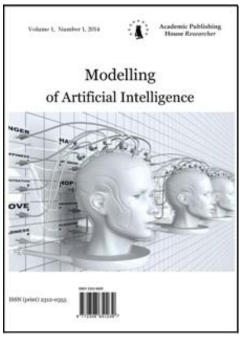
Published in the Russian Federation
Modeling of Artificial Intelligence
Has been issued since 2014.
ISSN: 2312-0355
Vol. 1, No. 1, pp. 22-28, 2014

DOI: 10.13187/issn.2312-0355
www.ejournal11.com



UDC 311

Transportation Model With Stochastic Restrictions on Cargo Supply Solution

Victor I. Samarin

Sochi State University, Russian Federation
354000, Sochi, Sovetskaya str., 26a
Doctor in Physics and Mathematics, Associate Professor
E-mail: visamarin@mail.ru

Abstract. The example of the mean statistical costs in a classical transportation model with restrictions on cargo supply is proposed.

It is considered such restrictions on cargo supplies as: interdicted supplies; inferiorly restricted volume of supple; superiorly restricted volume of supple; obligatory volume of supply. It is performed calculations of the mean statistical costs on freight hauling in transportation model optimization with specified probabilities of the restrictions on supplies, and besides the actually arising or the of the concrete supplies are known for the supplies by the moment cargo is dispatching from them. For source data every appearing combinatorial variants represent solvable transportation tasks, which optimum solutions were found after inserting concrete extra restrictions on the volume supplies in the model.

Problems of a similar nature solving in educational process during «Operations Research» course studying with computer technology and suitable software tools application will ensure on the basis of interdisciplinary connections implementation more effective development of competencies, essential for expectant professional activity of students.

Keywords: educational process, interdisciplinary approach, transportation model, «generalized» supplier, restrictions on cargo supply, objective value, probability, statistical costs.

Введение.

В практике реализации оптимальных решений часто следует учитывать, что на состояние изучаемой системы и на значения ее параметров могут оказывать влияние различные случайные факторы. В таких задачах выбираемые управления становятся недетерминированными. При этом возникают проблемы, связанные с адекватным математико-инструментальным моделированием изучаемой системы [1-2]. Вероятностные схемы в исследовании операций используются, например, при использовании марковских моделей принятия решения; при решении парных матричных задач с нулевой суммой и статистической игры с «природой»; при построении дерева решений многоэтапного принятия решения в условиях риска и неопределенности; при имитационном моделировании технологических процессов и состояний экономических систем; при анализе рисков инвестиционных проектов; при планировании сроков завершения проекта в условиях недетерминированного времени выполнения предусмотренных в этом проекте работ [3–7]. В [7] приведены решения задачи распределения ресурсов и задачи альтернативного использования техники при добыче полезных ископаемых в двух карьерах как стохастических задач динамического программирования, и указывается, что стохастические параметры можно вводить в таких задачах исследования операций, как: планирование производства с учетом спроса и потребления; управление запасами; комплектование станочного парка при заранее неизвестных объемах заказов на продукцию; планирование сельскохозяйственного производства с учетом вариативности урожайности на различных земельных участках; планирование развития транспорта для пассажирских и грузовых перевозок и т.д.

Постановка и решение задачи.

Рассмотрим закрытую (сбалансированную) модель классической транспортной задачи с вероятностной реализацией ограничений на поставку однородного товара. Классическая транспортная задача – одна из задач целочисленного линейного программирования. Условие неделимости груза при использовании алгоритмов решения транспортной задачи автоматически приводит к целочисленности всех допустимых опорных планов перевозки этого груза. Доказана теорема, согласно которой закрытая модель такой задачи имеет, по крайней мере, одно оптимальное решение с целочисленным планом перевозки грузов от поставщиков в пункты назначения.

Пусть грузовые перевозки товара осуществляются от трех поставщиков к четырем пунктам сбыта. Объемы запасов этого товара у поставщиков в единицах габаритного груза составляют соответственно: $a_1 = 25$; $a_2 = 40$; $a_3 = 35$. Потребности получателей в этих единицах груза определяются соответственно как: $b_1 = 20$; $b_2 = 30$; $b_3 = 20$; $b_4 = 30$. Т.о., условие замкнутости модели транспортной задачи выполняется: $\sum_{i=1}^{3} a_i = \sum_{j=1}^{4} b_j = 100$. Тарифы (в условных денежных единицах) перевозок каждой единицы груза от i-го поставщика в j-й пункт сбыта заданы элементами матрицы $(c_{ij})_{3\times4} = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 3 & 7 \\ 2 & 1 & 5 & 4 \\ 3 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Оптимальным решением этой транспортной задачи является схема перевозок $X^* = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 20 & 0 \\ 15 & 25 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix}$, при которой транспортные издержки минимизируются и составляют $F^*_{\min} = 210$ ден. ед.

Введем стохастически возникающие ограничения на поставки, входящие в оптимальную схему перевозок: $x_{31} \geq 10$ (поставка от третьего поставщика первому получателю груза ограничена снизу в объеме 10 единиц) с вероятностью 0,5; $x_{22} \leq 20$ (поставка от второго поставщика второму получателю груза ограничена сверху в объеме 20 единиц) с вероятностью 0,4; $x_{13} = 5$ (поставка от первого поставщика третьему получателю груза обязательна и только в объеме 5 единиц) с вероятностью 0,7, $x_{34} = 0$ (поставка от третьего поставщика четвертому получателю груза запрещена) с вероятностью 0,2. Вероятности возникающих ограничений можно рассматривать как статистически устойчивые относительные частоты этих ограничений. Для упрощения задачи будем считать, что возникающие ограничения известны поставщикам до момента отправки груза.

Решения системы транспортных задач, для всех возможных комбинаций возникающих ограничений сведены в таблицу (при возможных альтернативных решениях приведено одно из них):

№ № п/п	Ограничения	Оптимальный план поставок	Минимальное значение общих транспортных издержек, ден. ед.	Вероятность реализации плана
1	2	3	4	5
1.	только $x_{31} \geq 10$	$X_1^* = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 20 & 0 \\ 10 & 25 & 0 & 5 \\ 10 & 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$	$F_1^* = 225$	$p_1 = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}072$
2.	только $x_{22} \leq 20$	$X_2^* = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 20 & 0 \\ 20 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 30 \end{pmatrix}$	$F_2^* = 225$	$p_2 = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}048$
3.	только $x_{13} = 5$	$X_3^* = \begin{pmatrix} 0 & 20 & 5 & 0 \\ 20 & 10 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 30 \end{pmatrix}$	$F_3^* = 285$	$p_3 = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}168$
4.	только $x_{34} = 0$	$X_4^* = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 20 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 30 \\ 20 & 15 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$F_4^* = 345$	$p_4 = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}018$
5.	$x_{31} \geq 10$ и $x_{22} \leq 20$	$X_5^* = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 15 & 0 \\ 10 & 20 & 5 & 5 \\ 10 & 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$	$F_5^* = 250$	$p_5 = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 0{,}048$
6.	$x_{31} \geq 10$ и $x_{13} = 5$	$X_6^* = \begin{pmatrix} 0 & 20 & 5 & 0 \\ 10 & 10 & 15 & 5 \\ 10 & 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$	$F_6^* = 300$	$p_6 = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}168$
7.	$x_{31} \geq 10$ и $x_{34} = 0$	$X_7^* = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 20 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 30 \\ 20 & 15 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$F_7^* = 345$	$p_7 = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}018$
8.	$x_{22} \leq 20$ и $x_{13} = 5$	$X_8^* = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 5 & 0 \\ 5 & 20 & 15 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix}$	$F_8^* = 285$	$p_8 = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}112$
9.	$x_{22} \leq 20$ и $x_{34} = 0$	$X_9^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 20 & 5 \\ 0 & 15 & 0 & 25 \\ 20 & 15 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$F_9^* = 345$	$p_9 = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}012$
10.	$x_{13} = 5$ и $x_{34} = 0$	$X_{10}^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 & 20 \\ 0 & 30 & 0 & 10 \\ 20 & 0 & 15 & 0 \end{pmatrix}$	$F_{10}^* = 375$	$p_{10} = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2 = 0{,}042$
11.	$x_{31} \geq 10$, $x_{22} \leq 20$ и $x_{13} = 5$	$X_{11}^* = \begin{pmatrix} 10 & 10 & 5 & 0 \\ 0 & 20 & 15 & 5 \\ 10 & 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}$	$F_{11}^* = 300$	$p_{11} = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}112$
12.	$x_{31} \geq 10$, $x_{22} \leq 20$ и $x_{34} = 0$	$X_{12}^* = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 & 15 \\ 0 & 20 & 5 & 15 \\ 20 & 0 & 15 & 0 \end{pmatrix}$	$F_{12}^* = 400$	$p_{12} = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}012$
13.	$x_{31} \geq 10$, $x_{13} = 5$ и $x_{34} = 0$	$X_{13}^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 5 & 20 \\ 0 & 30 & 0 & 10 \\ 20 & 0 & 15 & 0 \end{pmatrix}$	$F_{13}^* = 375$	$p_{13} = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2 = 0{,}042$

14.	$x_{22} \le 20$, $x_{13} = 5$ и $x_{34} = 0$	$X_{14}^* = \begin{pmatrix} 0 & 20 & 5 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 30 \\ 20 & 0 & 15 & 0 \end{pmatrix}$	$F_{14}^* = 375$	$p_{14} = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2 = 0{,}028$
15.	$x_{31} \ge 10$, $x_{22} \le 20$, $x_{13} = 5$ и $x_{34} = 0$	$X_{15}^* = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 5 & 10 \\ 0 & 20 & 0 & 20 \\ 20 & 0 & 15 & 0 \end{pmatrix}$	$F_{15}^* = 375$	$p_{15} = 0{,}5 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}2 = 0{,}028$
16.	отсутствие всех ограничений	$X_{16}^* = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 20 & 0 \\ 15 & 25 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 30 \end{pmatrix}$	$F_{16}^* = 210$	$p_{16} = 0{,}5 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}8 = 1 - \sum_{k=1}^{15} p_k = 0{,}072$

В результате получаем общие ожидаемые минимальные среднестатистические затраты на перевозку грузов $\overline{F}^* = \sum_{k=1}^{16} F_k^* p_k = 291{,}78$ ден. ед.

Решение задачи усложнится, если для каждой поставки в оптимальном плане ввести вероятности 4-х возможных различных ограничений. В этом случае число комбинаций оптимальных планов грузоперевозок, реализуемых с соответствующими вероятностями, возрастет до $5^6 = 15625$. Для решения подобных задач необходимо использовать компьютерные технологии с соответствующими программными средствами.

Если же заданы априорные вероятности возможных ограничений, а не ограничения приема товара в пунктах сбыта по факту на момент отправки этого товара, или эти вероятности вообще не известны, то следует предусмотреть дополнительные издержки на перевозки груза между пунктами сбыта. Для принятия решения при возникающей в такой задаче неопределенности транспортировки грузов можно использовать модель игры с «природой» с достаточно большим числом стратегий у «обобщенного» поставщика. Новые маршруты поставок могут изменить не только транспортные издержки, но и выручку за поставленный товар, что, естественно, скажется на среднестатистической прибыли «обобщенного» поставщика.

Соответственно может меняться сама исходная модель транспортной задачи. Например, транспортная задача, в которой для каждого из возможных маршрутов задается ограничение по пропускной способности в единицах груза; транспортная задача, модель которой является открытой; транспортная задача, в которой по маршрутам от поставщиков к получателям доставляются грузы различной номенклатуры; транспортная задача с промежуточными пунктами доставки груза (производители – оптовые базы – торговые точки); транспортная задача с недетерминированными тарифами перевозок (изменение тарифов может быть обусловлено погодными условиями, транспортным происшествием или ремонтом на путепроводе маршрута, что может привести к удлинению маршрута до пункта поставки); транспортная задача по критерию времени и др. В модели транспортной задачи возможен учет и возникающего увеличения первоначального спроса в пункте сбыта товара. В этом случае модель транспортной задачи становится открытой, и, кроме того, в условии задачи следует указать штрафные санкции в денежном выражении за недопоставку, если такое будет иметь место, заказанного груза соответствующим получателям. Известна также модель транспортной задачи, в которой имеют место фиксированные доплаты за аренду транспортных средств, независимые от объема перевозимого груза. В такой модели целочисленного программирования целевая функция содержит «скачкообразные» разрывы, что существенно затрудняет ее минимизацию. Модель транспортной задачи может быть совмещена с задачей коммивояжера, т.е. следует оптимизировать транспортные издержки в случае, когда из каждого пункта отравления груза транспортное средство его доставки объезжает несколько пунктов сбыта товара по замкнутому маршруту и возвращается в пункт расположения поставщика.

В рассмотренной стохастической модели транспортной задачи целевая функция представляет минимизируемое математическое ожидание транспортных издержек. Такой же подход осуществлен в [8, 9] при решении задач линейного программирования распределительного характера с заданной вероятность эффективности имеющихся средств для достижения тех или иных выполняемых установок-заданий. Целевая функция в этих задачах – математическое ожидание наиболее эффективного использования всех имеющихся средств.

Результаты и выводы.

Таким образом, результатом решения сформулированной задачи является сценарное прогнозирование логистики транспортных перевозок и соответствующих финансовых затрат при их реализации с учетом вероятностных ситуационных обстоятельств. Вероятность возможных дополнительных условий на объемы поставок или запрета на определенные поставки можно рассматривать как дополнительное ограничение в моделируемой системе, поэтому его выполнение не может улучшить значение целевой функции относительно решения задачи в отсутствие этого ограничения.

Сложность стохастических моделей обусловлена, в частности, как неопределенностью ожидаемых фактических значений вероятностей возможных проблемных ситуаций из-за неполной и порой недостоверной информации, так и непосредственно реализуемых на практике конкретных обстоятельств, предсказуемых с такими вероятностями. Повышение доверительной вероятности численных оценок достигается на основе систематического сбора статистических данных о рисках, сопряженных с взаимодействием с конкретными партнерами по бизнесу, так обусловленных внешними, возможно латентными, факторами, оказывающими влияние на запланированную экономическую деятельность; выявления причинно-следственных связей и корреляций.

С повышением определенности уменьшается погрешность прогнозирования и возрастает поведенческая реактивность в предпринимательской деятельности.

Полученные результаты иллюстрируют учет стохастических состояний в модели транспортной задачи лишь в конкретном частном случае.

Приведенный расчет может быть использован для решения других экономических задач, математическая модель которых может быть сведена к модели транспортной задачи.

Заключение.

Исследование стохастических моделей в методах оптимальных решений (стохастическое программирование) позволяет реализовать на практике междисциплинарный подход при исследовании операций, как отражение системности и целостности учебного материала и всего учебно-познавательного процесса и его значимости для выработки у студентов компетенций, необходимых при решении практических задач в их предстоящей профессиональной деятельности. Такой подход значительно повышает вариативность и динамичность математических моделей, в частности, моделей сервиса, его маркетинга, менеджмента и мониторинга. Междисциплинарный подход определяет отношения и причинно-следственные связи между закономерностями различных областей знаний, формирует системные понятия, когда в расчет принимаются не только научные факты, но и такие аспекты как технологический, социальный, экономический, психологический, кадрово-профессиональный, экологический, правовой, организационно-управленческий и др. в их синтезированном единстве.

Однако любые теоретические и модельно-экспериментальные исследования не могут гарантировать принятие наиболее эффективных решений. Поэтому в условиях риска и неопределенности для принятия, при необходимости, упреждающих действий целесообразно использовать инструментарий математической статистики по сбору и обработке выборочных данных, оценивать вероятностей тех или иных ситуационных событий, анализировать совокупность сопутствующих факторов, наблюдений, свидетельств, использовать свой накопленный опыт и рекомендации экспертов. Детальный и методический анализ всех обстоятельств приводит к абдуктивному выстраиванию схемы поиска оптимального решения в конкретных условиях.

Примечания:

1. Самарин В.И. Информационная модель в социально-гуманитарных исследованиях

и в образовательном процессе // Вопросы гуманитарных наук. 2004. № 2(11). С. 246-250.
2. Самарин В.И. Инварианты модели как категории познания в научно-исследовательской и дидактической деятельности // Вопросы гуманитарных наук. 2007. № 1(28). С. 89-92.
3. Таха Хэмди А. Введение в исследование операций. М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
4. Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций: Учебник для вузов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 436 с.
5. Аронович А.Б., Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П.. Сборник задач по исследованию операций: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГУ, 1997. – 256 с.
6. Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталев Е.Ю., Барановская Т.П. Моделирование рисковых ситуаций в экономике и бизнесе: Учебное пособие. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 224 с.
7. Кузнецов Ю.Н., Кузубов В.И., Волощенко А.Б. Математическое программирование: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1976. – 352 с.
8. Manne A.S. A target-assignment problem // The Journal of the Operations Research Society of America. 1958. Vol. 6, № 3. P. 307-466.
9. Jakobs W.W. Military applications of linear programming // Proceedings of the second symposium in linear programming, ed. H.A. Antosiewicz, Directorate of Management Analysis, DCS Comptroller. Headquarters US Air Force, Washington, D.C. 1955. Vol. 1 and 2. P. 1-27.

References:

1. Samarin V.I. Informatsionnaya model' v sotsial'no-gumanitarnykh issledovaniyakh i v obrazovatel'nom protsesse // Voprosy gumanitarnykh nauk. 2004. № 2(11). S. 246-250.
2. Samarin V.I. Invarianty modeli kak kategorii poznaniya v nauchno-issledovatel'skoi i didakticheskoi deyatel'nosti // Voprosy gumanitarnykh nauk. 2007. № 1(28). S. 89-92.
3. Takha Khemdi A. Vvedenie v issledovanie operatsii. M.: Izdatel'skii dom «Vil'yams», 2005. – 912 s.
4. Volkov I.K., Zagoruiko E.A. Issledovanie operatsii: Uchebnik dlya vuzov. – M.: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana, 2000. 436 s.
5. Aronovich A.B., Afanas'ev M.Yu., Suvorov B.P.. Sbornik zadach po issledovaniyu operatsii: Uchebnoe posobie. – M.: Izd-vo MGU, 1997. – 256 s.
6. Dubrov A.M., Lagosha B.A., Khrustalev E.Yu., Baranovskaya T.P. Modelirovanie riskovykh situatsii v ekonomike i biznese: Uchebnoe posobie. – M.: Finansy i statistika, 2001. – 224 s.
7. Kuznetsov Yu.N., Kuzubov V.I., Voloshchenko A.B. Matematicheskoe programmirovanie: Uchebnoe posobie dlya vuzov. – M.: Vysshaya shkola, 1976. – 352 s.
8. Manne A.S. A target-assignment problem // The Journal of the Operations Research Society of America. 1958. Vol. 6, № 3. P. 307-466.
9. Jakobs W.W. Military applications of linear programming // Proceedings of the second symposium in linear programming, ed. H.A. Antosiewicz, Directorate of Management Analysis, DCS Comptroller. Headquarters US Air Force, Washington, D.C. 1955. Vol. 1 and 2. P. 1-27.

УДК 311

Решение транспортной задачи при стохастических ограничениях на поставки груза

Виктор Иванович Самарин

Сочинский государственный университет, Российская Федерация
кандидат физико-математических наук, доцент
354000, г. Сочи, ул. Советская, 26а
E-mail: visamarin@mail.ru

Аннотация. Приведен пример расчета среднестатистических издержек в классической транспортной задаче с ограничениями на поставки груза.

Рассмотрены такие ограничения на поставки груза, как: запрещенные поставки; ограниченный снизу объем поставки; ограниченный сверху объем поставки; обязательный объем поставки. Выполнен расчет среднестатистических издержек на транспортировку груза при оптимизации решения транспортной задачи, в которой ограничения на поставки груза задаются с определенной вероятностью, причем фактически возникшие дополнительные условия на объемы поставок или запрет на определенные поставки известны поставщикам к моменту начала вывоза от них груза. При исходных данных все возникающие комбинаторные варианты были разрешимыми транспортными задачами, оптимизация решения которых осуществлялась при внесении в модель конкретных дополнительных ограничений на поставки груза.

Решение подобных задач в образовательном процессе при изучении курса «Исследование операций», используя компьютерные технологии с соответствующими программными средствами, обеспечит на основе реализации межпредметных связей более эффективное формирование у студентов необходимых компетенций в предстоящей профессиональной деятельности.

Ключевые слова: образовательный процесс, междисциплинарный подход, транспортная задача, «обобщенный» поставщик, ограничения на поставки груза, целевая функция, вероятность, среднестатистические издержки.