



# ГРАФОДИНАМИЧЕСКОЕ ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ ИЕРАРХИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КРИТЕРИЕВ ИХ ОПТИМАЛЬНОСТИ

УДК 65.012:519.14

## КОВАЛЕНКО Игорь Иванович

д.т.н., профессор кафедры программного обеспечения автоматизированных систем  
Национального университета кораблестроения им. Макарова.

**Научные интересы:** методы анализа данных, прикладной системный анализ, теория оптимальных решений, системы поддержки принятия решений.

## ПРИХОДЬКО Сергей Борисович

д.т.н., заведующий кафедрой программного обеспечения автоматизированных систем  
Национального университета кораблестроения им. Макарова.

**Научные интересы:** информационные технологии, идентификация стохастических систем, обработка экспериментальных данных.

## ПУГАЧЕНКО Екатерина Сергеевна

аспирант кафедры программного обеспечения автоматизированных систем  
Национального университета кораблестроения им. Макарова.

**Научные интересы:** теория оптимальных решений, системы поддержки принятия решений, математическое моделирование, управление проектами.

**e-mail:** pugachenko.katya@yandex.ua.

## ШВЕД Елена Владимировна

к.т.н., старший преподаватель кафедры интеллектуальных информационных систем  
Черноморского государственного университета им. Петра Могилы.

**Научные интересы:** методы анализа данных, математическое моделирование, информационные технологии, системы поддержки принятия решений.

**e-mail:** helenashv@mail.ru

## ВВЕДЕНИЕ

В основе человеческой деятельности лежит понятие «организация», под которой понимается объединение людей, совместно реализующих некоторую программу или цель на основе определенных процедур и правил. Для реализации управленческих функций в организации создается иерархия – принцип структурной организации сложных многоуровневых систем, состоящий в управлении взаимодействия между уровнями в порядке от высшего к нижнему [1].

Такой принцип обуславливает возникновение задач поиска оптимальных иерархических структур-систем, элементы которых связаны отношением старшинства или подчиненности. Перечень таких задач достаточно велик, однако большинство из них имеют ряд общих условий [1]:

– задается некоторое множество элементов нижнего уровня, над которым необходимо надстроить иерархию;

— задается множество допустимых иерархий, из которых необходимо выбрать одну;

— задается критерий эффективности, позволяющий сравнить различные иерархии, и выбора той, которая ее максимизирует или минимизирует.

Следует отметить, что в настоящее время для решения таких задач создан ряд математических моделей и численных алгоритмов оптимизации иерархических структур, которые требуют введения ряда допущений и сложны в вычислительном плане. Вместе с тем, вопросы создания методов и средств предварительного имитационного моделирования процессов развития организационных иерархий в диалоговом режиме с ЭВМ, разработаны явно недостаточно.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Публикации, посвященные математическим методам и моделям оптимизации иерархических организационных структур встречаются в периодической и специальной литературе, начиная с 1980-х годов. Из работ последних лет можно выделить следующие: в [2, 3] описываются математические модели оптимизации иерархических структур; [1] посвящена задачам поиска оптимальных иерархий на основе секционных и однородных функций затрат; в работах [2, 3] рассмотрены задачи графодинамического имитационного моделирования развития сетевых структур.

В тоже время вопросы графодинамического имитационного моделирования организационных иерархий рассмотрены лишь в работах [4, 5]. Первая из них посвящена основам теории графодинамики, а во второй делается попытка использования этой теории для моделирования различных задач управления организационными системами.

Целью статьи является формирование критериев оптимальности иерархических структур, выбор на их основе определенных графодинамических операций для последующего имитационного моделирования задач оптимизации организационных структур.

### ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Наиболее естественным средством моделирования организационных иерархий являются ациклические

ориентированные графы  $H = \langle V, E \rangle$ , которые задаются множеством вершин  $V$  и множеством дуг  $E$ . Пусть  $V = N \cup M$  – все множество сотрудников организации (исполнителей и менеджеров).

Рассмотрим множество ребер подчиненности  $E \subseteq V \times M$ .

Ребро  $(v, m) \in E$  означает, что сотрудник  $v \in V$  является непосредственным подчиненным менеджера  $m \in M$ . Таким образом, ребро направлено от непосредственного подчиненного к его непосредственному начальнику, и при этом существует цепочка ребер подчиненности из  $v$  в  $m$ .

Тогда ориентированный граф с множеством менеджеров  $M$  и множеством ребер подчиненности  $E \subseteq (N \cup M) \times M$  называется иерархией, управляющей множеством исполнителей  $N$ , если граф  $H$  ациклический, любой менеджер, имеет подчиненных и найдется менеджер, которому подчинены все исполнители.

Обозначим через  $\Omega(N)$  множество всех иерархий. Тогда задача поиска оптимальной иерархии из множества  $\Omega(N)$  при условии, например, что в качестве критерия оптимальности рассматриваются затраты на содержание иерархии  $C \in [0; \infty]$ , в общем виде может быть представлена в следующем виде:

$$H_{\text{opt}} \in \text{Arg min } C(H), \quad H \in \Omega(N) \quad (1)$$

Из (1) очевидно, что даже в самых простых случаях множество всех возможных иерархий с помощью широко используемого метода перебора всех вариантов требует огромных вычислительных ресурсов.

Вместе с тем анализ современных результатов, посвященных разработке математических моделей оптимизации иерархических структур, опубликованных в работах [1, 2, 6, 7 и др.], позволяют сформировать ряд условий (критериев), которые могут быть положены в основу графодинамического имитационного моделирования оптимальных организационных иерархий.

Рассмотрим совокупность таких условий (критериев):

1. Отсутствие дублирования, при котором два менеджера  $m_1$  и  $m_2$  управляют одной и той же группой исполнителей.

$$\left\{ \left( v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots, v_n^{(1)} \right) \in m_1 \right\} \cap \left\{ \left( v_1^{(2)}, v_2^{(2)}, \dots, v_n^{(2)} \right) \in m_2 \right\} = \emptyset \quad (2)$$

2. Если менеджер  $m_1$  непосредственно подчиняется менеджеру  $m_2$  ( $m_1 \in m_2$ ), тогда последний не управляет подчиненными  $m_1$ .

$$(v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots, v_n^{(1)}) \notin m_2 \quad (3)$$

$$\left\{ (v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots, v_n^{(1)}) \in m_1, (v_1^{(2)}, v_2^{(2)}, \dots, v_1^{(2)}) \in m_2, \dots, (v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, \dots, v_d^{(k)}) \in m_2 \right\} \in m_{02} \quad (4)$$

4. Норма управляемости  $r$  (количество подчиненных у менеджера) в рамках одной организации постоянна ( $r = \text{const}$ ), т.е. каждый ее менеджер имеет примерно одинаковое количество подчиненных.

$$(r_{m_1} \approx r_{m_2} \approx \dots \approx r_{m_k}) \quad (5)$$

$$\left\{ (v_1^{(1)}, v_2^{(1)}, \dots, v_n^{(1)}) \in m_1 \right\} \approx \left\{ (v_1^{(2)}, v_2^{(2)}, \dots, v_1^{(2)}) \in m_2 \right\} \approx \dots \approx \left\{ (v_1^{(k)}, v_2^{(k)}, \dots, v_d^{(k)}) \in m_k \right\} \quad (6)$$

6. Количество менеджеров в оптимальной иерархии с нормой управляемости  $r$  на множестве из  $n$  исполнителей равно:

$$k = (n - 1) / (r - 1). \quad (7)$$

Приведенные условия (критерии) формализованные в виде выражений (2), (3), (4), (5), (6) позволяют представить общее решающее правило поиска оптимальных иерархий:

$$H_{\text{opt}} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left\{ (v_1^{(1)}, \dots, v_n^{(1)}) \in m_1 \right\} \cap \left\{ (v_1^{(2)}, \dots, v_1^{(2)}) \in m_2 \right\} = \emptyset, \\ (m_1 \in m_2) \Rightarrow (v_1^{(1)}, \dots, v_n^{(1)}) \notin m_2, \\ \left\{ (v_1^{(1)}, \dots, v_n^{(1)}) \in m_1, \dots, (v_1^{(k)}, \dots, v_d^{(k)}) \in m_2 \right\} \in m_0, \\ (r_{m_1} \approx r_{m_2} \approx \dots \approx r_{m_k}), \\ \left\{ (v_1^{(1)}, \dots, v_n^{(1)}) \in m_1 \right\} \approx \dots \approx \left\{ (v_1^{(k)}, \dots, v_d^{(k)}) \in m_2 \right\}, \\ k = (n - 1) / (r - 1). \end{array} \right. \quad (8)$$

Обратимся теперь к теории графодинамических систем, основы которой рассмотрены в работе [4], а некоторые ее практические приложения в [5]. Объек-

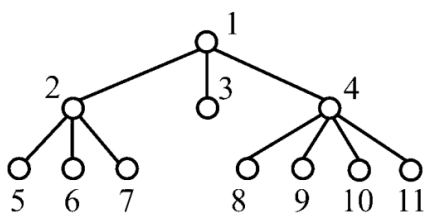
3. Наличие только одного менеджера (топ-менеджера)  $m_0$ , который не имеет начальников, и только ему подчинены все остальные менеджеры и исполнители организации.

5. Наличие симметричности в организационной иерархии, когда топ-менеджер ( $m_0$ ) делит группу исполнителей между менеджерами на примерно равные части или пропорции.

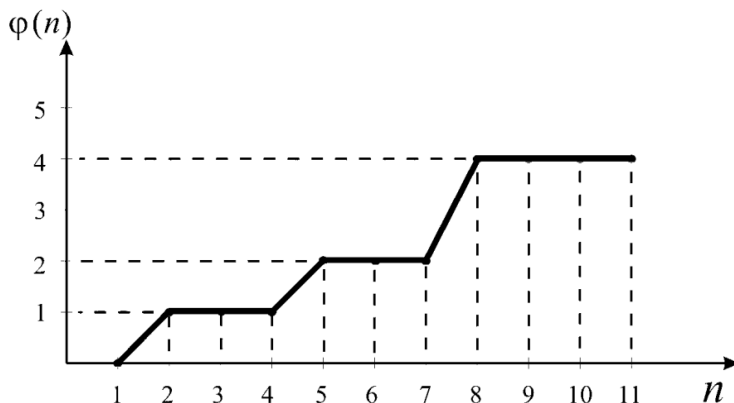
том исследования данной теории является класс графов типа «дерево» или «лес» и их возможные изменения во времени. В основе графодинамики лежит целочисленная функция, получившая название «функция подчинения», или кратко П-функция.

Такая функция  $\varphi(n)$  заведомо удовлетворяет следующим ограничениям:

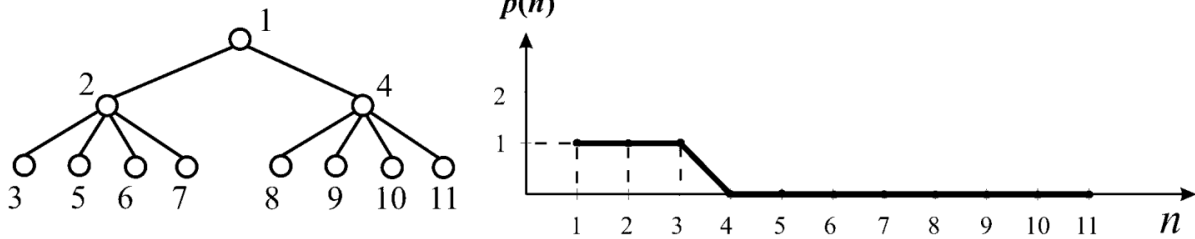
1.  $\varphi(n) < n$ , т.е. номер любой вершины всегда больше номера той вершины, которой она «подчинена»;
2.  $\varphi(n)$  определена на всех целых  $n$  от 1 до некоторого  $N$ ;
3.  $\varphi(n) = 0$  – означает, что вершина графа с номером  $n$  не подчинена ни одной вершине. Это соответствует появлению корня (корневой вершины) дерева.



а



б



**Рисунок 1 – Иерархические структуры:**  
*a – исходная структура; б – П-функция этой структуры; в – преобразованная структура; г – p(n) функция*

Над П-функциями могут выполняться различные целенаправленные операции, описываемые уравнениями графодинамики различных порядков. В работе [5] дана сводка основных таких операций с математическим представлением и описанием результатов их выполнения. Записанное решающее правило (8) позволяет оценивать преобразованные, посредством таких операций, графы на предмет их оптимальности.

В качестве примера рассмотрим графодинамическое имитационное моделирование задачи оптимизации существующей организационной структуры. Из рис.1а видно, что исходная структура не является оптимальной, так как три ее менеджера (вершины 2, 3, 4) имеют различные нормы управляемости, т.е. загружены явно не равномерно.

Для моделирования данной задачи воспользуемся аддитивной операцией «локальные переподчинения», которая записывается в следующем виде [4]:

$$\psi(n) = \varphi(n) + p(n), \tag{9}$$

где  $p(n)$  – некоторая функция, получившая название «управление перестройкой» и принимающая значения на множестве  $\{-1; 0; +1\}$ .

Значение П-функции  $\psi(n)$  определяется исходя из следующих условий [4]:

$$\psi(n) = \begin{cases} \varphi(n) & \text{при тех } n, \text{ где } p(n) = 0; \\ 0, & \text{при тех } n, \text{ где } p(n) = -1; \\ n - 1, & \text{при тех } n, \text{ где } p(n) = 1. \end{cases}, \tag{10}$$

Выполним локальные преобразования исходной структуры, сопровождая его следующими соотношениями для  $N=11$ :

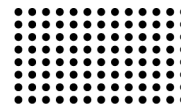
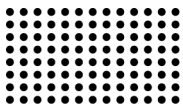
$$n = 1: p(n) = 1; \psi(n) = (n - 1) = 1 - 1 = 0 \Rightarrow \text{(1-ая вершина графа является корневой);}$$

$$\begin{aligned} n = 2: p(n) = 1; \psi(n) &= (n - 1) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow 2 < 1; \\ n = 3: p(n) = 1; \psi(n) &= (n - 1) = 3 - 1 = 2 \Rightarrow 3 < 2; \\ n = 4: p(n) = 0; \psi(n) &= 1 \Rightarrow 4 < 1; \\ n = 5: p(n) = 0; \psi(n) &= 2 \Rightarrow 5 < 2; \\ n = 6: p(n) = 0; \psi(n) &= 2 \Rightarrow 6 < 2; \\ n = 7: p(n) = 0; \psi(n) &= 2 \Rightarrow 7 < 2; \\ n = 8: p(n) = 0; \psi(n) &= 4 \Rightarrow 8 < 4; \\ n = 9: p(n) = 0; \psi(n) &= 4 \Rightarrow 9 < 4; \\ n = 10: p(n) = 0; \psi(n) &= 4 \Rightarrow 10 < 4; \\ n = 11: p(n) = 0; \psi(n) &= 4 \Rightarrow 11 < 4; \end{aligned}$$

Построенный по результатам данных преобразованный граф (рис. 1в) соответствует всем условиям выражения (8), и поэтому может считаться оптимальной организационной иерархией.

### Выводы

В реальных организациях возможности эксперимента со структурой очень ограничены. Поэтому важное значение приобретает имитационное моделирование, позволяющее формировать различные прогнозные сценарии развития организационных иерархий с определением их возможных конфигураций, эффективности и оптимальности. Перспективным направлением в этом плане видится теория графодинамических систем, в основе которой лежат целенаправленные операции над графами, позволяющие имитировать различные задачи управления иерархическими структурами. В работе сформированы критерии оптимальности иерархических структур, осуществлен выбор на их основе определенных графодинамических операций для последующего имитационного моделирования



задач оптимизации организационных структур. Такой подход позволяет снизить вычислительные трудности и повысить оперативность анализа иерархических организационных структур.

#### **ЛИТЕРАТУРА:**

1. Gubko M.V. Matematicheskie modeli optimizatsii ierarkhicheskikh struktur [Text]. – М: LENAND, 2006. – 264 p.
2. Yuditskiy S.A. Modelirovanie dinamiki mnogoagentnykh sistem [Text]. – М: SINTEG, 2012. – 112 p.
3. Yuditskiy S.A. Grafodinamicheskoe imitatsionnoe modelirovanie razvitiya setevykh struktur [Text] //Upravlenie Bolshymi Sistemami. – 2011. – №33. – Pp.21-34.
4. Ayzerman M.A. Dinamicheskiy podhod k analizu struktur, opisyvaemykh grafami (osnovy grafodinamiki) [Text] /M.A. Ayzerman, L.A. Gusev, S.V. Petrov, I.M. Smirnov //Avtomatika i Telemekhanika. – М: Nauka. – 1977. – №9. – Pp.123-136.
5. Kovalenko I.I. Grafodinamicheskoe imitatsionnoe modelirovanie struktur organizatsionnykh sistem [Text] /I.I. Kovalenko, M.V. Donchenko, A.V. Shved, I.A. Kobylinskiy. – Nikolaev: Ilion, 2012. – 59 p.
6. Burkov V.N. Vvedenie v teoriyu upravleniya organizatsionnymi sistemami [Text] /V.N. Burkov, N.A. Korgin, D.A. Novikov. – М.: LIBROKOM, 2009. – 264 p.
7. Voronin A.A. Optimalnye ierarkhicheskie struktury [Text] /A.A. Voronin, S.P. Mishyn. – М.: IPU RAN, 2003. – 214 p.

**Рецензент:** д.т.н., проф. Соколова Н.А.,  
Херсонский национальный технический университет, Херсон.