

РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

УДК 625.1

І. О. БОНДАРЕНКО<sup>1</sup>, Д. М. КУРГАН<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Каф. «Колія та колійне господарство», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпропетровськ, Україна

<sup>2\*</sup>Каф. «Колія та колійне господарство», Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту імені академіка В. Лазаряна, вул. Лазаряна, 2, 49010, Дніпропетровськ, Україна, тел. +38 (056) 373 15 42, ел. пошта kurgan@brailsys.com

## ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМАЦІЙНОГО СТАНУ ЗАЛІЗНИЧНОЇ КОЛІЇ ЗАСОБАМИ ТЕОРІЇ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ПРУЖНИХ ХВИЛЬ

**Мета.** Провести аналіз можливостей існуючих практичних методів розрахунку колії на міцність і їх порівняння з запропонованим методом розрахунку засобами теорії розповсюдження пружних хвиль. **Методика.** Застосовано аналітичний метод складання та розв'язання рівнянь напруженого стану елементів залізничної колії за різними методиками з огляду на питання, що можуть вирішуватися. Використано метод моделювання при створенні певної моделі залізничної колії. **Результати.** Рівняння, що описують напружений стан елементів залізничної колії, в первинному вигляді мають диференційні складові для врахування часу та динамічного навантаження. Але для вирішення більшості задач вони суттєво спрощуються – складні залежності замінюються емпіричними коефіцієнтами, деякими показниками просто нехтують. Показано межі застосування розрахунків, що накладають на них певні допущення. В якості альтернативи наведено можливість створення моделі залізничної колії на основі теорії розповсюдження пружних хвиль. Тоді час дії напружень, задіяна маса та інші показники підпорядковані фронту розповсюдження хвиль, а рівняння рівноваги базуються на динамічному представленні теорії пружності. **Наукова новизна.** Обґрунтовано загальні принципи формування моделі залізничної колії на основі теорії розповсюдження пружних хвиль в якості альтернативи рівнянь, що мають диференційні складові для врахування часу та динамічного навантаження. **Практична значимість.** Дані розробки можуть використовуватися як інструмент для вирішення задач, пов'язаних із надійністю залізничної колії.

*Ключові слова:* надійність; напруження; хвиля; пружність; колія

### Вступ

В практиці ведення колійного господарства доводиться постійно вирішувати задачі, що пов'язані з теорією надійності: визначення міжремонтних термінів, облік впливу на них різних факторів, визначення періодичності контролю стану колії, прогнозування термінів служби елементів колії при різних умовах експлуатації та ін. Параметри, за якими визначається витривалість роботи будь-якого об'єкту – це амплітуди коливань, асиметричний цикл напружень, кількість циклів навантаження, пружні та залишкові переміщення тощо.

### Мета

Щоб вести розробки в цьому напрямку необхідно мати відповідний розрахунковий інструмент. Для вирішення більшості задач на-

дійності залізничної колії недостатньо визначати тільки максимально вірогідні сили та напруження. Для оцінки накопичення деформацій втомі треба розглядати процес виникнення і затухання напружень, їх розповсюдження у товщі підрейкової основи в часі, вібраційну дію, амплітудно-частотні характеристики. Виникає необхідність вивчення коливань системи тіл, як одного з основних факторів, що впливають на безвідмовну експлуатацію конструкції колії та її споруд. Існуючі моделі взаємодії колії і рухомого складу достатньо повно описують процес статичного і квазістатичного навантаження конструкції, однак такий підхід не дає можливості дослідження динамічних ефектів пов'язаних з рухомими швидкісними навантаженнями. На сьогоднішній час майже відсутні готові математичні моделі для вирішення подібних задач, особливо в загальній постановці, що пояснюється складністю їх створення.

## РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

Однак використання сучасних аналітично-чисельних методів у поєднанні з потужною обчислювальною технікою відкриває нові можливості.

## Методи

Розглянемо основні принципи та можливості моделювання роботи елементів залізничної колії для аналітичних розрахунків.

## Рейка

Точність рішення задачі о коливаннях рейки і шпали під дією поїзного навантаження залежить перш за все від вибору розрахункової схеми і точності вихідних даних [5].

В сучасних аналітичних розрахункових схемах рейка розглядається як балка, яка опирається на рівнопружну основу. В залежності від задачі, яка вирішується, і можливості спрощення розрахунків шляхом нехтування тих чи інших параметрів, можливі деякі варіації у представленні такого рівняння. Опис таких розрахункових схем розглянуто у великій кількості джерел. Один з найповних виглядів наводиться, наприклад, у [5]

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + EI \frac{d^4 y}{dz^4} + \frac{d}{dz} \left( H \frac{dy}{dz} \right) + Uy + I_0 \frac{d^4 y}{dz^2 dt^2} = P(z, t), \quad (1)$$

де  $m$  – приведена вага рейки;

$EI$  – жорсткість рейки на прогин;

$H$  – повздовжня сила;

$U$  – модуль пружності підрейкової основи;

$I_0$  – момент інерції одиниці довжини рейки відносно центральної вісі перпендикулярної до площини коливань;

$P(z, t)$  – розподілене вертикальне рухоме навантаження.

В якості альтернативи розглянемо застосування хвильової моделі розповсюдження напружень [8, 7], тоді залізнична колія розглядається як просторова система об'єктів, які характеризуються геометричними розмірами і фізичними властивостями, що визначають швидкості розповсюдження хвиль та параметри деформацій пружності і здвигу [2]. Фронт розповсюдження напружень буде визначатися рівнянням

$$\begin{cases} (x, y, z) \in A(t) \left| \rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta; \right. \\ A(t) \subset \Omega \end{cases}, \quad (2)$$

де  $\nabla^2$  визначає оператор  $\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ ;

$(x, y, z)$  – геометричне місце точки фронту хвилі;

$A(t)$  – множина точок, що на момент часу  $t$  визначають межі розповсюдження хвилі;

$\rho$  – щільність речовини;

$\Delta$  – об'ємне поширення;

$\lambda, \mu$  – постійні Ляме;

$\Omega$  – простір, обмежений поверхнею тіла.

Для визначення деформацій і відповідних напружень об'єкт поділяється на набір сегментів

$$B_i = A(t) \setminus A(t - \delta t). \quad (3)$$

Тоді загальне рівняння для опису напружено-деформованого стану об'єкту буде мати вигляд

$$\begin{aligned} \forall B_i \left| \frac{d^2 u_{i0}}{dt^2} \int (m_{i\alpha} \cos^2 \alpha) d\alpha = \right. \\ = u_{(i-1)0} \int K \frac{S_{(i-1)\alpha} \cos^2 \alpha}{\Delta y_{(i-1)\alpha}} d\alpha - \\ \left. - u_{(i)0} \int K \frac{S_{(i)\alpha} \cos^2 \alpha}{\Delta y_{(i)\alpha}} d\alpha, \quad (4) \right. \end{aligned}$$

де  $u_{i0}$  – деформація сегменту;

$\Delta y_i$  – товщина сегменту за напрямком дії сили;

$$K = \lambda + \frac{2}{3} \mu; \quad (5)$$

$$S_{i-1} = B_i \cap B_{i-1}; \quad (6)$$

$$m_i = V(B_i) \rho; \quad (7)$$

де  $V(B_i)$  – об'єм сегменту;

Деякі параметри сегменту, що були названі, визначається інтегруванням з урахуванням їх зміни за напрямком  $\alpha$ . Для напрямку, що співпадає з дією сили  $\alpha = 0$ . Для конкретного об'єкту системи межі інтегрування визначаються його геометрією –  $\Omega$  (наприклад, для

РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

напівпростору  $\alpha \in \left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$ .

Для сегменту, на поверхню якого діє зовнішнє навантаження, перша складова правої частини рівняння (4) замінюється силою у вигляді  $P = f(t)$ .

На перший погляд рівняння (1) досить повно описує напружено-деформований стан рейки, навіть з урахуванням фактору часу, коливань рейки у вертикальній площині ( $y$ ) та їх зміною по довжині рейки ( $z$ ). Але слід розглянути кожен параметр, який використовується в ньому та його аналог при застосуванні хвильової моделі рейкової колії.

**Приведена вага рейки ( $m$ ).** Взагалі мається на увазі та вага рейки, яка приймає участь у процесі взаємодії на даний момент часу при даному прогині рейки. Звісно вона постійно змінюється, але представлення її у вигляді  $m = f(t)$  або  $m = f(y)$  унеможливило розв'язання рівняння (1). В деяких задачах вагою рейки (а найчастіше й інших елементів колії) просто нехтують [10, 4].

В хвильовій моделі для кожного моменту часу відомо фронт розповсюдження напружень, тому в розрахунках використовується відповідна вага як рейки, так і інших елементів колії у вигляді  $m = f(t)$  – формула (7).

**Повздовжня сила ( $H$ ).** Повздовжня сила може бути представлена у вигляді [6]

$$H = N + \int_{-\infty}^z W dz, \quad (8)$$

де  $N$  – повздовжня температурна сила;

$W$  – розподілений пружний опір повздовжньому переміщенню рейки.

Враховуючи те, що повздовжня сила  $H(z)$  змінюється дуже повільно у порівнянні з функцією  $y(z, t)$  її можна прийняти постійною [5]. Для вирішення більшості задач роботи колії у вертикальній площині повздовжня сила не враховується. Насамперед її визначення необхідно для задач стійкості колії проти викиду, але їх вирішення потребує інших розрахункових схем, в яких розглядається рівновага рейкошпальної решітки. Наприклад, один з варіантів такої розрахункової схеми за методикою проф. С. П. Першина описано в [1].

Принципи побудови хвильової моделі колії

не суперечать врахуванню й повздовжньої сили, так як залізнична колія розглядається у вигляді просторової системи, то сили можуть бути прикладені у будь-якому напрямку. Крім того повздовжній опір переміщенню рейки може бути враховано саме на тих ділянках рейки, які намагаються повздовжньо рухатися і з відповідним значенням.

#### **Модуль пружності підрейкової основи $U$ .**

Під модулем пружності в рівнянні (1) мається на увазі рівномірно розподілена жорсткість підрейкової основи. Від значення цього показника значно залежать результати розрахунків – й прогини, й напруження. Треба відокремлювати модуль пружності в точці під рейкою (якщо вважати, що рейка опирається на окремі опори – саме його значення буде отримано, якщо статично навантажувати рейку й вимірювати прогин) та модуль пружності по довжині рейки (якщо вважати, що рейка опирається на безперервну пружну основу), а також відокремлювати статичний і динамічний модуль пружності. Для рівняння (1) потрібен саме динамічний модуль пружності. При цьому доцільно враховувати, що він не є постійною величиною, а змінюється як від прогину рейки (причому нелінійно, тому доцільніше говорити про його зміну в часі в процесі коливань рейки), так і по довжині:  $U = f(t, z)$ . Але у такому вигляді не тільки ускладнюються розрахунки, але й постає питання правильного завдання модуля пружності у вихідних даних.

На сьогодні існує декілька доволі різних засобів натурних вимірів модуля пружності підрейкової основи, але вони мають ти чи інші недоліки. Напевно, одним з перспективних можна вважати метод розрахунку модуля пружності за результатами експериментальних вимірів розподілу напружень по довжині рейки від руху поїзду [3], що дає змогу отримувати значення розподілене по деякій ділянці і визначене від динамічного навантаження.

Питання з правильного врахування і вимірювання модуля пружності перш за все пов'язані зі складністю фізичного процесу що відбувається. На модуль пружності підрейкової основи впливають властивості елементів колії: підкладка, шпала, баласт, земляне полотно (звісно, для різних конструкцій колії цей список може мати від'ємності). Його значення складається з жорсткості кожного з названих елементів, але не в рівній мірі, а з урахуванням їх

## РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

вкладу у загальну деформацію на дану мить дії. Саме ступень їх вкладу буде суттєво залежати від динаміки процесу. Напевно, що чим меншу жорсткість має шар, тим більша частина прогину буде реалізовуватися саме за рахунок його деформації. Наприклад, в [9] висловлюється таке співвідношення деформацій шарів підрейкової основи: рейка – 0,2%, прокладка – 34%, залізобетонна шпала – 0,8%, баласт – 22%, земляне полотно – 43%. Але деформації від навантаження на рейку розповсюджуються не миттєво, і поки у процес увійде найменш жорсткий шар (земляне полотно) до взаємодії (теж поступово у часі) будуть вже залучені й інші елементи. Це спричинить зміну значення модуля пружності в часі в досить значних межах. А якщо навантаження діє недовгий час (достатньо велика швидкість руху), то значення модуля пружності може й не встигнути набути меж, які б відповідали стану урівноважених деформацій усіх шарів.

При застосуванні хвильової теорії модуль пружності підрейкової основи як такий взагалі не використовується. Зв'язок між силами і деформаціями здійснюється через коефіцієнти передачі енергії ( $\lambda$ ,  $\mu$ ). Таким чином пружна деформація враховується комплексно у всіх напрямках, а не тільки вертикальна або у кожному напрямку окремо. Крім того отримується динамічний опір, який враховує які саме об'єкти, і навіть які їх частини, беруть участь у взаємодії. Як наслідок, результатом розрахунків є не деформація об'єкта в цілому, а її розповсюдження в тілі об'єкта (з урахуванням його поділення на сегменти – формула (3)), що дає змогу отримувати не тільки осьові напруження на поверхнях контакту об'єктів, а й в будь-якій точці системи. Окремо слід зазначити, що хвильова модель враховує не тільки «пряме» розповсюдження напружень від прикладеного навантаження, а й відбиття хвиль від поверхні контакту об'єктів з різними фізичними властивостями, що дає змогу аналітично отримати адекватний інструмент формування пружної динамічної деформації.

**Жорсткість рейки на прогин ( $EI$ ).** Параметр, необхідний для розглядання рейки як балки без конкретних геометричних розмірів (вони зведені до моменту інерції). Як результат – напруження на поверхні по осі дії сили через визначення згинального моменту (єдиного для перерізу рейки).

В хвильовій моделі опрацьовується реаль-

ний геометричний обрис об'єкту, який задається множиною  $\Omega$ . Математично для опису множини  $\Omega$  можуть застосовуватися різні засоби в залежності від інструменту, який використовується для розв'язання рівняння (2). Такий підхід дає змогу визначати напруження в будь-якій точці об'єкту.

**Момент інерції одиниці довжини рейки відносно центральної осі перпендикулярної до площини коливань ( $I_0$ ).** Як правило, інерцією обертання нехтують, так як довжина балки (рейки) суттєво перевищує її поперечні розміри. Враховуючи те, що в хвильовій моделі до розрахунку береться дійсний геометричний обрис об'єкта, немає необхідності у використанні таких приведених параметрів як моменти інерції відносно будь-яких напрямків.

**Зовнішнє навантаження ( $P(z, t)$ ).** Рівняння (1) дає змогу задавати зовнішнє навантаження у вигляді сили, як прикладеної в точці, так і рівномірно розподіленій по довжині рейки. Можна враховувати, що сила змінюється у часі по гармонічному закону, хоча це значно ускладнює математичний апарат для виконання розрахунків. Більшість задач вирішується для постійного значення сили, під яким мається на увазі максимально вірогідне навантаження, яке складається зі статистичної суми динамічно залежних складових [10, 4]. Але в будь-якому разі це повинна бути вертикальна сила, прикладена по осі балки (рейки). Врахування сумісної дії декількох сил (наприклад, одночасна дія на рейку декількох коліс) може бути отримано тільки попереднім приведенням їх до однієї.

Хвильова модель залізничної колії може бути представлена в трьохмірному виміру з рівноцінними можливостями розрахунків для будь-якої просторової орієнтації об'єктів. Це дає змогу прикладати навантаження у вільному напрямку і в будь-якому місці. Завдання сили у вигляді функції від часу, а також врахування зміни у часі місця і напрямку її дії (наприклад, рух колеса по рейці) не суперечить рівнянням (2) і (4). Також, зі сторони фізико-математичного апарату немає обмежень на кількість сил, що прикладаються до системи. Є змога оцінювати дію на залізничну колію не тільки системи коліс, що рухаються по одній рейковій нитці, а й по двом рейкам з урахуванням їх сумісного впливу.

Якщо для рівняння (1) прийняти низьку

## РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

спрощень:  $m = 0$ ,  $H = 0$ ,  $I_0 = 0$  і, навіть,  $P = 0$ , отримаємо диференціальне рівняння прогину балки (рейки), яке використовується для сучасних розрахунків колії на міцність

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} + Uy = 0, \quad (9)$$

або у більш звичному вигляді

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + 4k^4 y = 0, \quad (10)$$

де  $k = \sqrt[4]{\frac{U}{4EI}}$  – коефіцієнт відносної жорсткості.

Рівняння (9) може бути отримано й базуючись на опорі матеріалів, виходячи з математично можливої форми вісі вигнутої балки, взагалі без розглядання динаміки процесу. Таким чином воно дає загальний опис форми балки по довжині, яка була вигнута (не важливо яким чином, так як  $P = 0$ ), і якій не дає випрямитися опір основи (причому не тільки вниз, а й вгору – ще одне припущення). Зв'язок між силою і прогином відновлюється при визначенні граничних умов для інтегрування рівняння (10) – виходячи з опорі матеріалів приймається, що поперечна сила в перерізі балки дорівнює половині зовнішньої зосередженої сили в місці її прикладення.

Рівняння (10) є базовим для «Правил розрахунку на міцність» [4]. Треба зазначити, що воно адекватно вирішує поставлену задачу – визначення максимально вірогідних осьових напружень. Але від динамічної природи процесу взаємодії рухомого складу й рейки в ньому майже нічого не залишилося, і його використання для інших задач у такому або навіть зміненому вигляді потребує ретельного аналізу.

**Шпала**

Вертикальні коливання шпали можуть бути описані диференціальним рівнянням, близьким по структурі до рівняння (1) [5]

$$m_{ш} \frac{d^2 y_{ш}}{dt^2} + (C_{ск} + C_{ш}) y_{ш} = C_{ск} y_p, \quad (11)$$

де  $m_{ш}$  – вага напівшпали;

$y_{ш}$  – пружна деформація шпали;

$C_{ск}$  – жорсткість вузла скріплення;

$C_{ш}$  – жорсткість шпали;

$y_p$  – прогин рейки.

Напруження в шпалі під підкладкою визначаються за формулою

$$\sigma_{ш}(t) = \frac{Q_{ш}(t)}{F_n}, \quad (12)$$

де  $F_n$  – площа підкладки;

$Q_{ш}(t)$  – сила тиску колеса на напівшпалу (крізь рейку)

$$Q_{ш}(t) = C_{ск} [y_p(t) - y_{ш}(t)]. \quad (13)$$

Напруження на поверхні баласту під шпалою

$$\sigma_{\delta}(t) = \frac{Q_{\delta}(t)}{F_{ш} \alpha}, \quad (14)$$

де  $F_{ш}$  – площа підошви напівшпали;

$\alpha$  – коефіцієнт вигину шпали.

$Q_{\delta}(t)$  – сила, що діє від шпали на поверхню баласту

$$Q_{\delta}(t) = C_{ш} y_{ш}(t). \quad (15)$$

Проаналізуємо рівняння наведені для розрахунку деформовано-напруженого стану шпали.

Говорячи про напруження в шпалі під підкладкою і в баласті під шпалою (формули (12) і (14)) маються на увазі напруження, що діють по осі сили прикладеної до рейки (по осі рейки), крім того вважається, що визначені таким чином напруження рівномірно розподілені по площі, на якій вони діють – по площі підкладки або по площі напівшпали відповідно. Якщо прийняти до увазі відносно невелику площу підкладки, то таке припущення можна вважати прийнятним, але припущення про рівномірність напружень на поверхні баласту під всією площею напівшпали суттєво відрізняє результат від дійсності. Часткове це намагаються компенсувати через коефіцієнт вигину шпали  $\alpha$  (враховує нерівномірність напружень по довжині шпали) і коефіцієнт  $m$ , який в «Правилах розрахунку на міцність» [4] враховує нерівномірність напружень під підошвою шпали по її ширині (використовується для визначення напружень в товщі баласту)

$$m = \frac{0,873}{\sigma_B + 0,427} \geq 1. \quad (16)$$

Звісно такі підходи не враховують динаміку процесу і не дають змогу визначити розподіл напружень по площі їх дії.

Для більшості розрахунків вагою шпали (як і рейки) нехтують. В такому випадку

## РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

залишки рівняння (11) визначають рівність між силами  $Q_{ш}(t)$  (формула (13)) і  $Q_{б}(t)$  (формула (15)). Можна говорити, що це сила, яка діє від рейки на окрему опору (шпалу) Вона може бути визначена за формулою [4]

$$Q = U_y p l, \quad (17)$$

де  $l$  – відстань між осями шпал (опорами) – дає змогу перейти від схеми обпирання рейки на сполосну рівнопружну основу з рівномірно розподіленим модулем пружності, що використовується у рівнянні (1), до схеми обпирання рейки на окремі рівнопружні опори з модулем пружності в точці.

З цього виходить, що шпала працює як абсолютно жорстке тіло – передає крізь себе силу від рейки на баласт не змінюючи її, тобто без пружної обробки, і рухається у вертикальній площині на величину, рівну прогину рейки. Також це приводить до нехтування на даному етапі розрахунку жорсткостями скріплення ( $C_{ск}$ ) і шпали ( $C_{ш}$ ), залишається тільки вважати, що вони в якомусь вигляді входять до загального модуля пружності підрейкової основи у рівнянні (1).

При використанні хвильової моделі залізничної колії шпала (а точніше декілька шпал в залежності від довжини колії, що розглядається) описується як і всі інші об'єкти, у тому числі й рейка. Це дає змогу отримувати в будь якій точці шпали як по довжині (ширині), так і по товщині напруження і їх зміну у часі. При цьому такі параметри, як коефіцієнт згину шпали, жорсткості скріплення та шпали взагалі не використовуються.

Однак, якщо говорити про опис взаємодії шпали і баласту у хвильовій моделі, треба звернути увагу на деякі особливості. В процесі переходу фронту напружень від шпали до баласту площа їх взаємодії буде змінюватись у часі (зростати від точки до всієї поверхні підосви шпали). З першої миті такої взаємодії напруження почнуть розповсюджуватися у товщі баласту з різними швидкостями у різних напрямках відповідно до коефіцієнтів передачі енергії ( $\lambda$ ,  $\mu$ ) і умов рівняння (2). Але швидкість їх розповсюдження по поверхні баласту буде суттєво менше швидкості зростання площі, по якій напруження передаються від шпали на баласт. Це приводить до появи в баласті «воронки» для опису якої розв'язання рівняння (2) повинно наводитись в більш загальній формі у порів-

нянні з класичним описом розповсюдження просторової хвилі у вигляді двовісної сфери. Приклад фронту напружень в баласті у вигляді такої «воронки» показано на рис. 1. Для не захарашування малюнка показано результат для максимального спрощеного розрахунку – подинка вертикальна сила прикладена до прямокутника з властивостями залізобетонної шпали, який опирається на прямокутник з властивостями баласту без врахування відбиття хвиль.

**Баласт**

До теперішнього часу в нормативних документах напружений стан баласту визначається статичною основою на лінійних деформаціях моделю грунту по схемі Буссінеска – Цитовича, в якій напруження в точці не залежать від фізико-механичних параметрів, а визначаються тільки її положенням. А саме фізико-механічні характеристики баласту, його вага, в'язкість, пружність визначають динамічну жорсткість баласту, яка різна в залежності від частоти силової дії [5].

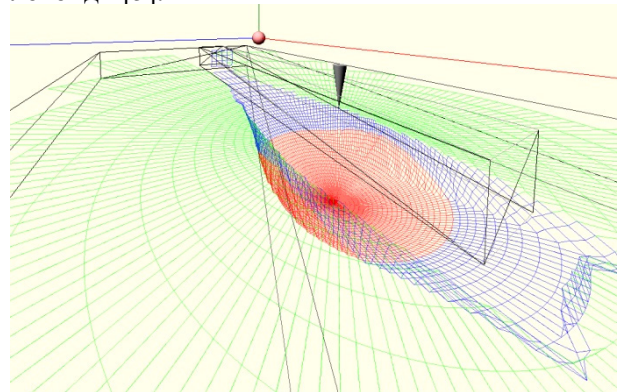


Рис. 1. Фронт розповсюдження напружень при переході від шпали до баласту (максимально спрощений варіант розрахунку)

Такий підхід можна вважати одним з класичних методів вирішення задачі розрахунку напружень в однорідному ізотропному напівпросторі від статичного навантаження. Для рівномірно розподіленого навантаження напруження в залежності від місця їх визначення можна обчислити за формулою відомою з загальної теорії пружності

$$\sigma_i = \frac{p}{\pi} \left[ \beta_1 + \frac{1}{2} \sin 2\beta_1 - (\pm \beta_2) - \frac{1}{2} \sin (\pm 2\beta_2) \right],$$

де  $p$  – інтенсивність рівномірно розподіленого навантаження;

$\beta_1$ ,  $\beta_2$  – кути видимості показані на рис. 2, вони залежать від координат точки, в якій ви-

## РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

значається напруження.

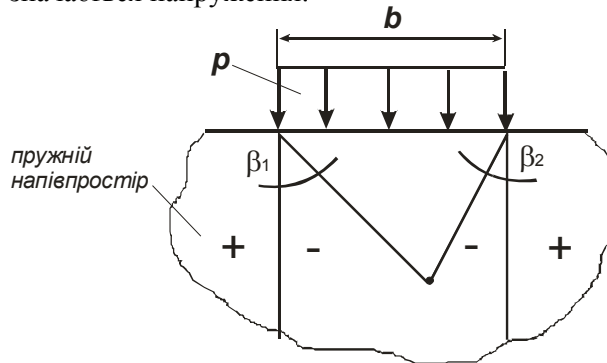


Рис. 2. Схема дії рівномірно розподіленого навантаження, яке прикладене на поверхні напівплощини

У «Практичних розрахунках колії на міцність» [4] для визначення напружень в товщі баласту використовується саме така методика, тільки напруження від шпали умовно розкладається на прямокутну і дві трикутні, а формула (18) має змінений вигляд, за рахунок того, що напруження знаходяться тільки по осі дії сили і замість кутів, після представлення їх функцій у вигляді рядів Фур'є, використовуються коефіцієнти  $C_1$  і  $C_2$ , які залежать від товщини баласту

$$\sigma_h = \sigma_\sigma r_1 [0,635mC_1 + 1,275(2-m)C_2], \quad (19)$$

де  $\sigma_\sigma$  – напруження в баласті під шпалою, дивись формулу (14);

$m$  – коефіцієнт, що враховує зміну напружень по ширині шпали, див. формулу (16);

$r_1$  – емпіричний коефіцієнт, який враховує малу величину товщини баласту у порівнянні з довжиною прикладання зовнішнього навантаження, його значення визначено для дерев'яної та залізобетонної шпали;

$$C_1 = \frac{b}{2h} - \frac{b^3}{24h^3}; \quad (20)$$

$$C_2 = \frac{bh}{b^2 + 4h^2}; \quad (21)$$

де  $b$  – довжина прикладання зовнішнього навантаження на баласт, у даному випадку – ширина подошви шпали;

$h$  – товщина баласту, на якій розраховуються напруження.

Методика [4] також передбачає врахування напружень, які додаються від суміжних шпал відносно розрахункової.

Слід зазначити, що з точки зору теорії пружності результати розрахунків за формулою (18), а відповідно і за формулою (19), тим ближче до експериментальних даних, чим більше товщина шару, і в загальному унеможливує розрахунок, якщо ця товщина менше довжини зовнішнього навантаження. Якщо прийняти, що ширина нижньої постелі залізобетонної шпали 27.5 см, то маємо, що до цієї товщини баласту вказана методика не дає змоги визначити адекватні напруження, що, в загальному, має підтвердження за результатами експериментальних досліджень.

## Результати

Найчастіше така методика використовується лише для визначення напружень, що діють під товщею баласту на основну площадку земляного полотна для оцінки дії від рухомого складу за критеріями міцності колії і недостатня для більш складних задач. Наприклад, утворення виплесків перш за все пов'язано з процесом динаміки зволоженого забруднювача під дією поїздної навантаження, тому математична модель повинна включати можливість розрахунків кінематичних параметрів деформації баласту. Удосконалення системи утримання залізничної колії і зокрема баластного шару потребує розробки методики прогнозування накопичування залишкових деформацій засміченого та зволоженого баласту різноманітної міцності та умов експлуатації [5].

На сьогодні з'являються пропозиції принципово інших моделей баласту, які базуються на розгляданні не суцільного тіла, а взаємодії множини окремих об'єктів (каменей щебеню). Але не зважаючи на уявну наближеність до фізики процесу й такі моделі не дали потрібних результатів, що пояснюється в першу чергу застосуванням складного математичного апарату з низькою припущень і неможливістю достатнього наближення вихідних даних до дійсного стану баласту.

При застосуванні хвильової моделі залізничної колії, баласт теж можна вважати найскладнішим об'єктом для моделювання серед інших елементів колії. Але хвильова модель дає змогу не змінюючи загальні принципи застосовувати опис баласту різного рівня в залежності від задачі, що вирішується. Баласт може бути представлений як однорідне (але вже не ізотропне) тіло або як набір тіл складених по довжині і (або) по глибині з характеристиками, що



## РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

поступово змінюються. Взагалі немає принципів заперечень й в рамках хвильової моделі скласти шар баласту з окремих щебінок, але не слід забувати, що за загальними законами математичного моделювання, надмірне зростання об'ємів системи приведе навпаки до погіршення її адекватності.

Навіть опис баласту як одного об'єкту в рамках хвильової моделі надає суттєві переваги. Це дає змогу отримувати напруження в будь-якій точці просторової моделі від динамічного навантаження з урахуванням обрису зони контакту зі шпалю (передача навантаження) і зміни цього обрису в часі (дивись вище наведений опис моделювання роботи шпали). Також враховується швидкість розповсюдження напружень в баласті (а відповідно і їх зміна у часі) і виникнення відбитих хвиль напружень. Врахування різних швидкостей розповсюдження хвиль у різних напрямках дає змогу усереднити локальні неоднорідності середовища з точністю, достатній для більшості задач.

Можливість представляти баласт як поєднання декількох об'єктів з різними характеристиками дає змогу описувати наявність просадок, виплесків та інших неоднорідностей суттєвої протяжності.

**Земляне полотно.** Основні принципи розрахунку земляного полотна співпадають з методиками, наведеними для баласту. Можна зазначити, що земляне полотно краще відповідає теоретичним передумовам теорії пружності, як однорідний ізотропний напівпростір, у порівнянні з розглянутим баластом. Однак, враховуючи значні вертикальні розміри, для більшості розрахунків в якості додаткового навантаження враховується власна вага ґрунту, що знаходиться над місцем, для якого виконується розрахунок.

### Висновки

1. Математичні моделі, які протягом тривалого часу стало звично застосовувати для опису напружено-деформованого стану залізничної колії, з одного боку є обґрунтованим компромісом між складністю й можливостями для певного переліку задач, але з іншого – мають чіткі межі застосування.

2. На сьогодні набирає все більшої актуальності ряд питань, які не можуть бути вирішені в рамках існуючих розрахункових методик, навіть шляхом їх удосконалення, а потребують

використання принципово нових підходів.

3. Застосування хвильової моделі залізничної колії дає наступні переваги: можливість задавати вихідні дані й отримувати рішення в повноцінній просторовій системі; відпадає необхідність у використанні таких неоднозначних характеристик, як приведена вага, модуль пружності підрейкової основи тощо; до системи прикладається декілька сил, які можуть змінюватися в часі як значення, так і положення; результати розрахунків можна отримувати в залежності від часу й координат; система може складатися з будь-якої кількості об'єктів, які мають різні характеристики, що дає змогу моделювати ділянки з різним станом та різною конструкцією.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бесстыковой путь и длинные рельсы / В. Г. Альбрехт, В. Н. Лященко, С. П. Першин, В. Я. Шульга. – М. : Транспорт, 1963. – 214 с.
2. Бондаренко, І. О. Застосування теорії розповсюдження пружних хвиль для вирішення задач напружено-деформаційного стану залізничної колії / І. О. Бондаренко, Д. М. Курган // Транспортні системи і технології : зб. наук. пр. ДЕТУТ. – К. : Вид-во ДЕТУТ, 2011. – Вип. 18. – С. 14–18.
3. Використання цифрової виміральної техніки для експериментальних досліджень взаємодії колії і рухомого складу / І. О. Бондаренко, Д. М. Курган, О. М. Патласов, В. Є. Савлук. // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. – Д. : ДНУЖТ, 2011. – Вип. 37. – С. 124–128.
4. Даніленко, Е. І. Правила розрахунків залізничної колії на міцність і стійкість : ЦП-0117 / Е. І. Даніленко, В. В. Рибкін. – К. : Транспорт України, 2004. – 64 с.
5. Карпущенко, Н. И. Виброзащитные конструкции пути для транспортных тоннелей и метрополитенов / Н. И. Карпущенко, А. В. Яковлев, Д. В. Величко, В. А. Гурский. – Новосибирск : Наука, 2011. – 200 с.
6. Коган, А. Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом. – М. : Транспорт, 1997. – 326 с.
7. Кольский, Г. Волны напряжения в твердых телах / Г. Кольский – М. : Изд-во иностранной лит., 1955. – 192 с.
8. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. Т. VII. Теория упругости / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц – М. : Наука, 1987. – 248 с.



## РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

9. Лихтбергер, Б. Справочник «Железнодорожный путь» / Б. Лихтбергер. – Гамбург : DVV Media Group GmbH, 2010. – 434 с.
10. Чернышов, М. А. Практические методы расчета пути / М. А. Чернышов. – М. : Транспорт, 1967. – 236 с.

И. А. БОНДАРЕНКО<sup>1</sup>, Д. Н. КУРГАН<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Каф. «Путь и путевое хозяйство», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепропетровск, Украина

<sup>2\*</sup>Каф. «Путь и путевое хозяйство», Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, ул. Лазаряна, 2, 49010, Днепропетровск, Украина, тел./факс. +38 (056) 373 15 42, ел. почта kurgan@brailsys.com

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ СРЕДСТВАМИ ТЕОРИИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН

**Цель.** Провести анализ возможностей существующих практических методов расчета пути на прочность и их сравнение с предложенным методом расчета средствами теории распространения упругих волн. **Методика.** Применен аналитический метод составления и решения уравнений напряженного состояния элементов железнодорожного пути по разным методикам, учитывая вопросы, которые могут быть решены. Использован метод моделирования при создании данной модели железнодорожного пути. **Результаты.** Уравнения, описывающие напряженное состояние элементов железнодорожного пути, в первоначальном виде имеют дифференциальные составляющие для учета времени и динамической нагрузки. Но для решения большинства задач они существенно упрощаются – сложные зависимости заменяются эмпирическими коэффициентами, некоторыми показателями просто пренебрегают. Указаны пределы применения расчетов, накладывающих на них определенные допущения. В качестве альтернативы приведены возможности создания модели железнодорожного пути на основе теории распространения упругих волн. Тогда время влияния напряжений, задействованная масса и другие показатели подчинены фронту распространения волн, а уравнение равновесия базируется на динамическом представлении теории упругости. **Научная новизна.** Обоснованы принципы формирования модели железнодорожного пути на основе теории распространения упругих волн в качестве альтернативы уравнений, имеющих дифференциальные составляющие для учета времени и динамической нагрузки. **Практическая значимость.** Данные разработки могут использоваться как инструмент для решения задач, связанных с надежностью железнодорожного пути.

*Ключевые слова:* надежность; напряжение; волна; упругость; путь

I. O. BONDARENKO<sup>1</sup>, D. M. KURGAN<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Railway and Railway's Facilities, the Dnepropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan Str., 2, 49010, Dnepropetrovsk, Ukraine

<sup>2\*</sup>Department of Railway and Railway's Facilities, the Dnepropetrovsk National University of Railway Transport named after Academician V. Lazaryan, Lazaryan Str., 2, 49010, Dnepropetrovsk, Ukraine, tel. +38 (056) 373 15 42, e-mail kurgan@brailsys.com

## SOLUTION OF THE PROBLEMS OF SYSTEM RELIABILITY BY MODELING THE STRESS-STRAIN STATE OF RAIL TRACK USING THE THEORY OF ELASTIC WAVES PROPAGATION

**Purpose:** The analysis of opportunities of the current practical methods for the track strength calculation and their comparison with the proposed method of calculation using the theory of elastic waves propagation. **Methodology.** The analytical analysis of equations set-up and their solution of the stress state of the track elements by

## РУХОМИЙ СКЛАД ЗАЛІЗНИЦЬ І ТЯГА ПОЇЗДІВ

different techniques is applied. Simulation method is used to create a model of railway track. **Findings.** Initially, the equations describing a stress state of the track elements have differential components for the time and dynamic loading accounting. However, for the majority of problems solving, they are significantly simplified – the difficult dependences are replaced with the empirical coefficients, some parameters are simply neglected. The limits of calculation applicability, imposed on them by certain admissions are resulted. The possibilities of the track model construction based on the theory of elastic waves propagation are given as an alternative. Then time of stress effect, the involved masses and other indicators are subordinated to the front of the waves propagation, and the balance equations are based on dynamic presentation of the elasticity theory. **Originality.** The general principles of track model formation based on the theory of elastic waves propagation as an alternative to the equations with differential components for time and dynamic loads accounting are proved. **Practical value.** These developments can be used as a tool for solving the problems related to the railway track reliability.

*Keywords:* reliability, stress, wave, elasticity, railway track

## REFERENCES

1. Albrekht V.G., Lyashchenko V.N., Pershin S.P., Shulga V.Ya. *Besstykovoy put i dlinnye relsy* [Continuous welded rail track and long rails]. Moscow, Transport Publ., 1963. 214 p.
2. Bondarenko I.O., Kurhan D.M. Zastosuvannia teorii rozpovsiudzhennia pruzhnykh khvyl dlia vyrishennia zadach napruzhenno-deformatsiinoho stanu zaliznychnoi kolii [Application of the elastic wave propagation theory for the solution of tasks of the railway track deflected mode]. *Zbirnyk naukovykh prats Derzhavnoho ekonomiko-tekhnologichnoho universytetu transportu "Transportni systemy i tekhnologii"* [Proceedings of the State Economic and Technologic Transport University "transport systems and Tecnology"], 2011, issue 18, pp. 14-18.
3. Bondarenko I.O., Kurhan D.M., Patlasov O.M., Savluk V.Ye. Vykorystannia tsyfrovoy vymiriuvainoi tekhniki dlia eksperymentalnykh doslidzhen vzaємodii kolii i rukhomoho skladu [The use of measurement technology for experimental research of the track and rolling stock interaction] *Visnyk Dnipropetrovskoho natsionalnoho universytetu zaliznychnoho transportu imeni akademika V. Lazariana* [Bulletin of Dnipropetrovsk National University named after Academician V. Lazaryan], 2011, issue 37, pp. 124-128.
4. Danilenko, E.I., Rybkin V.V., Danilenko E.I. *TsP-0117. Pravyla rozrakhunkiv zaliznychnoi kolii na mitsnist i stiiikist* [TsP-0117. The computations rules of the railway track for strength and stability]. Kyiv, Transport Ukrainy Publ., 2004. 64 p.
5. Karpushchenko N.I., Yakovlev A.V., Velichko D.V., Gurskiy V.A. *Vibrozhachitnyye konstruksii puti dlya transportnykh tonneley i metropolitenov* [Vibroprotective track constructions for transport tunnel and undergrounds]. Novosibirsk Nauka Publ., 2011. 200 p.
6. Kogan A.Ya. *Dinamika puti i yego vzaimodeystviye s podvizhnym sostavom* [Railway track dynamics and its intreraction with the rolling stock]. Moscow, Transport Publ., 1997. 326 p.
7. Kolskiy G. *Volny napryazheniya v tverdykh telakh* [Stress waves in the solid body]. Moscow, Izd-vo inostrannoy lit. Publ., 1955. 192 p.
8. Landau L.D., Lifshits L.D. *Teoreticheskaya fizika. T. VII. Teoriya uprugosti* (Theoretical physics. Vol. VII. Elastic theory), Moscow, Nauka Publ., 1987. 248 p.
9. Likhtberger B. *«Zheleznodorozhnyy put»* [Railway track]. Gamburg, DVV Media Group GmbH Publ., 2010. 434 p.
10. Chernyshov M.A. *Prakticheskiye metody rascheta puti* [Practical method of the track computation]. Moscow, Transport Publ., 1967. 236 p.

*Стаття рекомендована до публікації д.т.н., проф. В. В. Рибкіним (Україна); д.т.н., проф. Д. В. Лаухінім (Україна)*

Надійшла до редколегії 06.12.2012

Прийнята до друку 22.02.2013