

UDC 528.2

Planetographic Latitude Definition

Viktor Ya. Tsvetkov

State Scientific Research Institute of Information and Telecommunication Technologies "Informika", Russia
Dr. (technical), Professor, leading research scientist
E-mail: cvj2@mail.ru

Abstract. This paper describes the method of determination of planetographic latitude in the planet topocentric coordinates. The model of such planet is ellipsoidal. The point with fixed coordinates in planetocentric system is the necessary condition for this method application. The method enables to connect points, measured in different topocentric systems to a single system. The content of the concepts planetocentric coordinate system and planetographic latitude was defined. The relation of these concepts to worldly analogs was determined.

Keywords: space geodesy; geocentric coordinates; topocentric coordinates; latitude determination; planetographic latitude; planetocentric coordinate system.

Введение. При исследовании планет приходится вводить свои системы координат [1], например, планетоцентрические и планетографические координаты [2]. Для ряда планет применяют названия систем координат, связанные с именем планеты, например: гермографические координаты у Меркурия (Гермес), венерианские координаты у Венеры [3], географические - у Земли (Гея), селенографические - у Луны (Селена), ареографические - у Марса (Арес) [4] и т.д. В общем случае можно говорить о планетоцентрических и планетографических координатах. Такой подход дает возможность обобщать исследования и проводить сравнение планет в этой области [1]. Возникает проблема нахождения широты на поверхности любой планеты безотносительно к ее названию и параметрам модели данной планеты.

Особенности терминологии. В данной работе используем следующие понятия: точка отсчета и направление осей координат; планетоцентрические координаты, планетографические координаты, топоцентрические координаты.

Точка отсчёта (начало координат, начало отсчёта) — особая точка в пространстве, обычно обозначаемая буквой O , которая используется как исходная для определения координат всех остальных точек пространства относительно данной точки отсчета. Точка отсчета может определять название системы координат.

Планетоцентрические координаты (аналог геоцентрических координат). По смыслу такие координаты связаны с физическим центром планеты, под которым чаще всего понимают центр масс данной планеты. Точка отсчета этих координат зафиксирована в центре масс планеты.

Направление осей планетоцентрической системы обычно связывается с положением экватора планеты и полюсом планеты. Одна из трех осей выбирается условно и связывается с какой-то точкой поверхности. Такая система зафиксирована в теле планеты и вращается вместе с планетой при ее суточном движении в пространстве.

Термин «геометрия» постараемся не использовать, так как буквально «геометрия» означает «измерение Земли». Другой термин «геодезия» в переводе с греческого означает «деление Земли». Именно поэтому первоначально международная ассоциация геодезистов называлась «международная ассоциация геометров» (*FIG*) [5]. Эта аббревиатура применяется и в настоящее время, что вызывает недоумение у неискушенных специалистов других профессий.

Но с течением времени произошла инверсия понятий геометрия и геодезия. В настоящее время геодезия занимается измерениями на земной поверхности, под земной поверхностью и в околоземном космическом пространстве. Геометрией в настоящее время обозначают раздел математики, изучающей не столько Землю, сколько абстрактные фигуры и формы разных тел и свойства этих форм и фигур.

Поэтому, в качестве аналога современной геометрии в сравнительной планетологии [1] будем применять термин планетометрия. Под планетометрией будем понимать науку, занимающуюся изучением измерения планет, их форм и свойств этих форм. Кроме того, эта наука занимается моделированием форм планет и их поверхностей.

Большинство крупных небесных тел (планеты) в качестве модели формы планеты используют эллипсоид. Это обоснованно, поскольку обусловлено спецификой образования и эволюции этих тел.

Планетографические координаты связаны с описанием данной планеты. Но в качестве аналога понятия «планетографические координаты» будем использовать понятие «геодезические», а не географические координаты.

Это обусловлено тем, что географические координаты используют как обобщение астрономических (сфероидических) [6] и геодезических (эллиптических) координат [7, 8]. При точных измерениях поверхности сфера и эллипсоид не одно и то же. Поэтому построение карт в земных условиях основано на использовании только геодезических координат.

Именно поэтому геодезические координаты служат основой описания эллиптической модели планеты. В реальной практике при составлении карт используют модель Земли (модель планеты), для которой используют только геодезические координаты. Применительно к карте употребление понятия географические координаты вполне уместно. Но при описании пространственных (трехмерных) моделей возникает двойственность. Именно поэтому аналогом планетографических координат являются геодезические координаты.

Рассмотрим еще одно понятие топоцентрические координаты [7, 8]. «Топос» в переводе с греческого означает «место»; но в современном языке это полисемическое понятие, имеющее разное значение: в математике, в традиционной логике и классической риторике, в культурологии, в социологии и в науках о Земле.

В науках о Земле «топос» сохранил свое первоначальное значение «место». Это понятие и значение не связано с конкретной планетой, следовательно, оно переносимо к разным планетам и может употребляться для разных планет.

Топоцентрическая система координат [7] определяется как прямоугольная (декартова) система координат, в которой точка отсчета находится на поверхности планеты (например, Земля) или в околопланетном пространстве [7]. Выбор осей допускает два варианта, что определяет два типа такой системы: горизонтальная и экваториальная.

Горизонтальная топоцентрическая система — это система, у которой основная плоскость совпадает с «горизонтом наблюдателя» [7] в данной точке поверхности, а ось аппликата совпадает с нормалью к этой плоскости.

Именно эту систему будем иметь в виду в дальнейшем и упрощенно называть ее топоцентрической.

Методология преобразования координат в земных условиях. Для модели Земли используют две фигуры геоид и эллипсоид. Геоид характерен тем, что эта фигура, для которой направление высоты совпадает с направлением силы тяжести. В математическом плане эта фигура сложная. Кроме того, параметры геоида являются секретными и обычно в качестве модели Земли применяют другую, более простую с точки зрения описания, фигуру эллипсоид. Для эллипсоида нормаль к поверхности не совпадает с направлением силы тяжести. Между ними имеет угол ξ рис 1.

Строго говоря, Земля далека от геометрически правильной формы, поэтому при расчетах и построениях карт вводят еще референц-эллипсоид, который задает поверхность относимости. Поверхность относимости — поверхность, от которой отсчитывают высоту [8]. При построении карт применяют следующую цепочку преобразований. Курсивом выделены факторы, которые создают неоднозначность.

Модель земли (общеземной эллипсоид (ОЗЭ), *их несколько в разных странах*) → референц-эллипсоид (ОЗЭ + *datum*) → *фигура развертки* (плоскость, цилиндр, конус) → *тип картографических преобразований* (равноугольные, равновеликие, эквидистантные) → карта

В силу большого количества неоднозначностей в такой цепочке на картах средних и мелких масштабов сетка координат криволинейная. А в каждой точке карты имеется свой (частный) масштаб и свои искажения (эллипс искажений).

Геодезические работы ведут в прямоугольных координатах, пренебрегая кривизной Земли. На малых участках 20 x 20 км такое допустимо. Для таких карт сетка координат выглядит как прямоугольная. А масштаб является постоянной величиной. В случаях геодезических работ цепочка преобразований следующая:

Модель земли (общеземной эллипсоид (ОЗЭ), их несколько в разных странах) → референц-эллипсоид (ОЗЭ + datum) → прямоугольная система координат на земной поверхности.

В земных условиях существует проблема преобразования геодезических координат (широты B , долготы L , высоты H) в пространственные прямоугольные координаты (X, Y, Z) и обратно. Прямой переход осуществляется по стандартным формулам [7, 8], и обыкновенно проблем не вызывает. Но уже на этой стадии появляется неоднозначность, поскольку трехмерная поверхность преобразуется в плоскую. Для малых участков поверхности пренебрегают погрешностями такого упрощенного преобразования.

Но возникает проблема перехода от одних прямоугольных координат к другим. Вот тут и появляется необходимость обратных преобразований для того, чтобы свести прямоугольные системы координат в разных точках земной поверхности в единую систему.

Обратная задача состоит в том, что сначала на основе геодезических измерений вычисляют прямоугольные координаты X, Y, Z , а затем вычисляются и геодезические координаты B, L, H .

Для вычисления геодезических координат используются итеративные и прямые вычисления. Итеративные вычисления: используют следующие методы:

- Метод Гельмута Морица (1967) (Moritz's Method)

- Метод Боуринга (1976) (Bowring's Method) Это старейший метод в котором используется техника итераций по Ньютону.

- Метод Уэнга и Лина (1995) (Lin and Wang's Method) Этот метод также основан на применении итераций для нахождения скалярного множителя m и вычисления широты B и высоты H .

- Метод Джонса (2002) (Jones' Method) Этот метод основан на ньютоновском итерационном процессе для нахождения приведенной широты. Для того, чтобы вычислить приближенное значение приведенной широты рассматриваются 3 области и различные формулы, применяемые для каждой области.

- Метод Полларда (2002) (Pollard's Iterative Method)

- Метод Бартелме (Barteleme's Method)

Способы прямых вычислений

- Метод Пауля (1973) (Paul's Method) Метод используется для вычисления геодезической широты.

- Метод Озоуна (1985) (Ozone's Method) Метод используется для вычисления геодезической широты.

- Метод Борковски (1989) (Borkowski's Method) Борковски открыл прямое решение преобразования прямоугольных пространственных координат в геодезические координаты.

- Метод Вермилли (2002) (Vermeille's Method) Этот метод также относится к методам прямого получения геодезической широты с помощью нескольких промежуточных переменных. В этом методе вводится строго положительный коэффициент для алгебраического вычисления значений геодезической широты и высоты без двусмысленности. Широта B и высота H получены, используя основные свойства эллипса и алгебраические соотношения ряда уравнений.

Излагаемый далее метод определения широты вне условий Земли относится к прямым. Он включает обратное преобразование – нахождение широты по координатам. После этого можно осуществить прямое преобразование, чтобы перейти в другую прямоугольную систему координат

Определение широты. Определение широты является частью механизма обратных преобразований для сведения измерений в разных точках планеты в единую систему. Когда речь идет о неизвестных планетах или о методике определения координат относительно к особенностям планеты удобно использовать понятия: планетоцентрические координаты, планетографические координаты, топоцентрические координаты.

Рассмотрим произвольную планету. Будем использовать понятие поверхности относимости [8, 9]. В качестве такой поверхности рассмотрим поверхность эллипсоида. С математической точки зрения топоцентрическая система — это система, у которой основная плоскость является касательной к поверхности модели планеты (эллипсоид), а ось аппликат совпадает с нормалью к касательной плоскости.

Планетографическая (геодезическая) широта B есть угол, между нормалью к поверхности эллипсоида и плоскостью экватора

На рис. 1 дано меридианальное сечение эллипсоида — четверть эллипса. Этого достаточно для понимания механизма определения широты. Здесь введены следующие обозначения. OX — отрезок, образованный сечением меридианальной плоскостью плоскости экватора. Он задает направление оси X .

Rs, Rs_1, Rs_2 — дуги сечений поверхностей относимости подобных эллипсоидов. Отношение длин малой (b) и большой (a) полуосей называется коэффициентом сжатия эллипса или эллиптичностью: $k=b/a$ [9].

Точка O — точка отсчета (начало) планетоцентрической системы координат XOZ . Точка O_1 — точка отсчета топоцентрической системы координат. Она лежит на поверхности относимости, для нее известна планетоцентрическая широта ϕ и известны ее координаты в планетоцентрической системе координат XOZ . Приведенное уравнение эллипса для системы координат на рис.1 имеет вид

$$X^2/a^2 + Z^2/b^2 = 1$$

или

$$X^2 + Z^2/k^2 = a^2$$

Нормаль к точке O_1 определяется через тангенс B как $tgB = z/k^2 x$ (1)

Это и есть планетографическая широта. При известных полуосях и геоцентрических координатах она легко определяется по формуле (1).

Точка O_1 — начало топоцентрической системы координат $X_{ТЦ}O_1Z_{ТЦ}$. Ось аппликат ($O_1Z_{ТЦ}$) топоцентрической системы координат является нормалью к поверхности относимости Rs .

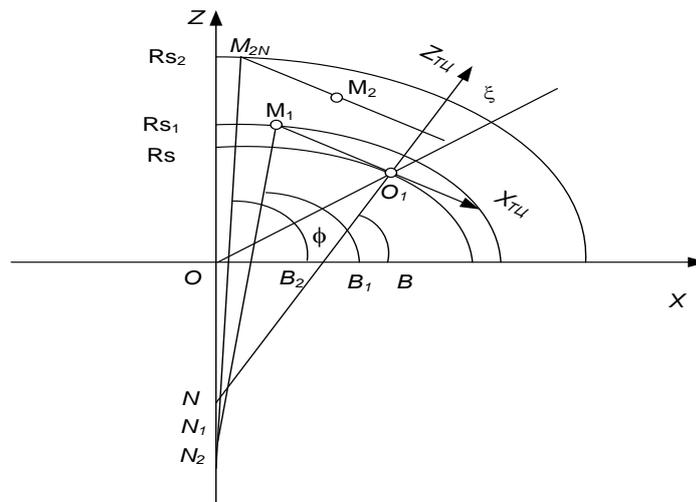


Рис. 1. Меридиональное сечение эллипсоида

Из выражения (1) следует что для подобных эллипсоидальных сечений ($k=const$) нормаль точек является общей. Зная координаты точки O_1 в планетоцентрической системе XOZ мы можем определить ее широту B по формуле (1).

На практике работу по измерению на поверхности планеты осуществляют в топоцентрической системе координат $X_{ТЦ}O_1Z_{ТЦ}$. Для сопоставления результатов разных топоцентрических системах координат необходимо приведение их в единую планетоцентрическую систему с началом в точке O . Для этого надо определить планетографическую широту B произвольной точки M_1 , координаты которой измерены в топоцентрической системе координат $X_{ТЦ}O_1Z_{ТЦ}$.

Рассмотрим два случая. Первый случай точка M_1 лежит в координатной плоскости системы $X_{ТЦ}O_1Z_{ТЦ}$. Эта точка имеет координаты $x_{p1} \neq 0$; $z_{p1} = 0$. Можно считать, что эта точка лежит на поверхности относимости Rs_1 , которая подобна исходной поверхности относимости Rs .

Определим широту B_1 точки M_1 по ее координатам в топоцентрической системе координат x_{p1} ; z_{p1}

Для первого случая, когда точка $M_1(X_1, Z_1)$ лежит в плоскости $Z_{ТЦ}=0$ имеем

$$\begin{aligned} X_1 &= x_{o1} + x_{p1} m_{11} \\ Z_1 &= z_{o1} + x_{p1} m_{21} \end{aligned}$$

Здесь x_{o1} , z_{o1} – координаты точки O_1 в планетоцентрической системе XOZ ; m_{11} , m_{21} – элементы матрицы преобразования координат.

Отсюда планетографическая широта B_1 точки M_1 определится как

$$tgB_1 = (z_{o1} + x_{p1} m_{21}) / [(x_{o1} + x_{p1} m_{11}) k^2]$$

Для второго случая, когда точка $M_2(X_2, Z_2)$ не лежит в плоскости $Z_{ТЦ}=0$ имеем

$$\begin{aligned} X_2 &= x_{o1} + x_{p2} m_{11} + z_{p2} m_{12} \\ Z_2 &= z_{o1} + x_{p2} m_{21} + z_{p2} m_{22} \end{aligned}$$

планетографическая широта B_2 точки M_2 определится как

$$tgB_2 = (z_{o1} + x_{p2} m_{21} + z_{p2} m_{22}) / [(x_{o1} + x_{p2} m_{11} + z_{p2} m_{12}) k^2]$$

Выводы. Определению широты других планет проще чем для Земли. На Земле применяют разные модели Земли (Эллипсоиды Красовского, Кларка I, Кларка II и др.). Это задает неоднозначность в координатных системах. Выбор наборов datum (геодезических дат) для создания референц-эллипсоида, даже при одной и той же модели Земли, также создает неоднозначность для преобразований. При разных моделях Земли и разных геодезических датах появляется множественность вариантов, которая приводит к необходимости различных итеративных преобразований.

При исследовании других планет подобная неоднозначность существенно уменьшается тем, что на другие планеты нет множества моделей как для Земли. Это упрощает прямое и обратное преобразование. Предложенные в статье формулы, позволяют использовать топоцентрические (прямоугольные) координат любой планеты для определения планетографической широты при известной модели планеты. Они исключают итерации и приближения.

Однако, необходимым условием применения метода является наличие модели планеты и точки на поверхности планеты с известными планетоцентрическими координатами.

Примечания:

1. Савиных В.П., Цветков В.Я. Сравнительная планетология. М.: МИИГАиК, 2012. 84 с.
2. www.solarmodel.ru
3. Тюфлин Ю.С. Космическая фотограмметрия при изучении планет и спутников. М.: Недра, 1986. 247 с.

4. Manned Mission to Mars/ Edited by A.S. Koroteev. M.: Russian Academy of Cosmonautics named after K.E. Tsiolkovsky, 2006. 320 pp.

5. Цветков В.Я. Международная конференция «Образование в области геодезии, кадастра и землеустройства: тенденции глобализации и конвергенции» // Инженерные изыскания. 2012. № 11. С. 12-14.

6. Плахов Ю.В., Краснорылов И.И. Геодезическая астрономия. М.: Картоцентр-Геодезиздат, 2006. 390 с.

7. Геодезия, картография, геоинформатика, кадастр: Энциклопедия. В 2-х т. / Под ред. А.В. Бородко, В.П. Савиных. М.: ООО «Геодезкартиздат», 2008. Т. I. 496 с.

8. Геодезия, картография, геоинформатика, кадастр: Энциклопедия. В 2-х т. / Под ред. А.В. Бородко, В.П. Савиных. М.: ООО «Геодезкартиздат», 2008. Т. II. 464 с.

9. Бойко Е.Г. Сфероидическая геодезия. М.: Картоцентр-Геодезиздат, 2003. 144 с.

УДК 528.2

Определение планетографической широты

Виктор Яковлевич Цветков

Государственный научно исследовательский институт информационных и телекоммуникационных технологий «Информика», Россия
Доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник
E-mail: cvj2@mail.ru

Аннотация. В статье описан метод нахождения планетографической широты на планете по топоцентрическим координатам. Моделью такой планеты является эллипсоид. Обязательным условием применения метода является наличие точки с известными координатами в планетоцентрической системе. Метод позволяет связывать в единую систему точки, измеренные в разных топоцентрических системах. Раскрывается содержание понятий планетоцентрическая система координат, планетографическая широта. Дается связь этих понятий с земными аналогами.

Ключевые слова: космическая геодезия; геоцентрические координаты; топоцентрические координаты; определение широты; планетографическая широта; планетоцентрическая система координат.