



ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ: МЕТОДИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

Евгений А. Толкачев, Юрий В. Костенич
Институт физики им. Б.И. Степанова, Республика Беларусь

Абстракт

Недостатком нынешнего преподавания физики на начальном этапе её изучения является создание в сознании учащегося искусственных барьеров и стереотипов, которые затрудняют последующее освоение современных концепций. В рамках подхода, основанного на идее преподавания как современных всех разделов и тем программы общей физики, развивается универсальная методика изучения кинематики, понимаемой как выбор геометрии пространства-времени, согласованный с экспериментальной информацией. Это позволяет с единых позиций трактовать кинематику Галилея-Ньютона и Пуанкаре-Эйнштейна. При этом значительное место уделяется раскрытию на простых примерах неявных предположений о свойствах измерительных приборов, на которые в стандартном изложении не обращается внимания, ввиду их кажущейся очевидности. Материал излагается в форме эссе с необходимыми историческими справками и аналогиями, способствующими пониманию сути затрагиваемых проблем широким кругом читателей, в том числе гуманитариями.

Ключевые слова: *новые подходы в обучении, преподавание физики, современные концепции.*

*Где нет никакого облика, никакого порядка, где
ничто не приходит и не уходит, нет, конечно,
ни дней, ни смены времен.*

Блаженный Августин «Исповедь»

Введение

Пространственно-временные представления издревле были сопряжены с уровнем развития цивилизации во всех смыслах: рациональном, эстетическом и иррациональном. Единство времени и места действия – это не только театральное правило, но и физическое определение события. Как отмечено в (Толкачев, 2009), на неразрывную связь пространства и времени при создании (возникновении) нашей Вселенной, удивительно напоминающем некоторые современные физические модели, неоднократно указывал автор эпитафии, один из Отцов Церкви Блаженный Августин, полагавший, что приобретение материей пространственных форм и возникновение времени – это единый процесс: *«Из этой невидимой и неустроенной земли, Ты и создал все то, из чего этот мир ... воплощение самой изменчивости. Она и позволяет чувствовать время и вести ему счет, ибо время создается переменной вещью...»*.

Именно на пространственно-временной сцене разыгрывается спектакль под названием жизнь, в котором все мы актеры. Как *«воплощение самой изменчивости»* здесь появляются гениальные режиссеры, перекраивающие геометрию пространства и времени по своим лекалам. По их воле на сцене возникают центры тяготения, изменяющие ход, а иногда и направление, времени, события приобретают необыкновенную свободу, демонстрируя условность понятия одновременности. Динамические инсталляциями, световые и звуковые волны и всплески погружают нас внутрь действия, заставляя буквально физически почувствовать относительность геометрии пространства-времени. Кто, из впервые попавших на спектакль, скажем Эймунтаса Някрошюса, не испытывал трудности процесса синхронизации собственного времени со временем системы отсчета, избранной режиссером?

Даже, если на место режиссера поставить Природу или Бога, сцену раздвинуть до размеров Вселенной, под центрами тяготения понимать планеты и звезды, под

геометрией – область математики, под временем и пространством, то, что измеряется приборами – часами и «линейками», спектакль будет интересен, если в нем останется жизненный нерв современности. Проблема в том, как поставить такой спектакль в «театре юного зрителя», то бишь в школе. Все знают, что для детей надо играть также как и для взрослых, только лучше. Насколько далеко это знание от реальной педагогической практики можно судить по тому, что физика не входит в число демократически избираемых приоритетов учащимися в странах, которые пока по инерции называют себя цивилизованными. Научное сообщество уже не первый год пытается переломить эту пагубную тенденцию. Откройте, например, журнал Европейского физического общества «Europhysicsnews». Почти в каждом номере найдете обсуждение проблемы, как сделать физику привлекательной для современного поколения. А физика в школе продолжает катиться по наклонной плоскости в прямом и переносном смысле, несмотря на многочисленные и бесплодные реформы. Бесплодные потому, что реформа невозможна, простите за неологизм, без «ресодержания». Впрочем, при недавнем пресечении попытки перехода белорусского школьного образования на 12-летний формат по содержанию был нанесен такой удар, от которого оно не скоро оправится. Так, из математики исчезли начала анализа (Толкачев, Костенич, 2008), а физике оказался ненужным цикл учебников, пронизанный идеей преподавания всех разделов программы как современных.

В настоящей работе мы проиллюстрируем основные методические приемы такого подхода на примере пространственно-временных представлений. Выбор этой темы не случаен. Дело в том, что сегодня в школе существует колоссальный разрыв между способами изложения механики Галилея-Ньютона и начал специальной теории относительности. При изучении ньютоновской механики упор делается на динамику – второй и третий законы Ньютона. Неявно, это можно проверить с помощью часто ставящего учителей в тупик «наивного» вопроса: «Как из первого закона Ньютона или из принципа относительности Галилея можно «вывести» второй его закон»? Что уж говорить о том, что в школе абсолютно не затрагивается геометрический смысл преобразований Галилея и, соответственно, пространства-времени. Напротив, с началами релятивистских представлений школьники знакомятся только на примере кинематики, при этом значительное место уделяется разговорам о геометрии четырехмерного пространства-времени. Динамические уравнения отсутствуют вовсе. Такой диссонанс не может не породить трудностей восприятия нового, его трактовки как парадоксального и противоречивого. И это притом, что обе кинематики – всего лишь два выбора геометрии пространства-времени, связанные предельным переходом. Только одна из них справедлива во всем интервале достижимых на опыте скоростей, и поэтому только она может использоваться для «сверхзадачи» обучения – формирования научной компоненты мировоззрения. Следует добавить, что релятивистское пространство-время обладает геометрией весьма похожей на Евклидову, повсеместно изучаемую в школе. Эта общность создает дополнительные возможности для естественного приобщения учащихся к релятивистским представлениям, как в основном курсе, так и на факультативах.

«Было бы дико сначала рассказывать школьникам «для простоты», что Земля плоская, а потом как открытие, сообщать о ее шарообразности. А так ли далек от этого абсурдного примера тот путь, по которому будущие специалисты входят в современный мир идей теории относительности и квантов?»

Я. А. Смородинский



Относительность Галилея

Содержательную часть статьи приходится начинать с констатации несомненной актуальности для мировой системы массового образования, взятой в качестве эпиграфа к разделу фразы из предисловия к русскому изданию знаменитых Фейнмановских лекций, написанного известным советским физиком и методологом науки Я. А. Смородинским (Толкачев, 2009). В контексте использованного во введении примера это означает, что тема геометрии пространства-времени должна возникать не внезапно, при изучении начал «современных» знаний в конце школьного обучения или в вузах, а – исподволь, образно говоря, звучать в «увертуре», раскрывающей геометрический смысл преобразований Галилея и его принципа относительности. Важнейшим элементом такого подхода является акцент на требующих экспериментальной проверки предположениях, на которые «для простоты» или «по простоте» часто не обращают внимания. Начинать правильно расставлять теоретические акценты лучше в процессе обсуждения стандартных традиционно используемых экспериментов. Поэтому разговор о геометрии пространства-времени начнем с разбора элементарного школьного примера, обычно привлекаемого для обоснования законов сложения перемещений и скоростей.

Рассмотрим «глазами» двух наблюдателей, находящихся в различных системах отсчета равномерные, прямолинейные и однонаправленные перемещения движущегося мимо вокзала вагона и пассажира, идущего по его проходу. Как обычно, один наблюдатель находится на перроне вокзала, другой – движется вместе с вагоном. Оба с помощью имеющихся в их распоряжении приборов измеряют перемещение пассажира за *определенный, заранее оговоренный промежуток времени* после момента прохождения вагона мимо вокзала. Пусть наблюдатель на вокзале с помощью своих приборов фиксирует в установленное время перемещение вагона $S_в$ и перемещение пассажира $S_п$. Соответственно наблюдатель в вагоне регистрирует через тот же самый интервал времени, но измеренный по своим часам, перемещение пассажира $S'_п$. Большинству авторов учебных пособий *кажется очевидным*, что сумма перемещений вагона относительно вокзала и пассажира относительно вагона *равна* перемещению пассажира относительно вокзала. Удобнее записать эту *гипотезу* в виде формул, так чтобы в их левой части оказались величины, измеренные покоящимися приборами, а правой – движущимися

$$S_п - S_в = S'_п, \\ t_{вокз} = t'_{ваг}.$$

Именно в этих формулах прячется точка бифуркации, незаметно проскочив которую, впоследствии очень непросто отыскать дорогу к современным релятивистским представлениям о пространстве и времени. Все стандартные курсы механики *для простоты* утаивают от ученика, а часто и от учителя, что *очевидность* закона сложения перемещений *покоится* на требующем экспериментальной проверки *предположении*, что *показания приборов* для измерения промежутков времени и расстояний *не зависят от того, движутся они или покоятся*. Легко сообразить, что эти формулы разойдутся с экспериментом, если часы движущегося наблюдателя *с точки зрения неподвижного* опаздывают или спешат, или движущийся вагон, опять-таки *с точки зрения неподвижного наблюдателя* изменяет свою длину. Ясно, что показания конкретных часов и «линеек» могут отличаться, например, из-за разницы температур в вагоне и на открытом воздухе. Вопрос в другом, какие свойства следует приписать «идеальным» часам и линейкам. На это может подсказать ответ только совокупности экспериментов. Важно зафиксировать необходимость выбора, убрать привычную «очевидность» обсуждаемого положения, придав ему статус – «требующее проверки на опыте». Далее

можно «плыть по обычному руслу», отметив, что при относительно малых скоростях оно удовлетворительно согласуется с экспериментом.

Кстати, быстрее всего постановку вопроса о сравнении свойств покоящихся и движущихся приборов понимают люди далекие от физики и дети. У них доминирует аналоговое мышление и психологическое ощущение времени и пространства, весьма зависящее от состояния человека, как физического, так и духовного. Единственный прибор, которому они вполне доверяют – это сам человек. Каждому же известно, что показания наших биологических часов, например, пульса, заметно различаются в состоянии покоя и движения, понимаемых в широком смысле — от обычного механического до состояния души. Скажем сразу, прецизионные эксперименты XX века показали, что физические часы проявляют как бы признаки антропоморфности. Например, активный человек с точки зрения пассивного проживает «две жизни», *хотя в своей системе отсчета, конечно, одну*. Так и движущийся с большой скоростью суперсовременный «будильник» живет дольше, чем его покоящийся двойник, хотя в его собственной системе отсчета время жизни не изменяется.

Однако причем здесь геометрия пространства-времени? К сожалению, в современной школе практически не объясняют, что задать геометрию пространства значит, в первую очередь, априорно или из физических соображений *определить величины*, сохраняющиеся при некотором *наборе преобразований координат*. В Евклидовой геометрии такими величинами являются длина отрезка и величина угла, образованного двумя отрезками, начинающимися в одной точке. Легко сообразить, что эти величины сохраняются при произвольных поворотах, задаваемых, в пространстве тремя углами Эйлера, и произвольных сдвигах, определяемых постоянным вектором, то есть еще тремя параметрами. Эта шести параметрическая группа преобразований задает Евклидову геометрию пространства. Однако требуются определенные усилия, чтобы уяснить, что, добавление к ней сдвигов начала отсчета времени на постоянную величину (1 параметр) и, в особенности, *преобразований Галилея*,

$$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{V}t,$$

$$t' = t$$

зависящих еще от трех параметров – вектора скорости, определяет геометрию пространства-времени механики Галилея-Ньютона.

Для начала достаточно обратить внимание на то, что преобразования Галилея «перемешивают» три пространственных и временную координаты, связывая их тем самым *в единое четырехмерное пространство-время*. На пути естественного восприятия этого утверждения стоит психологический барьер, так как «всем известно», что четырехмерное пространство-время – это «парадоксальное» изобретение Эйнштейна. Поэтому акцент в большинстве пособий делается на отщеплении времени от пространственно-временного континуума, причем без объяснения геометрического смысла такого расщепления. А материал для такого комментария буквально «лежит под ногами». Лежит – в виде широко используемых т.н. графиков движения, ожидающих своей геометрической интерпретации. Ее отсутствие, как лакмусовая бумажка, демонстрируют систематические ошибки учителей и учеников при ответе на вопрос, заключенный в следующем элементарном примере.

Нарисуйте график одномерного равномерного движения (мировую линию, на языке современной физики), например, упомянутого выше вагона относительно вокзала. Пусть абсцисса декартовой системы координат на плоскости (x, t) обозначает ось времени, а вдоль ординаты будем отсчитывать пространственную координату. Соедините две любые точки с координатами (x_1, t_1) и (x_2, t_2) отрезком прямой линии. Это – график одномерного движения с постоянной скоростью, равной тангенсу угла,



образуемого построенным отрезком с осью времени. Теперь попытайтесь ответить на вопрос: «Можно ли и как определить длину такого простейшего графика движения?»

Согласитесь, первое, что приходит на ум – это определение длины отрезка в геометрии Евклида – $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (t_2 - t_1)^2}$. Увы, оно не проходит. Евклидова длина отрезка не изменяется при вращениях отрезка или системы координат (подставьте и проверьте)

$$x' = x \cos \alpha + t \sin \alpha, \quad t' = -x \sin \alpha + t \cos \alpha.$$

Очевидно, что эти преобразования, ни при каком значении угла α , не совпадают с преобразованиями Галилея точек двумерной плоскости (x, t)

$$x' = 1 \cdot x + V \cdot t, \quad t' = 0 \cdot x + 1 \cdot t,$$

задающими, *по определению*, геометрию пространства-времени Галилея—Ньютона. В последней формуле мы восстановили отсутствующие в большинстве пособий, «несущественные» члены в преобразованиях Галилея, без чего их трудно воспринимать в одном ряду с вращениями на евклидовой плоскости, выписанными выше, и вращениями на псевдоевклидовой плоскости – преобразованиями Лоренца, о которых пойдет речь ниже.

Легко убедиться, что единственное инвариантное относительно преобразований Галилея «расстояние», сопоставляемое любым двум точкам на плоскости (x, t) – это промежуток времени между началом и концом движения $(t'_2 - t'_1) = (t_2 - t_1)$. Прибор для измерения этого «расстояния» – часы. И только, когда оно равно нулю, т.е. $t_2 = t_1 = t$, можно определить имеющее геометрический смысл, т.е. одинаковое во всех инерциальных системах отсчета *одномоментное расстояние в пространстве*. Действительно, при этом имеем: $x'_a = x_a + Vt$, $t' = t$, $a = 1, 2$. Следовательно $x'_2 - x'_1 = x_2 - x_1$. Модуль этой величины мы пытаемся измерять линейкой.

Почему пытаемся? Потому, что линейка должна быть абсолютно твердым телом, все точки которого одномоментно приходят в движение или в состояние покоя при измерении расстояния. Ясно, что это достаточно сильная абстракция, которую на практике можно реализовать только приближенно. Акцент на этом обстоятельстве облегчит впоследствии объяснение современного электродинамического эталона длины и отказ от модели абсолютно твердого тела в современной механике больших скоростей.

Важно заметить, что *длина траектории* – проекции графика движения на пространственную ось, *не имеет инвариантного геометрического смысла* в пространстве-времени Галилея-Ньютона, другими словами – *является величиной относительной*. Действительно, для наблюдателя, сидящего в закрытом вагоне, длина его траектории равна нулю. Его коллега, измеряющий путь, пройденный вагоном мимо вокзала, получит, в общем случае, ненулевое значение этой величины. Отсюда следует отрицательный ответ на поставленный выше «детский» вопрос о *длине графика движения*: любая математическая комбинация, составленная из проекций графика движения на пространственную и временную оси координат, не является инвариантной относительно преобразований Галилея и *не имеет непосредственного геометрического и физического смысла*.

Наиболее продвинутым в математическом отношении школьникам можно в качестве примера предложить посмотреть, во что переходит, скажем, квадрат на плоскости (x, t) при преобразованиях Галилея. Правильный ответ – в ромб той же площади. Следовательно, форма фигур не сохраняется при движении в пространстве-времени Галилея-Ньютона, что является типичным признаком неевклидовости

пространства. Подробнее обо всем этом можно прочесть в замечательной книге И. М. Яглома (Яглом, 2004), рассчитанной на школьников, но практически незнакомой даже учителям физики. Поэтому они, как и авторы многочисленных учебников, похоже, и не подозревают, что «преподают» неевклидову геометрию, и что *механика Ньютона представляет собой теорию относительности в неевклидовом четырехмерном пространстве-времени, геометрия которого определяется десятипараметрической группой преобразований координат – группой Галилея.*

«Следует знать, что бы ни говорили против этого Галилей и некоторые другие, что тела, начинающие падать или двигаться ...вовсе не проходят через все степени медленности, а имеют с первого момента определенную скорость, которая затем значительно возрастает».
Рене Декарт

Парадокс бесконечных скоростей

К сожалению, в процессе преподавания практически не обращают внимания на еще одно, лежащее на поверхности, но «бесконечно» важное обстоятельство — *кинематика и согласованная с ней динамика классической механики Ньютона допускают существование неограниченных по величине, т.е. бесконечных скоростей.* В любом учебном пособии, после рассмотрения какого-либо варианта задачи о движущихся вагоне и пассажире делят обе части формулы сложения перемещений на универсальное время, получая формулу сложения скоростей $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{V}$, согласно которой можно превзойти любую наперед заданную скорость.

Бесконечная скорость распространения взаимодействия спрятана и в третьем законе Ньютона, который, вообще говоря, допускает, что тела, находящиеся на сколь угодно большом расстоянии действуют друг на друга мгновенно.

Затаилась она и в определении абсолютно твердого тела, что даже Эйнштейн обнаружил далеко не сразу. Предположим, что мы наносим удар по любой точке поверхности такого тела. Из гипотезы «абсолютной твердости» следует, что все точки тела *одномоментно* должны прийти в движение, ведь абсолютно твердое тело деформировать нельзя. Следовательно, необходимо предположить, что скорость распространения взаимодействия внутри абсолютно твердого тела равна бесконечности.

Наконец, простейшая трехбуквенная формула, связывающая скорость равноускоренного движения, ускорение и время $\vec{v} = \vec{a}t$, говорит, что даже при небольших ускорениях в течение достаточно большого времени можно достичь любой скорости.

Удивительно, но практически никого не волнует парадокс, над которым ломали голову, многие после возникновения ньютоновской механики. Ведь движущаяся с бесконечной скоростью точка – это бесконечная прямая. Методисты и дидакты с близким к мазохизму упорством обсуждают парадоксы релятивистской механики, не видя в своем глазу такого «бревна». Если вовремя обратить внимание на эти моменты то, по крайней мере, некоторых из учащихся посетят вопросы: «Не парадоксально ли предположение о наличии в Природе бесконечных скоростей материальных тел?», «Согласуется ли это предположение со здравым смыслом и обыденной практикой?». В любом случае они, если и не испытают облегчения, то, по крайней мере, не будут удивлены, когда узнают, что построенная на столь сильном предположении теория, входит в противоречие с экспериментом и оказывается приближенной, верной лишь в некотором интервале скоростей. Не вызовет шока и сообщение о том, что для электрических зарядов, а значит и для всех материальных тел их включающих,



существование предельной скорости было обнаружено, по сути, еще в начале прошлого века в опытах Кауфмана (http://ru.wikipedia.org/wiki/Кауфман,_Вальтер).

Сегодня же бесконечную скорость в процессе преподавания ньютоновских догматов «заматают под ковер», полагая, видимо, что ее не легче примирить со здравым смыслом, чем любую другую бесконечность.

Говоря об этом невозможно пройти между однобокого понимания сути аксиом. Аксиомы кажутся очевидными только наивным последователям или эпигонам того или иного учения. Противники, наоборот, вешают на них ярлык парадоксальности. На самом же деле они просто **аксиомы** – *недоказуемые предположения*, рождаемые в результате «озарения» профессионалами, пытающимися систематизировать ту или иную область науки. Все, что можно требовать от аксиом – это непротиворечивость и полнота. Никаких других признаков у них нет. Их судьбу решает предсказательная сила следующей из системы аксиом теории.

Следует также иметь в виду, что далеко не всегда и не для всех аксиоматический подход приемлем в качестве исходного пункта для изучения предмета, даже математики, не говоря уже о физике. Об этом прекрасно сказано во втором, геометрическом томе лекций знаменитого математика Ф. Клейна для школьных учителей «Элементарная математика с точки зрения высшей» [5], которые послужили основой для повсеместной реформы системы математического образования в XX веке. В частности, он отмечал, что аксиоматизация геометрии Евклидом, имела в качестве педагогической цели стремление сделать ее более понятной, будущим греческим философам-аксиоматикам, которыми математика рассматривалась, «как подготовка к общим занятиям философией». Такую ориентацию на потребности учащихся александрийского Музея, по сути университета, можно только приветствовать.

Увы, сегодня и философы бегут от аксиом, как черт от ладана, и преподаватели математики в школе предпочитают не обсуждать, например, парадокс, возникающий при сравнении множеств безразмерных точек в отрезках различной конечной длины, не говоря уже о бесконечных линиях. На этом «профанном» фоне аксиомы Евклидовой геометрии кажутся очевидными в отличие от аксиом геометрии Лобачевского или Римана. Это притом, что настоящая аксиоматика геометрии возникла лишь в XX веке, и она охватывает «все случаи жизни». В точности то же касается кинематических аксиом физики.

К истории возникновения кинематики Лоренца – Пуанкаре – Эйнштейна

Еще в конце XIX века выяснилось, что уравнения электродинамики Максвелла не могут быть согласованы с принципом относительности Галилея. Следовательно, электромагнитные эффекты, предсказанные максвелловской теорией, должны были обнаруживать движение систем отсчета с постоянной скоростью, *если* последние связаны преобразованиями Галилея. Эксперименты же это предсказание не подтверждали. Надо было отказываться либо от уравнений Максвелла, либо от преобразований Галилея. Анри Пуанкаре был первым, кто понял, что выбор геометрии пространства-времени не является единственным. Еще в конце XIX века он неоднократно подчеркивал, что в основе новой механики и принципа относительности должен лежать *постулат о постоянстве скорости света и ее одинаковости по всем направлениям*, который, как отмечено в его работе «Измерение времени» (1898г.) (Пуанкаре, 1983): «дает нам новое правило для отыскания одновременности». Там же содержится весьма тонкое наблюдение, что этот постулат нельзя проверить непосредственно, потому что «трудно отделить качественную проблему одновременности от проблемы измерения времени; при этом безразлично, будем ли мы

пользоваться хронометром или учитывать скорость передачи, например скорость света, ибо невозможно измерить скорость, не *измерив* (курсив А. Пуанкаре) время».

Поэтому неудивительно, что в работах А. Пуанкаре 1905 года был, не только сформулирован *новый принцип относительности и реализующие его преобразования пространственно-временных координат*, но и содержалась *полная геометрическая интерпретация кинематики* произвольных скоростей, позднее переоткрытая Г. Минковским. В отличие от бытующего в литературе мифа, подчеркнем также, что А. Пуанкаре предложил *принцип относительности в его современной форме, применимой к любым типам взаимодействий*, и сам приложил его к гравитации.

Вплотную к обоснованным и введенным Пуанкаре преобразованиям подошел Г. А. Лоренц (Лоренц, 1973), путем трудоемкого анализа инвариантности уравнений Максвелла. Весьма щепетильный в вопросах приоритета А. Пуанкаре (Пуанкаре, 1973) предложил назвать их преобразованиями Лоренца. Имя же Пуанкаре носит десятипараметрическая группа преобразований пространственно-временных координат, включающая наряду с преобразованиями Лоренца, сдвиги начала координат и вращения пространственных осей, пришедшая на смену, описанной выше, десятипараметрической группе Галилея.

В 1905 году в работе, не содержащей каких-либо ссылок на труды предшественников, вывел преобразования Лоренца и А. Эйнштейн. Принципиальная разница между их подходами в том, что для конвенционалиста Пуанкаре выбор геометрии – лишь математическое удобство, обеспечивающее наиболее простую запись физических уравнений и законов. Эйнштейн, бывший скорее «стихийным материалистом», полагал, что геометрия пространства-времени имеет онтологический смысл, объективно отражая свойства материи. Как бы там ни было, усилиями этих выдающихся ученых более века назад была создана специальная теория относительности (СТО), которая до сих пор не находит приличествующего статусу отражения в массовом образовании.

Геометрия пространства-времени СТО оказалась, как заметил один из ее интерпретаторов – Г. Минковский (Минковский, 1973), проще в математическом отношении, нежели геометрия пространства-времени Галилея-Ньютона. В этом легко убедиться, рассмотрев еще раз задачу об определении длины отрезка на плоскости графика движения (x, t) . Повторим тот же анализ, что и выше, с заменой преобразований Галилея на координатные преобразования Лоренца

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} x + \frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} (ct), \quad (ct)' = -\frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} x + \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} (ct),$$

где c – предельная скорость. Легко видеть, что теперь не только длина траектории — проекция отрезка на пространственную ось, но и промежуток времени между началом и концом движения имеют *относительный* смысл, т.е.

$$\Delta x' \equiv x'_2 - x'_1 \neq x_2 - x_1 \equiv \Delta x, \quad \Delta t' \equiv t'_2 - t'_1 \neq t_2 - t_1 \equiv \Delta t.$$

Зато *абсолютный* геометрический смысл *приобретает* величина

$$(\Delta s)^2 = (\Delta ct')^2 - (\Delta x')^2 = (\Delta ct)^2 - (\Delta x)^2,$$

которую уместно называть длиной пространственно-временного отрезка или *пространственно-временным интервалом* на плоскости (x, t) . Формула для интервала отличается от стандартной евклидовой длины на плоскости заменой знака плюс на минус, то есть суммы квадратов проекций на их разность. Пространства, в которых длина определяется через знакопеременную сумму квадратов проекций принято называть псевдоевклидовыми.



Преобразования Лоренца называются псевдоевклидовыми вращениями, потому что в обозначениях

$$ch\theta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad sh\theta = \frac{\frac{V}{c}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \quad ch^2\theta - sh^2\theta = 1'$$

они становятся похожи на евклидовы вращения, с точностью до замены обычных синусов и косинусов на гиперболические

$$x' = xch\theta + (ct)sh\theta,$$

$$(ct)' = xsh\theta + (ct)ch\theta.$$

При малых скоростях, когда $V^2 \ll c^2$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

Слово эксперименту

Относительность временных промежутков между событиями, следующая из преобразований Лоренца, легко трансформируется в доступное экспериментальной проверке предсказание: *движущиеся часы идут медленнее, нежели покоящихся*. Для этого надо знать, что штрих в формулах для преобразований Лоренца можно рассматривать, как метку, отличающую координаты движущегося тела от координат покоящегося в той же системе отсчета. В этой интерпретации рассмотрим простенькую, почти бытовую ситуацию. Пусть имеются два одинаковых будильника, при прочих равных условиях идущих абсолютно синхронно. Заведем их на одно и то же время, отличающееся от момента начала эксперимента на фиксированную величину Δt . Оставим один будильник рядом с неподвижным наблюдателем, а второй отправим в путь со скоростью V . Согласно преобразованиям Лоренца движущийся будильник зазвонит, через время

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

по часам, измеряющим *собственное время покоящегося наблюдателя*. Поскольку под корнем стоит величина заведомо меньшая единицы, то время жизни движущегося будильника до звонка $\Delta t'$ больше чем время Δt , на которое его заводили.

Следовательно, движущиеся часы идут медленнее неподвижных.

Это предсказание в течение прошлого столетия было неоднократно экспериментально подтверждено. В одних опытах в качестве «будильника» выступал мю-мезон, частица очень похожая по своим свойствам на электрон, но имеющая конечное, строго фиксированное в системе покоя время жизни — $2,2 \cdot 10^{-6}$ с, через которое мюон распадается на электрон и пару нейтрино-антинейтрино различных типов. Мюоны рождаются благодаря космическим лучам в верхних слоях атмосферы на высоте около 15 км. Даже имея скорость близкую к скорости света, они должны были бы распасться, пролетев всего порядка 600 м. Должны, если бы были справедливы преобразования Галилея, и собственное время мюона — время его жизни имело универсальный смысл, не зависящий от скорости движения мю-мезона. Однако, детекторы на поверхности Земли регистрируют тот же поток мю-мезонов, что и аналогичные приборы на воздушных шарах в стратосфере. Что и служит убедительным подтверждением релятивистского замедления времени - одного из основных предсказаний специальной теории относительности.

Проводили подобные эксперименты и с часами, являющимися сегодня эталоном времени. Это – созданные физикой XX века квантовые часы, основанные на точном определении «цвета» света. Цвету в электромагнитной теории света сопоставляется физическая характеристика – частота, величина обратная периоду чередования максимумов или минимумов электрического (магнитного) поля в данной точке. Еще во времена создания СТО было известно, что излучение различных атомов происходит только на определенных, присущих лишь данному типу атомов частотах. Квантовая механика смогла объяснить это явление и предложить метод расчета спектра (набора) атомных частот. Развитие теоретической и экспериментальной спектроскопии позволило создать современный эталон времени.

Для справки: В секунде, составляющей по астрономическим часам $1/86400$ часть суток, укладывается 9 192 631 770 современных эталонных единиц времени.

Обнаружение зависимости хода квантовых часов от скорости их движения явилось не только убедительным подтверждением справедливости формул Лоренца в квантовой области, но и основанием для использования пространства-времени Минковского как математической модели, описывающей не только классические, но и квантовые процессы.

Именно с экспериментальных фактов наличия предельной скорости и зависимости хода часов от скорости их движения следует начинать изложение релятивистской физики, а не с аксиоматики, как делается обычно. Наличие предельной скорости демонстрируют все ускорительные установки мира. В школе удобнее всего апеллировать к линейному ускорителю. Для описания скорости заряженной частицы можно попытаться использовать трехбуквенную формулу, упомянутую выше $\vec{v} = \vec{a}t$. Тогда электрон, пройдя в Стэнфордском линейном ускорителе (США) всего лишь несколько сантиметров, должен был бы по законам Ньютона превысить скорость света в вакууме. Однако эксперимент показывает, что и на выходе из ускорителя (через 3км) его скорость все еще меньше скорости света в вакууме на одну десятиллиардную часть.

Наличие эталона времени в сочетании с универсальным, не зависящим от движения системы отсчета характером величины скорости света в вакууме, равной 299 792 458 м/с, позволило создать современный эталон длины – расстояние, которое свет проходит за эталонную единицу времени. Из этого определения очевидно, что зависимость хода часов от состояния их движения неизбежно влечет относительность показаний средств для измерения расстояний.

В контексте глубокого замечания А. Пуанкаре по поводу измерения времени и универсальности скорости света, можно сказать, что современная физика расстояния измеряет с помощью часов. В этом пункте происходит несколько неожиданное сближение с обыденной практикой. Ведь каждый из нас на вопрос: «Далеко ли от дома до работы?» отвечает что-то типа: «Полчаса на общественном транспорте».

Высокая точность хода атомных часов позволила проверить предсказание общей теории относительности (ОТО), возникшей как дальнейшее развитие СТО. Если рассматривать пространство и время как формы существования материи, то естественно ожидать, что локальные неоднородности в распределении материи должны сказываться на показаниях часов и приборов для измерения расстояний. Другими словами ход часов в окрестности Земли должен отличаться от хода часов вблизи Солнца или Луны.

А. Эйнштейн после ряда неудачных попыток предложил одновременно с математиком Д. Гильбертом уравнения предсказывающие подобное поведение часов и «линеек». Центральной идеей стало обобщение понятия пространственно-временного интервала таким образом, чтобы он видоизменялся вместе с динамикой распределения материи. Ясно, что при этом понятия расстояний и промежутков времени становятся в



еще большей мере относительными. Отсюда и название – *общая* теория относительности. Пространство и время в ней моделируется *римановой геометрией*.

Простейший пример римановой геометрии – это геометрия на сфере, весьма важная для мореплавателей и потому уходящая корнями в глубокую древность. Интуитивно понятно, что сфера – это пространство постоянной кривизны. Надувая воздушный шарик, изготовленный из резины неоднородной толщины, легко представить динамичный образ искривленного двумерного пространства. Согласно ОТО, мы живем в четырехмерном искривленном пространстве-времени. Естественно, что, как и на сложной двумерной поверхности, кратчайшие пути между его точками не будут прямыми. Отклонение света Солнцем было первым экспериментальным подтверждением ОТО, если не считать хорошо известного смещения перигелия Меркурия, представлявшего собой проблему для ньютоновской теории гравитации.

В геометрию пространства-времени удалось полностью «спрятать» только гравитацию. Попытки включить в эту схему другие типы взаимодействий успеха не имели вплоть до последней четверти прошлого столетия. Определенные надежды на построение «теории всего» в геометрическом подходе связываются с так называемыми струнными моделями, о которых можно прочесть в блестящей популярной лекции Д.Гросса, «висящей» в свободном доступе на одном из лучших научно-популярных сайтов <http://www.elementy.ru>.

Одним из конкретных предсказаний ОТО стало замедление хода часов вблизи массивных материальных объектов. По-видимому, итальянцы были первыми, кто сравнил ход атомных часов в равнинном Турине и высоко в горах на Плато Роза. В результате выяснилось, что часы в горах уходят от своих равнинных собратьев на 30 наносекунд (миллиардных частей секунды) в день. Последующие аналогичные эксперименты в Америке и Японии дали результаты, находящиеся в полном согласии с расчетами ОТО. Замедление хода времени обнаруживается и в спектроскопических экспериментах, фиксирующих изменение частоты света, испускаемого одинаковыми атомами, находящимися на поверхности различных космических тел – так называемое гравитационное красное смещение.

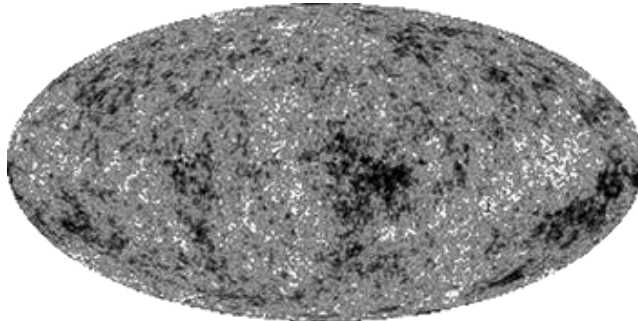
Что касается проблемы времени, то поскольку временные промежутки утратили абсолютный смысл, стало относительным и понятие одновременности событий. Еще А. Пуанкаре задавался в цитированной выше работе 1898 года вопросом: «Не ближе ли мое настоящее к моему вчерашнему прошлому, чем к настоящему Сириуса»? Современная физика поставила каждого из нас на острие стрелы *собственного* времени. В силу конечности скорости света, видимая сиюминутность – это мозаика разновременных образов прошлого. Светит ли Солнце в данный момент, мы узнаём приблизительно через восемь минут.

Музыка сфер: Вместо заключения

Прекрасны слова И. Канта: «В мире существуют только два явления, заслуживающие действительного восхищения и достойные внимания настоящего ученого: это – звездное небо над нами и нравственный закон внутри нас». Образ звездного неба вполне подходит и для описания нашего внутреннего космоса, в котором, как и вовне, есть яркие светила и черные дыры, туманности и галактики. От одних свет идет к нам годы, от других века и тысячелетия, третьих мы не увидим никогда, как не можем увидеть, что было до отделения света от вещества. Этот момент в истории мира долгие века волновал души и умы людей, но только физики XX века смогли подарить его фотографии человечеству.

Весомый вклад в это свершение внесли американцы Джон Мазер и Джордж Смут (http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2006/press.html), лауреаты Нобелевской премии по физике 2006 года «за открытие спектра черного тела в реликтовом излучении и анизотропии этого излучения», как и не получившие ничего кроме пионерских результатов советские физики Н. Кардашев, И. Струков и Д. Скулачев (Скулачев, 2009). Реликтовое излучение является первым светом, вырвавшимся на свободу из объятий остывающей плазмы Большого взрыва, когда ее электроны и протоны стали объединяться в легкие атомы. С тех пор уже более 13 миллиардов лет реликтовое излучение, заполняя все пространство Вселенной, хранит ее портрет в возрасте всего нескольких сотен тысяч лет от роду.

Оказалось, что частотный состав этого излучения описывается обычной земной, по сути, первой квантовой формулой Планка для спектра идеального излучателя – так называемого черного тела. Отклонения в тысячные доли процента позволяют нам увидеть случайные черты на лице юной Вселенной – первичные неоднородности ее вещества, из которых впоследствии возникли туманности и галактики, звезды и планеты и, наконец, мы с Вами. (Иллюстрация NASA. Фото с сайта: map.gsfc.nasa.gov)



В заключение приведем слова известного астрофизика П. Ферейры (Ferreira, G. Pedro, 2003): *«Мы живем в относительно неинтересной Вселенной. Она – плоская, холодная, пустая и однородная. Средняя температура во внешнем пространстве 2,7 градуса Кельвина. В одном кубическом метре – всего лишь 10 молекул водорода. А пронизывающий Космос свет одинаков по всем направлениям с точностью до одной десяти тысячной».*

За бесстрастностью, и даже скепсисом этой фразы скрывается гордость за физику, которой удалось, говоря на языке Скрябина и Чюрлениса, визуализировать партитуру «Сотворения мира» и Кеплерову «музыку сфер». Хотелось бы, чтобы эта музыка нашла своего «ди-джея» в лице учителя физики и была услышана его учениками.

Литература

- Толкачев, Е.А. (2009). Энергия убеждений. *Наука и Инновации*, № 12(82), с. 20–23.
- Толкачев, Е.А., Костенич, Ю.В. (2008). Анализ бесконечно малых в среднем образовании. *Высшая школа*, №6, с. 67-72.
- Сморodinский, Я.А. (1976). К читателям русского издания. В кн. *Фейнмановские лекции по физике*. Москва: Мир, с.5.
- Яглом, И. М. (2004). *Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия*. Москва: Едиториал УРСС, 304 с.
- Клейн, Ф. (1987). *Элементарная математика с точки зрения высшей /Изд. 2-е/*. Москва: Наука, Т.2, 416 с.
- Пуанкаре, А. (1983). *Измерение времени /О науке: Пер. с франц./*. Москва: Наука, с. 169–180.



Лоренц Г.А. (1973). *Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света /Принцип относительности/* (Сб. работ по специальной теории относительности). Москва: Атомиздат, с. 67–89.

Пуанкаре, А. (1973). *О динамике электрона /Принцип относительности/* (Сб. работ по специальной теории относительности). Москва: Атомиздат, с. 118–160.

Минковский, Г. (1973). *Пространство и время /Принцип относительности/* (Сб. работ по специальной теории относительности). Москва: Атомиздат, с. 167–180.

Скулачев, Д. (2009). Они были первыми. *Наука и жизнь*, № 6. – <http://elementy.ru/lib/430839>.

Ferreira, G. Pedro (2003). The cosmic microwave background. *Physics World*, Vol. 16, No. 4, p. 27–32.

Summary

THE GEOMETRY OF SPACE-TIME: METHODOLOGICAL ASPECT

Evgeniy A. Tolkachev, Yuriy V. Kostenich



B.I. Stepanov Institute of Physics of NAS of Belarus

One of the problems of present physics teaching at the initial stage is creation in pupils minds some artificial barriers and the stereotypes complicating the subsequent studying of modern concepts. The main idea of the approach developed - all the themes and topics of general physics course should be focused on modern physical knowledge. Major instructional techniques are illustrated by the formation of modern space-time representation in the study of kinematics. Emphasis is placed on the geometric interpretation of the Galilean transformations. Together with three rotations, which determined by Euler angles, and three spatial shifts and a shift in time, they define the four-dimensional non-Euclidean geometry of space-time mechanics of Galileo, Newton. We discuss the relative status of the length of the trajectory and the inability to determine the length of the moving body diagram (world line) in four-dimensional space-time of Galileo, Newton. On the simple examples are demonstrated the need for experimental verification of the "obvious" assumptions about the immutability of the readings of moving and fixed hours and rulers. It is emphasized that the hypothesis of the existence of absolute rigid bodies, Newton's third law and the law of velocities addition in Newtonian mechanics lead to physically paradoxical conclusion about the existence of infinite velocity of material bodies motion. The history and physical preconditions create special relativity by Lorentz, Poincaré and Einstein are described. We discuss the geometric interpretation of the observed dependence of the atomic clock rate on the change of the gravitational potential.

The idea that conceptions of the physical space-time have an world outlook and cultural value run through the whole text. The material presented in the form of an essay with the necessary historical references and analogies that promote understanding of the issues involved a wide range of readers, including the humanities.

Key words: physics teaching, modern concepts, new approaches in teaching.

Received 20 September 2009; accepted 20 December 2009

 Evgeniy A. Tolkachev Professor, B. I. Stepanov Institute of Physics, Minsk, Republic of Belarus E-mail: tea@dragon.bas-net.by Website: http://ifanbel.bas-net.by/russian/index.html	 Yuriy V. Kostenich Assoc. Professor, B. I. Stepanov Institute of Physics, Minsk, Republic of Belarus Website: http://ifanbel.bas-net.by/russian/index.html
---	--