar ipotezei.

Afirmația 3.7 Considerăm o algebră Banach A şi I un ideal închis în A cu o identitate aproximativ mărginită. Presupunem că A este aproximativ ultra-amenabilă. Atunci I este aproximativ ultra-amenabil.

Demonstrație Considerăm un ultra-filtru U. Având în vedere că A este aproximativ ultra-amenabilă, atunci $(A)_U$ este aproximativ amenabilă. De asemenea $(I)_U$ este un ideal în $(A)_U$ care are identitate aproximativ mărginită având în vedere că I are identitate aproximativ mărginită de **Afirmația 3.1**. Astfel, rezultatul urmează folosind **Afirmația 3.3**.

Demostrația ultimului nostru rezultat, urmează aceeaşi linie ca aceea a [3, **Afirmația 2.4**]. Punctele importante ale demonstrației sunt

b.) Fiecare derivație de la A poate fi extinsă la o derivație de la $A^{\#}$, astfel încât derivația extinsă este interioară dacă şi numai dacă derivația originală a fost interioară

c.) Dacă D este o derivație de la $A^{\#}$ la un A-bimodul X', şi e este elementul de identitate al lui $A^{\#}$, atunci este o derivație interioară $D^{\sim}:A^{\#}\rightarrow X'$ astfel încât $(D - D^{\sim})(e) = 0$.

Afirmație 3.8 Considerăm o algebră Banach A. Atunci A este aproximativ ultra-amenabilă dacă şi numai dacă $A^{\#}$ este aproximativ ultra-amenabilă.

REFERINȚE

[1] H.G. Dales, Algebra Banach şi continuitatea automată, Monografii ale Societății Matematice Londoneze, New Series, Vol. 24, The Clarendon Press, Oxford, 2000.

[2] M. Daws, Amenabilitatea ultra-produselor algebrei Banach, arXiv: 0708.4195v1, (2007).

[3] F. Ghahramani şi R.J. Loy, Noțiuni generalizate despre amenabilitate, J. Funct.

The proof of our last result, follow the same line as that of [3, Proposition 2.4]. The major points in the proof are

(i) Every derivation from A can be extended to a derivation from $A^{\#}$, such that the extended derivation is inner if and only if the original derivation was

(ii) If D is a derivation from $A^{\#}$ to an A-bimodule X', and e is the identity element of $A^{\#}$, then there is an inner derivation $D^{\sim}:A^{\#}\rightarrow X'$ such that $(D - D^{\sim})(e) = 0$.

Proposition 3.8 Let A be a Banach algebra. Then A is approximately ultra-amenable if and only if $A^{\#}$ is approximately ultra-amenable.

REFERENCE

[1] H.G. Dales, Banach algebras and automatic continuity, London Mathematical Society Monographs, New Series, Vol. 24, The Clarendon Press, Oxford, 2000.

[2] M. Daws, Amenability of ultraproducts of Banach algebras, arXiv: 0708.4195v1, (2007).

[3] F. Ghahramani and R.J. Loy, Generalized notions of amenability, J. Funct. Annal. 208 (2004), no. 1, 229-260.

[4] U. Haagerup, All nuclear C^*-algebras are amenable, Invent. Math. 74 (1983), 305-319.

[5] B.E. Johnson, Cohomology in Banach algebras, Memoirs American Math. Soc., 127 (1972).

[6]. O.T. Mewomo and J.A. Oguntuase, On property $(P\lambda)$ and weak amenability of A(X), Analele Stiinfice ale Universitatii “Al. I. Cuza” din Iasi (S.N) Mathematica, LIII (2007), 85-96.

[7] T.M. Palmer, Banach algebra and the general theory of *-algebras, Cambridge University Press, Vol. 1, (1994).

Annal. 208 (2004), no. 1, 229-260.
[4] U. Haagerup, Toate albegrele nucleare C^*sunt amenabile, Invent. Math. 74 (1983), 305-319.
[5] B.E. Johnson, Cohomologia în algebra Banach, Memoirs American Math. Soc., 127 (1972).
[6]. O.T. Mewomo şi J.A. Oguntuase, Despre poprietatea (P^{λ}) şi amenabilitatea scăzută a A(X), Analele Stiinfice ale Universitatii "Al. I. Cuza" din Iasi (S.N) Mathematica, LIII (2007), 85-96.
[7] T.M. Palmer, Algebra Banach şi teoria generala a algebrelor *-, Cambridge University Press, Vol. 1, (1994).