

International scientific and practical conference

**« Actual problems of mathematical modeling
and information technologies »**

On May 21-27, 2013

Sochi

Under scientific edition:

Dreyzis Yu.I., Mararova I.L., Simonyan A.R., Ulitina E.I.

Physico-mathematical Sciences

Физико-математические науки

UDC 519.8

Estimating of Wind Speed Over the Slope Based on Scanning Lidar Measurements *

Nikolay A. Baranov

Dorodnicyn Computing Centre of RAS, Russia
Vavilova str., 40, Moscow, 119333
Dr. (Technical)
E-mail: baranov@ccas.ru

Abstract. When estimating of the wind profile over a slope with a scanning lidar in one scan measurements are performed at different heights from the underlying surface. Therefore to restore the wind profile, we need to use several measurement results of scans. In this paper we present the corresponding algorithms.

Keywords: scanning lidar; wind speed; estimating.

Введение. При измерении профиля ветра сканирующим доплеровским лидаром алгоритм оценки скорости ветра на заданной высоте основан на гипотезе [1], что скорость ветра может быть представлена в виде суммы двух составляющих:

$$W(\mathbf{r}_0, h, t) = W_0(h) + W'(\mathbf{r}_0, h, t), \quad (1)$$

где $W_0(h)$ - осредненный профиль ветра, $W'(\mathbf{r}_0, h, t)$ - флуктуационная составляющая скорости ветра, обусловленная турбулентными пульсациями, h – расстояние до подстилающей поверхности.

Вектор $W_0(h)$ вычисляется как точка минимума квадратичного функционала

$$S(h) = \sum_{j=1}^n \beta_j \left(V_{rj}(h, t) - (W_0(h), e_j) \right)^2, \quad (2)$$

* Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 12-07-00697, 13-07-00276) и программы фундаментальных исследований ОМН РАН № 3.

где e_j - направление сканирующего луча лидара в j -й точке измерений, β_j - некоторые весовые коэффициенты, (W_0, e_j) обозначает скалярное произведение векторов W_0, e_j , $V_{rj}(h, t) = (W(r_j, h, t), e_j)$ - радиальная компонента скорости ветра.

В том случае, когда рельеф местности отличен от горизонтальной плоскости, использование зависимостей (1), (2) осложняется тем, что плоскость сканирования не параллельна подстилающей поверхности (рис. 1) и в одном цикле сканирования измерения осуществляются на разных высотах от подстилающей поверхности.

Пусть вектор v направлен по местной вертикали в точке O расположения средства измерения, а высота измерения h отсчитывается от горизонтальной плоскости, проходящей через точку O (рис. 2). В общем случае для двух точек измерения (r_j, h) и (r_i, h) , расположенных на одной высоте h , скорость ветра может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} W(r_j, h, t) &= W_0(r_j, h) + W'(r_j, h, t), \\ W(r_i, h, t) &= W_0(r_i, h) + W'(r_i, h, t), \end{aligned} \tag{3}$$

где осредненные значения скорости ветра $W_0(r_j, h)$ и $W_0(r_i, h)$ не равны между собой (рис. 3):

$$W_0(r_j, h) \neq W_0(r_i, h).$$

В связи с этим алгоритм расчета профиля скорости ветра $W_0(r_0, h)$ вдоль вертикальной оси, проходящей через точку расположения средства измерения, по результатам сканирования на заданной высоте, основанный на минимизации функционала $S(h)$ вида (2), оказывается не применим.

Введем в рассмотрение систему координат $OX_1Y_1Z_1$, центр которой совпадает с точкой расположения средства измерения (рис. 1). Ось OY_1 направлена по вектору нормали n к поверхности, на которой расположено средство измерения, ось OX_1 ортогональна вектору нормали n и лежит в плоскости, образованной векторами n и v . Ось OZ_1 ортогональна плоскости векторов n и v и направлена так, чтобы образовывать правостороннюю систему координат.

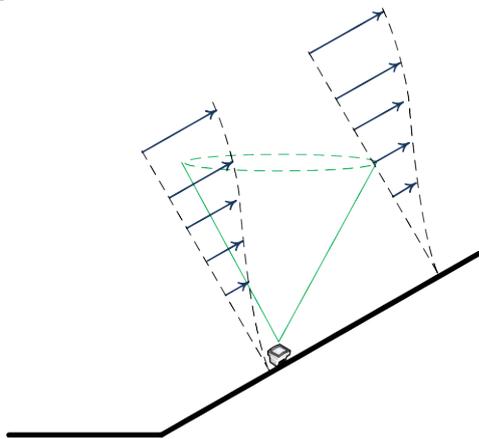


Рис. 1. Неоднородность скорости ветра над наклонной поверхностью

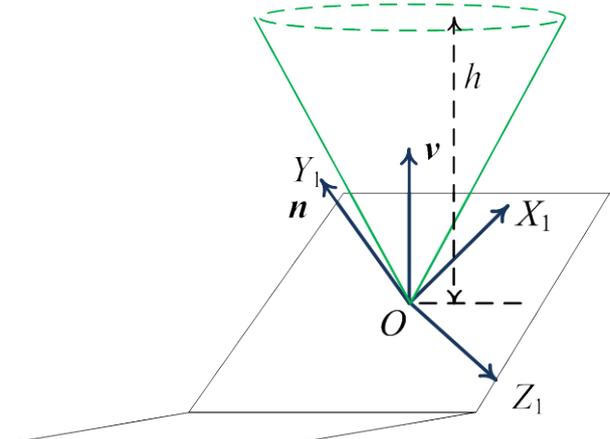


Рис. 2. Расчетная система координат

Примем допущение, что в системе координат $OX_1Y_1Z_1$ для вектора скорости ветра справедливо представление вида (1), т.е.

$$W(r_j^{(1)}, h^{(1)}, t) = W_0(h^{(1)}) + W'(r_j^{(1)}, h^{(1)}, t), \tag{4}$$

где $(r_j^{(1)}, h^{(1)})$ - координаты точки измерений в системе координат $OX_1Y_1Z_1$.

Рассмотрим алгоритм вычисления профиля скорости ветра $W_0(\mathbf{r}_0, h)$ в рамках принятой гипотезы.

Пусть необходимо вычислить значения скорости ветра в диапазоне высот $[h_{\min}, h_{\max}]$ с шагом Δh , т.е. i -я высота измерения равна

$$h_i = h_{\min} + i\Delta h, i = 1, \dots, m.$$

Через \mathbf{r}_{ij} обозначим горизонтальные координаты точки j -го измерения на высоте h_i .

Пусть в результате сканирования на высоте h_i получены значения V_{ij} радиальной составляющей скорости ветра в каждой точке измерения (\mathbf{r}_{ij}, h_i) :

$$V_{ij} = \left(\mathbf{W}(\mathbf{r}_{ij}^{(1)}, h_{ij}^{(1)}, t), \mathbf{e}_j \right),$$

где $(\mathbf{r}_{ij}^{(1)}, h_{ij}^{(1)})$ - координаты точки измерений (\mathbf{r}_{ij}, h_i) в системе координат $Ox_1Y_1Z_1$.

В соответствии с формулой (4)

$$V_{ij} = \left(\mathbf{W}_0(h_{ij}^{(1)}), \mathbf{e}_j \right) + \left(\mathbf{W}'(\mathbf{r}_{ij}^{(1)}, h_{ij}^{(1)}, t), \mathbf{e}_j \right),$$

где $h_{ij}^{(1)} = h_i(\mathbf{n}, \mathbf{v}) + (\mathbf{n}, \mathbf{r}_{ij})$.

Введем обозначения

$$H_{\min} = \min_{i,j} \{h_{ij}^{(1)}\}, H_{\max} = \max_{i,j} \{h_{ij}^{(1)}\}$$

и рассмотрим задачу вычисления функциональной зависимости $W_0(h^{(1)})$ в диапазоне высот $[H_{\min}, H_{\max}]$.

Разобьем интервал $[H_{\min}, H_{\max}]$ на M подынтервалов так, чтобы количество k_l высот измерений $h_{ij}^{(1)}$, которые попадают на l -й интервал

$$I_l = \left[H_{\min} + (l-1) \frac{H_{\max} - H_{\min}}{M}, H_{\min} + l \frac{H_{\max} - H_{\min}}{M} \right], l = 1, \dots, M,$$

удовлетворяло условию $k_l > 1$.

Будем искать зависимость $W_0(h^{(1)})$ в виде векторного кубического сглаживающего сплайна

$$W_0(h^{(1)}) = C_l(h^{(1)}) \tag{5}$$

при

$$h^{(1)} \in I_l = [H_{l-1}, H_l]$$

где

$$C_l(h^{(1)}) = \mathbf{a}_l + \mathbf{b}_l(h^{(1)} - H_{l-1}) + \mathbf{c}_l(h^{(1)} - H_{l-1})^2 + \mathbf{d}_l(h^{(1)} - H_{l-1})^3, \tag{6}$$

$\mathbf{a}_l, \mathbf{b}_l, \mathbf{c}_l, \mathbf{d}_l$ - неизвестные векторные коэффициенты сплайн-аппроксимации компонент вектора скорости ветра, которые необходимо определить,

$$H_l = H_{\min} + l\Delta, \Delta = \frac{H_{\max} - H_{\min}}{M}.$$

Значения коэффициентов векторной кубической аппроксимации вида (5) определяются из условия минимума функционала

$$\begin{aligned}
 S(h) = & \pi \sum_{l=1}^M \sum_{\substack{i,j: \\ h_{ij}^{(1)} \in I_l}} \left(v_{ij} - (a_l, e_j) - (b_l, e_j) \left(h_{ij}^{(1)} - H_{l-1} \right) - \right. \\
 & \left. - (c_l, e_j) \left(h_{ij}^{(1)} - H_{l-1} \right)^2 - (d_l, e_j) \left(h_{ij}^{(1)} - H_{l-1} \right)^3 \right)^2 + \\
 & + 4(1 - \pi) \sum_{l=1}^M \left\{ |c_l|^2 \Delta + 3(c_l, d_l) \Delta^2 + 3|d_l|^2 \Delta^3 \right\}
 \end{aligned} \tag{7}$$

при дополнительных условиях сопряжения

$$\begin{aligned}
 C_l(H_l) &= C_{l+1}(H_l), \quad l = 1, \dots, M - 1, \\
 C'_l(H_l) &= C'_{l+1}(H_l), \quad l = 1, \dots, M - 1, \\
 C''_l(H_l) &= C''_{l+1}(H_l), \quad l = 1, \dots, M - 1,
 \end{aligned} \tag{8}$$

и граничных условиях вида

$$\begin{aligned}
 C''_1(H_{\min}) &= 0, \\
 C''_M(H_{\max}) &= 0.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Параметр $0 \leq \pi \leq 1$ характеризует степень соответствия сплайн-аппроксимации одному из требований:

- минимальное отклонение значений сплайн-аппроксимации от требуемых значений (первое слагаемое в правой части (7), $\pi = 1$);

- минимальная кривизна сплайн-аппроксимации (второе слагаемое в правой части (7), $\pi = 0$).

Примечания:

1. Baranov N.A. Improving the scanning lidar wind speed measurement accuracy by using the optimal interpolation // European researcher. 2012. № 5-1. P. 432-435.

УДК 519.8

Оценка скорости ветра над наклонной поверхностью по данным измерений сканирующего лидара

Николай Алексеевич Баранов

Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН, Россия
 119333, Москва, ул. Вавилова, 40
 Доктор технических наук
 E-mail: baranov@ccas.ru

Аннотация. При определении профиля ветра над наклонной поверхностью с помощью сканирующего лидара в одном цикле сканирования измерения осуществляются на разных высотах от подстилающей поверхности. В связи с этим для восстановления профиля ветра необходимо использовать результаты измерений нескольких циклов сканирования. В данной работе представлены соответствующие алгоритмы.

Keywords: сканирующий лидар; скорость ветра; оценивание.