Physico-mathematical Sciences

Физико-математические науки

UDC 678.027.3

Identification of Mathematical Model of Polymeric Extrusion Heating-up Mode

[1] Liydmila D. Jaroshuk
[2] Oleksii A. Zhuchenko

[1] National technical university of Ukraine «Kyiv polytechnic institute», Ukraine
03056, Kyiv, Peremogy ave, 37
Dr., Associate Professor
[2] National technical university of Ukraine «Kyiv polytechnic institute», Ukraine
03056, Kyiv, Peremogy ave, 37
Lecturer, azhuch@ukr.net

Abstract. The article presents the method of identification of mathematical model, based on the approximation of transient response of second-order integrated component with time delay, which was determined experimentally. Identification efficiency was studied both in the conditions when the random disturbances are missing and when the random measurement noise is present in the output. The study shows high efficiency of the developed identification method.

Keywords: extruder; identification; mathematic model; efficiency; polymeric materials; disturbances; control system.

Введение. Процесс экструзии является одним из основных технологических процессов в производстве полимерной продукции. Полный цикл работы экструдера (аппарата, в котором проводится процесс экструзии) состоит из нескольких стадий:

1) разогрев экструдера до заданного технологическими условиями температурного режима;

2) пуск процесса экструзии – переход от состояния, когда продукция на выходе экструдера отсутствует, до состояния, когда исходная продукция экструдера соответствует заданным количественным и качественным характеристикам;

3) режим нормальной эксплуатации;

4) остановка процесса экструзии.

Первая из названных выше стадий – режим разогрева – характеризуется непродуктивными затратами рабочего времени и энергетических ресурсов. Поэтому, с точки зрения повышения эффективности работы технологического оборудования в производстве полимеров в целом, и энергосбережения в частности, задача управления режимом разогрева экструдера может быть с формулирована следующим образом: необходимость разогреть экструдер до нужного температурного режима по зонам за кратчайшее время без перегрева аппарата (или с минимальным перегревом).

Постановка задачи. В последнее время появились результаты научных исследований, посвященные решению сформулированной задачи. В работе [1] разработана стратегия оптимального переключения нагревателей, которая обеспечивает разогрев экструдера с незначительным температурным перегревом. Для эффективной стабилизации температуры процесса экструзии предложены методы управления [2-4], основанные на прогнозировании модели. В работе [5-7] представлены многомерные системы управления, целью которых является компенсация возмущений, действующих в режиме разогрева экструдера. Как показали результаты исследований, приведенные в [8-10], управления разогревом экструдера должно осуществляться на основе математической модели, которая существенно улучшает качество самого процесса.

Следовательно, для повышения эффективности режима разогрева экструдера нужна соответствующая математическая модель. Большинство известных на сегодняшний день научных работ, посвященных этому вопросу, направленные на разработку алгоритмов идентификации математических моделей первого порядка с запаздыванием (ППЗ) или второго порядка с запаздыванием (ВПЗ), которые, как утверждают авторы работ [8-12], описывают процесс разогрева экструдера с достаточной для задач управления точностью. Однако существующие алгоритмы идентификации, к сожалению, не решают в полной мере поставленную выше задачу – разогреть экструдер до заданного температурного режима за кратчайшее время и без перегрева.

В связи с этим, целью данной статьи является создание математической модели процесса разогрева экструдера и метода его идентификации, а также исследовать их эффективность.

Идентификация детерминированной модели. Как из литературных источников [1, 8, 13-16], так и из опыта эксплуатации экструдеров известно, что для быстрого достижения заданного температурного режима по зонам аппарата на начальной стадии разогрева нужно включить нагреватели на максимальную мощность, а затем, приближаясь к заданным температурам, постепенно уменьшать ее. Следует отметить, что при таком методе управления нагреватели остаются включенными на максимальную мощность, как правило, более 80% общего времени разогрева. Это позволяет считать, что на вход объекта управления (отдельной зоны экструдера) подается единичная ступенчатая функция, что в свою очередь дает возможность использовать соответствующие методы идентификации [17-24].

Как модель режима разогрева экструдера предлагается использовать интегральное звено 2-го порядка с запаздыванием (интегральную ВПЗ – модель):

$$W_m(s) = \frac{k_p e^{-\theta_s}}{s(T_p s + 1)}, \qquad (1)$$

в которой k_p - коэффициент усиления, θ - время запаздывания, T_p - постоянная времени. Отметим, что при $T_p \to 0$, модель (1) является интегральным звеном первого порядка с запаздыванием (интегральная ППЗ – модель).

Появление времени запаздывания θ в модели (1) объясняется тем, что термопара, которая входит в состав системы управления температурной зоной, как правило, размещается не на поверхности корпуса экструдера, а в его теле. В связи с этим изменение мощности нагревателя приводит к соответствующему изменению температуры не мгновенно, а через некоторое время.

Для входного единичного ступенчатого сигнала $u = \mu$ при времени $t > 0$ и $u = 0$ при $t \le 0$ с учетом нулевых начальных условий модель (1) может быть представлена во временной области следующим образом:

$$\begin{aligned} & y(t) = 0, 0 < t \le \theta; \\ & T_p \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) = k_p \mu (t - \theta), t > \theta \end{aligned} \qquad (2)$$

где $y(t)$ - выходной сигнал (температура зоны) во времени.

Интегрируя трижды обе части уравнения (2) получаем (3).

$$\int_0^t \int_0^{\tau_2} y(\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 = -T_p \int_0^t y(\tau) d\tau + \frac{1}{6} k_p \mu (t - \theta)^3 \qquad (3)$$

Это уравнение перепишем в виде (4)

$$\Psi(t) = \Phi^T(t) v \qquad (4)$$

где

$$\Psi(t) = \int_0^t \int_0^{\tau_2} y(\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 \qquad (4a)$$

$$\Phi(t) = [\frac{\mu t^3}{6} \quad -\frac{\mu t^2}{2} \quad \frac{\mu t}{2} \quad -\frac{\mu}{6} \quad -\int_0^t y(\tau)d\tau]^T \quad (4б)$$

$$\nu = [k_p \;\; k_p\theta \;\; k_p\theta^2 \;\; k_p\theta^3 \;\; T_p]^T$$

Учитывая, что $\Psi(t) = y(t) = 0$ при $t \le 0$, при построении модели нужно выбрать временную последовательность $t_i (i = 1, 2, ..., N)$ с учетом ограничения $\theta \le t_1 < t_2 < ... < t_N$. На практике время запаздывания θ может быть не известно точно, особенно в условиях действия измерительных шумов, поэтому целесообразно выбрать время t_1 гарантированно больше, чем θ.

Получая экспериментальные данные и пользуясь формулами (4а), (4б) будем иметь

$$\Psi(t) = [\Psi(t_1) \;\; \Psi(t_2) ... \Psi(t_N)]^T,$$

$$\Phi(t) = [\Phi(t_1) \;\; \Phi(t_2) ... \Phi(t_N)]^T.$$

Количество экспериментов N, как рекомендуют в [1], должна быть 50–200.

Далее, применяя метод наименьших квадратов (МНК – процедура) [25], рассчитываем

$$\nu = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi \Psi \quad (5)$$

Учитывая, что каждый столбик матрицы Φ линейно независимый друг от друга, матрица Φ является несингулярной, поэтому расчеты по формуле (5) имеют единственное решение.

Тогда

$$T_p = \nu\,(5) \quad (6)$$

Значения параметров модели k_p и θ можно было бы вычислить из уравнений

$$k_p = \nu(1)$$

$$k_p\theta = \nu(2),$$

но существуют еще два уравнения

$$k_p\theta^2 = \nu(3)$$

$$k_p\theta^3 = \nu(4)$$

Поэтому возьмем натуральный логарифм от обеих частей последних четырех уравнений и составим систему

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ln k_p \\ \ln\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln\nu(1) \\ \ln\nu(2) \\ \ln\nu(3) \\ \ln\nu(4) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Отсюда, применяя МНК - процедуру, определяем K_p и Θ. На этом процедуру идентификации математической модели режима разогрева экструдера можно считать завершенной.

Обратим внимание на некоторые моменты.

1. Для уменьшения расчетных усилий уравнения (2) можно было интегрировать только дважды. При этом аналогично выше приведенному можно получить подобный алгоритм идентификации. Однако он уступил бы рассмотренному выше алгоритму своей робастностью по отношению к измерительным шумам.

2. Принимая $T_p = 0$, рассмотренный выше алгоритм может быть применен для идентификации ППЗ – модели

$$W_m(s) = \frac{k_p e^{-\theta s}}{s},$$

которая очевидно уступает ВПЗ – модели в случаях, когда реальные процессы имеют более высокий порядок, особенно на начальном участке переходной характеристики. Об этом говорится в работе [22].

3. Надо отметить, что переходная характеристика интегрального звена будет стремиться к бесконечности при $t \to \infty$. Это означает, что она должна быть ограниченной определенным допустимым диапазоном в окрестности точки заданного температурного режима. Понятно, что больший диапазон переходной характеристики соответствует большему количеству экспериментальных данных, что повышает точность идентификации. Итак, в этом вопросе должно бить найден определенный компромисс.

Идентификация в условиях действия случайных шумов

В случае, когда в процессе идентификации измерения выходного сигнала $y(t)$ искажено случайным шумом $\xi(t)$, то есть

$$y_0(t) = y(t) + \xi(t)$$

где $y_0(t)$ - искаженный выходной сигнал из выражения (3) следует, что

$$\Psi(t) = \Phi(t)\nu(t) + \delta(t) \qquad (8)$$

где $\sigma(t) = [\sigma(t_1)\ \sigma(t_2)...\sigma(t_N)]^T$, а $\sigma(t) = \int_0^t \int_0^{\tau_2} \xi(\tau_1) d\tau_1 d\tau_2 + T_p \int_0^t \xi(\tau) d\tau$

С учетом того, что матрица Φ теперь коррелирована с σ, МНК – процедура не может быть использована для оценки параметров модели, рассматриваемой в [17, 18]. В этой ситуации в работах [23, 24] предлагается использовать метод инструментальных переменных. Этот метод предполагает построение специальной матрицы в виде

$$Z = [Z_1\ Z_2 ... Z_N]^T,$$

де $z_i = \begin{bmatrix} 1/t_i^2 & 1/t_i & 1\, t_i & t_i^2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ для $i = 1, 2, ..., N$

Матрица Z должна удовлетворять двум условиям:

1. Обращение $\lim\limits_{N\to\infty} (Z^{\mathrm{T}}\Phi)/N$ существует и 2. $\lim\limits_{N\to\infty} (Z^{\mathrm{T}}\sigma)/N = 0$. Тогда процедура оценивания для уравнения (8) осуществляется так

$$\nu = (Z^{\mathrm{T}}\Phi)^{-1} Z\Psi$$

Исследование эффективности идентификации

Проверка эффективности приведенного выше метода идентификации заключалась в сравнении расчетных значений параметров модели, которая идентифицируется, с соответствующими параметрами реального объекта управления. Как «реальный» объект управления рассматривалась модель вида

$$W_o(s) = \frac{e^{-10s}}{s(20s+1)}$$

Для проведения исследования был выбран интервал времени [8, 50]. Полученные результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Параметры математической модели

Параметры модели	Случайные шумы		
	Отсутствующие	Присутствующие	
		σ_{N1}, СШС$_1$	σ_{N2}, СШС$_2$
K_p	1,0000	1,0362	1,0541
Θ	10,01	9,8205	9,2686
T_p	20,0000	21,1995	22,2082

Как видно из данных табл. 1 в детерминированном случае, то есть в условиях отсутствия случайных шумов, параметры идентифицированной модели практически совпадают с соответствующими параметрами объекта.

Когда к выходу объекта добавляется нормально распределенный случайный шум, рассмотрены две ситуации, которые отличаются характеристиками случайного сигнала. В первом случае дисперсия шума $\sigma^2_{N1} = 0,0127$ и соотношение «шум - сигнал» СШС$_1$=5%, во втором – $\sigma^2_{N2} = 0,572$ и СШС$_2$=30%.

Результаты идентификации хуже, чем для детерминированного случая, но полученная модель вполне работоспособна, о чем свидетельствуют и результаты, рассчитанные по формуле среднеквадратической погрешности

$$E=\sum_{k=1}^{N}\left[y(kT)-y_m(kT)\right]^2 / N,$$

а именно: $E_1 = 1{,}15\cdot 10^{-3}$; $E_2 = 2{,}82\cdot 10^{-2}$, где E_1 и E_2 соответствуют двум рассматриваемым выше случаям, $y_m(kT)$ - выход модели.

Данное исследование подтверждает эффективность разработанного метода идентификации математической модели режима разогрева процесса экструзии полимеров.

Выводы. Представлен метод идентификации математической модели режима разогрева экструдера в производстве полимерных материалов. Как модель используется интегральное звено второго порядка с запаздыванием. Параметрическая идентификация модели осуществляется с помощью МНК – процедуры и базируется на переходной характеристике объекта управления, которая экспериментально определяется в процессе разогрева.

Предложена модификация алгоритма идентификации при воздействии неконтролируемых случайных шумов измерений.

Проверка разработанного метода идентификации, как в условиях отсутствия возмущений, так и в условиях действия случайных шумов измерений на выходе объекта показала его высокую эффективность.

На основе данной модели в дальнейшем необходимо разработать систему управления режима разогрева процесса экструзии полимеров.

Примечания:

1. K.Yao and F. Gao, “Optimal start-up control of injection molding barrel temperature”, Polym. Eng. Pract., vol. 10, no. 10, pp. 1153-1161, 2002.

2. C.H. Lu and C.C. Tsai, “Adaptive decoupling predictive temperature control for an extrusion barrel in a plastic injection molding process”, IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 48, no. 5, pp. 968-975, 2001

3. T.L Chia, “Model predictive control helps to regulate slow processes-robust barrel temperature control”, ISA Trans., vol. 41, no. 4, pp. 501-509, 2002.
4. S.N. Huang, K.K. Tan, and T.H. Lee, “Adaptive GPC control of melt temperature in injection moulding”, ISA Trans., vol. 38, no. 4, pp. 361-373, 1999.
5. U.C. Moon, “A practical multiloop controller design for temperature control of a TV glass furnace”, IEEE Trans. Control Syst.Technol., vol. 15, no. 6, pp. 1137-1142, 2007.
6. D.B. Kaymak and W.L. Luyben, “Comparison of two types of two-temperature control structure for reactive distillation columns”, Ind.Eng.Chem.Res., vol. 44, no. 13, pp. 4625-4640, 2005.
7. E.A. Wolff and S. Skogestad, “Temperature cascade control of distillation columns”, Ind.Eng.Chem.Res., vol. 35, no. 2, pp. 475-484, 1996.
8. C. Diduch, R.Dubay, and W.G. Li, “Temperature control of injection molding. Part 1: Modeling and identification”, Polym. Eng. Sci., vol. 44, no. 12, pp. 2308-2317, 2004.
9. R. Dubay, C. Diduch, and W.G. Li, “Temperature control of injection molding. Part 2: Controller design, simulation, and implementation”, Polym. Eng. Sci., vol. 44, no. 12, pp. 2318-2326, 2004.
10. E. Dassau, B. Grosman, and D.R. Lewin, “Modeling and temperature control of rapid thermal processing”. Comput. Chem. Eng., vol. 30, no. 4, pp. 686-697, 2006.
11. D. Sankowski, J. Kucharski, and W. Lobodzinski, “Autotuning temperature control using identification by multifrequency binary sequences”, Proc. Inst. Elect. Eng. – Control Theory Appl., vol. 144, no. 3, pp. 233-240, 1997.
12. K.K. Tan, Q. G. Wang, T.H. Lee, and C.H. Gan, “Automatic tuning of gain-scheduled control for asymmetrical processes”, Control Eng.Pract., vol. 6, no. 11, pp. 1353-1363, 1998.
13. Раувендааль К., Норьеги Е., Харрис Х. Выявление и устранение проблем в экструзии. СПб.: Профессия, 2008. 328 с.
14. Ким В.С. Теория и практика экструзии полимеров / В.С. Ким. М.: Химия, Колос С, 2005. 568 с.
15. Торнер Р.В. Теоретические основы переработки полимеров. / Р.В. Тернер. М.: Химия, 1977. 464 с.
16. Tadmor Z., Gogos C.G. Principles of Polymer Processing. Wiley – Interscience, 2006. 962 p.
17. Гроп Д. Методы идентификации систем. М.: Мир, 1979. 302 с.
18. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1975. 683 с.
19. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 3-х т. Т.1: Анализ и статистическая динамика систем автоматического управления / под ред. Н.Д. Егупова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 200. 748 с.
20. Q.G. Wang, T.H. Lee, and C. Lin, Relay Feedback: Analysis, Identification and control. London, U.K.: Springer-Verlag, 2003.
21. C.C. Yu, Autotuning of PID Controllers: A Relay Feedback approach, 2nd ed. London, U.K.: Springer-Verlag, 2006.
22. T. Liu and F. Gao, “Identification of integrating and unstable processes from relay feedback”, Comp. Chem. Eng., vol. 32, no. 12, pp. 3038-3056, 2008.
23. T. Soderstrom and P. Stoica, System Identification. New-York: Prentice-Hall, 1989.
24. L. Ljung. System identification: Theory for the user, 2nd ed. Englewood Cliff, NJ: Prentice-Hall, 1999.
25. Дьяков В.П. Mathcad 2001. Учебный курс. СПб.: Питер. 2001. 624 с.

УДК 678.027.3

Идентификация математической модели режима разогрева процесса экструзии полимеров

[1] Людмила Демьяновна Ярощук
[2] Алексей Анатольевич Жученко

[1] Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина
г. Киев, 03056, пр. Победы, 37
Кандидат технических наук, доцент
[2] Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина
г. Киев, 03056, пр. Победы, 37
Ассистент
E-mail: azhuch@ukr.net

Аннотация. Предложен метод идентификации математической модели режима разогрева процесса экструзии полимерных материалов, основанный на аппроксимации экспериментально определенной переходной характеристики интегрального звена второго порядка с запаздыванием. Эффективность идентификации исследовано как в условиях отсутствия случайных возмущений, так и когда на выходе действует случайный шум измерения. Проведенное исследование показало высокую эффективность разработанного метода идентификации.

Ключевые слова: экструдер; идентификация; математическая модель; эффективность; полимерные материалы; возмущения; система управления.