

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)

International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science

p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)

Year: 2022 Issue: 03 Volume: 107

Published: 06.03.2022 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



Nurillo Raximovich Kulmuratov

Navoi State Mining Institute
 Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,
 docent, Uzbekistan
nurillo.Kulmuratov.64@mail.ru

Bobur Xudoyberdievich Eshpulatov

Navoi State Pedagogical Institute
 Senior Lecturer to Department of Technology Engineering,
 Navoi, Uzbekistan

ON THE ACTION OF A MOVING PRESSURE WAVE ON A VISCOELASTIC CYLINDRICAL SHELL INTERACTING WITH AN IDEAL FLUID

Abstract: Statements are given, solution methods are developed, and numerical results are obtained for new problems of stationary deformation of infinitely long viscoelastic cylindrical shells on a deformable base when a non-axisymmetric normal pressure wave moves along the shell axis with up to resonant velocity. The solution methods are based on the joint application of the integral Fourier transform (or the method of fundamental solutions) along the axial coordinate and the expansion of all given and desired values in Fourier series along the angular coordinate. An efficient algorithm for the joint calculation of integrals and Fourier series has been developed and implemented on a computer. An estimate of the mixed shell is given depending on the velocity of the pressure waves and the viscosity of the materials.

Key words: pressure waves, cylindrical shell, viscoelasticity, resonant velocity, Fourier transform, deformable foundation.

Language: Russian

Citation: Kulmuratov, N. R., & Eshpulatov, B. X. (2022). On the action of a moving pressure wave on a viscoelastic cylindrical shell interacting with an ideal fluid. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 03 (107), 33-38.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-03-107-4> **Doi:** <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2022.03.107.4>

Scopus ASCC: 2200.

О ДЕЙСТВИИ ПОДВИЖНОЙ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ НА ВЯЗКОУПРУГУЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩУЮ С ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Аннотация: В работе даны постановки, развиты методы решения и получены численные результаты для новых задач стационарного деформирования бесконечно длинных вязкоупругих цилиндрических оболочек на деформируемом основании при движении вдоль оси оболочки не осесимметричной волны нормального давления с до резонансной скоростью. Методы решения основаны на совместном применении интегрального преобразования Фурье (или метода фундаментальных решений) по осевой координате и разложении всех заданных и искомых величин в ряды Фурье по угловой координате. Разработан и реализован на ЭВМ эффективный алгоритм совместного вычисления интегралов и рядов Фурье. Дана оценка перемещений оболочки в зависимости от скорости волн давления и вязкости материалов.

Ключевые слова: волны давления, цилиндрическая оболочка, вязко упругость, резонансная скорость, преобразования Фурье, деформируемые основания.

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИНЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

Введение

Собственные колебания и распространение свободных волн в цилиндрических оболочках, взаимодействующих с жидкостью, исследовались многими авторами, в частности в работах [1,2]. При этом рассматривались осесимметричные и не осесимметричные задачи, применялись различные модели для жидкости и оболочки. Вопрос о действии подвижной волны давления на цилиндрическую оболочку, заполненную или окруженную жидкостью, менее изучен, причем было рассмотрено только осесимметричное нагруженные [3,4]. В данной статье с помощью интегрального преобразования по осевой координате и рядов Фурье по углу получено решение задачи о движении вдоль бесконечно длинной цилиндрической оболочки, взаимодействующей с идеальной сжимаемой жидкостью нормального давления, произвольного по длине и окружности, но неизменного во времени профиля. Скорость движения нагрузки постоянна и в подразделе она рассматривается в случае, когда она меньше скорости звука в жидкости. Жидкость заполняет полость между оболочкой радиуса a и соосной с ней жесткой цилиндрической стенкой.

Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим действие не осесимметричной подвижной волны давления на вязкоупругую цилиндрическую оболочку, взаимодействующую с идеальной сжимаемой жидкостью. Уравнения движения вязкоупругого цилиндрического оболочки и идеальная жидкость вводится в системе координат r, θ, z [5]. Идеальной жидкостью движется между оболочками.

Уравнения движения несущих слоев (оболочек) в перемещениях, в символической векторной – матричной форме, запишем в виде

$$L_{ij}\vec{U}_k - \int_0^t L_{ij}R_{Ek}(t-\tau)\vec{U}_k(\vec{r}, \tau) d\tau = \frac{(1-\nu_{0k})^2}{G_{0k}h_{0k}}\vec{q}_k + \rho_{0k}\frac{(1-\nu_{0k})^2}{G_{0k}}\frac{\partial^2\vec{U}_k}{\partial t^2}. \quad (k=1,2) \quad (1)$$

Здесь индекс $k=1$ относится к внутреннему несущему слою, а $k=2$ - к внешнему слою, U_k - вектор перемещения точек срединной поверхности несущего слоя, причем для оболочек типа Тимошенко размерность вектора U_k равна пяти

$$(U_{1k} = u_k; U_{2k} = \vartheta_k; U_{3k} = w_k). \\ (U_{4k} = \psi_{xk}; U_{5k} = \psi_{yk})$$

Здесь соответственно осевого, окружного и нормального перемещений добавляются еще углы поворота нормали к срединной поверхности в осевом и окружном направлениях: P_k - вектор

нагрузок на оболочку, размерность которого также зависит от выбранной теории оболочек. L_{ij} - матрица дифференциальных операторов теории оболочек, включающая в задачах динамики и дифференцирование по времени (члены с демпфированием и инерционные члены в развернутом виде). Если при записи уравнений движения несущих слоев учитываются деформации сдвига и инерции вращения (оболочка типа Тимошенко), тогда дифференциальные операторы имеют вид

$$L_{11} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1-\nu_k}{2a_k^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \rho_k \frac{1-\nu_k}{2G_{k0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2};$$

$$L_{12} = L_{21} = \frac{1+\nu_k}{2a_k} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta};$$

$$L_{13} = L_{31} = \frac{\nu_k}{a_k} \frac{\partial}{\partial z}; \quad L_{14} = L_{15} = 0;$$

$$L_{22} = \frac{1-\nu_k}{2a_k^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{a_k^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - \rho_k \frac{1-\nu_k}{2G_{k0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2};$$

$$L_{23} = \frac{1}{a_k^2} \left[1 + \frac{(1-\nu_k)k_0^2}{2} \right] \frac{\partial}{\partial \theta};$$

$$L_{24} = 0, \quad L_{25} = \frac{(1-\nu_k)k_0^2}{2a_k};$$

$$L_{32} = \frac{1}{a_k^2} \frac{\partial}{\partial \theta};$$

$$L_{33} = -\frac{1-\nu_k}{2} k_0^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2 k} + \frac{1}{a_k^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) + \frac{1}{a_k^2} + \rho_k \frac{1-\nu_k}{2G_{k0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2}; \quad (2)$$

$$L_{34} = \frac{(1-\nu_k)}{2a_k} k_0^2 \frac{\partial}{\partial z}; \quad L_{35} = -\frac{(1-\nu_k)}{2a_k} k_0^2 \frac{\partial}{\partial \theta};$$

$$L_{41} = L_{42} = 0;$$

$$L_{45} = L_{54} = \frac{1+\nu_k}{2a_k} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta};$$

$$L_{44} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\nu_k}{2a_k^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - 6k_0^2 \frac{1-\nu_k}{h_k^2} - \rho_k \frac{1-\nu_k}{2G_k} \frac{\partial^2}{\partial t^2};$$

$$L_{51} = L_{52} = 0; \quad L_{53} = -6k_0^2 \frac{1-\nu_k}{a_k h_k^2} \frac{\partial}{\partial \theta};$$

$$L_{55} = \frac{1-\nu_k}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{a_k^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - 6k_0^2 \frac{1-\nu_k}{h_k^2} - \rho_k \frac{1-\nu_k}{2G_{k0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2};$$

$$\lambda_{0s} = \frac{2\nu_s G_{s0}}{1-2\nu_s}; \quad \mu_{0s} = G_{s0}$$

Здесь k_0^2 - коэффициент Тимошенко; h_k, a_k - толщина и радиус срединной поверхности несущего слоя; ν_k - коэффициент Пуассона; $R_{Ek}(t-\tau)$ ядро релаксации; G_{k0} - мгновенный модуль упругости.

Компоненты вектора нагрузок соответственно имеет вид

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

$$\{P_{1k}, P_{2k}, P_{3k}\} = -\frac{1-v_k}{2G_{k0}h_k} \{p_{zk} \pm q_{zk}, p_{\theta k} \pm q_{\theta k}, p_{rk} \pm q_{rk}\}$$

$$P_{4k} = -\frac{3(1-v_k)}{G_{k0}h_k^2} (p_{zk} \pm q_{zk});$$

$$P_{5k} = -\frac{3(1-v_k)}{G_k h_k^2} (p_{\theta k} \pm q_{\theta k}); \quad (3)$$

где знак минус отвечает внутренней оболочке, а плюс - наружной: $q_{zk}, q_{\theta k}, q_{rk}$ - компоненты реакции со стороны заполнителя: $p_{zk}, p_{\theta k}, p_{rk}$ - интенсивность заданной нагрузки в соответствующем направлении. В задаче о распространении свободных волн компоненты заданной нагрузки $p_{rk}, p_{\theta k}, p_{zk}$, принимаются равными нулю.

Принимаем интегральные члены в (1) малыми. Тогда функция $\phi(t) = \psi(t)e^{-i\omega_R t}$, где $\psi(t)$ -медленно меняющаяся функция времени, ω_R -действительная константа. Далее применяя процедуру замораживания [6,7], заменим соотношения (1) приближенными вида

$$\bar{L}_i^k \bar{U}_k = \frac{(1-v_{0k})}{G_{0k}h_{0k}} \bar{q}_k + \rho_{0k} \frac{(1-v_{0k})}{G_{0k}} \frac{\partial^2 \bar{U}_k}{\partial t^2}. \quad (4)$$

Здесь $\bar{L}_i^k[\phi(t)] = L_{ij}^k(1 - (R_{ij}^k \delta_{ij})^{-1})[\phi(t)]$ δ_{ij} -символы Кронекера, $R_{ij}^k (R_{11}^k = R_{22}^k = R_{33}^k = G_k[\phi(t)])$ -диагональная матрица третьего порядка для гипотезы Кирхгофа-Лява, а для гипотезы Тимошенко- пятого порядка. Система дифференциальных уравнений (4) решается при граничных условиях. Не осесимметрично движение оболочки типа Тимошенко описывается уравнениями (1), и (4) причем в компонентах вектора нагрузок отличен от нуля лишь член [8] $p_{zk} = -\frac{1-v_k}{2G_k h_k} (q_{rk} \mp p_{rk})$. Также движение идеальной сжимаемой жидкости описывается волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2}.$$

где φ - потенциал скоростей жидкости; c_1 - акустическая скорость звука в жидкости; ρ_0 - плотность жидкости. Задача сводится к совместному интегрированию уравнений (1), (4) и (5) при выполнении граничных условий непроницаемости оболочки и жесткой стенки

$$\left. \frac{d\varphi}{dr} \right|_{r=a} = \frac{\partial \varphi}{\partial t}; \quad \left. \frac{d\varphi}{dr} \right|_{r=b} = 0. \quad (6)$$

При этом входящее в (3) давление со стороны жидкости выражается через потенциал скоростей по формуле

$$q_{rk} = -\rho_0 \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{r=a}. \quad (7)$$

Рассматривая установившийся процесс, переходим в уравнениях движения оболочки и жидкости к системе координат.

Методы решения

При рассмотрении устанавливающие процесса применяются преобразование Галилея [9] $\eta = (x - ct)/H$, (8)

где c - скорость движения нагрузки, H -некоторая характерная в рассматриваемой задаче величина, имеющая размерность длины ($H = a$). Применяем преобразование Фурье по η [10]:

$$\varphi^{(0)}(\zeta) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\eta) e^{-i\zeta\eta} d\eta;$$

$$\varphi(\eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^{(0)}(\zeta) \varphi(\eta) e^{i\zeta\eta} d\zeta. \quad (9)$$

Здесь ζ - параметр преобразования Фурье. В пространстве изображения решение преобразованных уравнений ищется в виде рядов Фурье по угловой координате θ . Предполагая, что трансформанты заданной нормальной нагрузки и давления жидкости разложимы в ряды Фурье по θ .

$$\{u_k^{(0)}, w_k^{(0)}, \psi_{xk}^{(0)}, p_{rk}^{(0)}, q_{rk}^{(0)}\} =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \{u_{nk}^{(0)}, w_{nk}^{(0)}, \psi_{xnk}^{(0)}, p_{rnk}^{(0)}, q_{rnk}^{(0)}\} \cos(n\theta);$$

$$\{v_k^{(0)}, \psi_{yk}^{(0)}\} = \sum_{n=1}^{\infty} \{v_{nk}^{(0)}, \psi_{ynk}^{(0)}\} \sin(n\theta), \quad (10)$$

где n -число гармоник по угловой координате.

Подставляя (10) в преобразованные уравнения движения оболочки, получаем систему алгебраических уравнений для коэффициентов Фурье трансформант перемещений срединной поверхности. В этой системе неизвестными являются коэффициенты разложения давления жидкости, которые должны быть выражены через коэффициенты нормального перемещения оболочки. Представляя трансформанту потенциала скоростей в виде (10) и подставляя в преобразованное уравнение (1), приходим к уравнению

$$\frac{\partial^2 \varphi_n^{(0)}}{\partial r_*^2} + \frac{1}{r_*} \frac{\partial \varphi_n^{(0)}}{\partial r_*} - \left[\frac{n^2}{r_*^2} + [1 - M^2] \zeta^2 \right] \varphi_n^{(0)} = 0, \quad (11)$$

где $M = \frac{c}{c_1}$ - число Маха, c_1 - акустическая скорость звука в жидкости. Решение уравнения (11) при дозвуковом режиме движения $c < c_1$ имеет вид [11]:

$$\varphi_n^{(0)} = A_n(\xi) K_n(\beta \xi r_*) + B_n(\xi) I_n(\beta \xi r_*),$$

где $\beta = \sqrt{1 - M^2}$.

Подставляя (11) в (2), (3) находим связь между реакцией жидкости и нормальным перемещением оболочки

$$q_{r,nk}^0 = \rho_0 c^2 k \xi^2 f_k(\xi, n, c) \frac{w_{nk}^0}{h_k}, \quad (12)$$

где для $c < c_1$

$$f_k(\xi, n, c) = \frac{ns_4 - \beta \xi \varepsilon - (ns_2 + \beta \xi \varepsilon s_3) s_5}{(n + \beta \xi s_1)(ns_4 - \beta \xi \varepsilon) - (ns_2 + \beta \xi \varepsilon s_3)(ns_5 - \beta \xi s_6)}; \quad (13)$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

$$s_1 = \frac{I_{n+1}(\beta\xi)}{I_n(\beta\xi)}; s_2 = \frac{I_n(\beta\xi\varepsilon)}{I_n(\beta\xi)};$$

$$s_3 = \frac{I_{n+1}(\beta\xi\varepsilon)}{I_n(\beta\xi)}; s_4 = \frac{I_n(\beta\xi\varepsilon)}{I_{n+1}(\beta\xi\varepsilon)};$$

$$s_5 = \frac{K_n(\beta\xi)}{K_{n+1}(\beta\xi\varepsilon)}; s_6 = \frac{K_{n+1}(\beta\xi\varepsilon)}{K_{n+1}(\beta\xi\varepsilon)},$$

где $\varepsilon = b/a$, $I_{n+1}(\beta\xi)$ и $K_n(\beta\xi)$ - модифицирование функции Бесселя 1-го и 2-го рода, $f_k(\xi, n, c)$ -при $k=1,2$ отличается толка с противоположности знаками.

Если оболочка полностью заполнена жидкостью, то формула (13) принимает вид

$$f_k(\xi, n, c) = \delta_k(n + \beta\xi s_1)^{-1},$$

$$\delta_k = \{k = 1, \delta_1 = 1; k = 2, \delta_1 = -1\}. \quad (14)$$

Подставляя найденную связь (12) в систему алгебраических уравнений для определения коэффициентов разложения трансформант перемещений оболочки, находим

$$\{u_{nk}^{(0)}, v_{nk}^{(0)}, w_{nk}^{(0)}, \psi_{xnk}^{(0)}, \psi_{ynk}^{(0)}\} =$$

$$-\frac{1-v_k}{2G_k k^2} p_{z,nk} \frac{\{\Delta_{1k}, \Delta_{2k}, \Delta_{3k}, \Delta_{4k}, \Delta_{5k}\}}{\Gamma_{E1} \det_n \|a_{kl}\|}, (\bar{k}, l = 1, \dots, 5) \quad (15)$$

Элементы определителей $\det_n \|a_{kl}\|$ вычисляются по формулам

$$a_{11k} = -\left(1 - \frac{1-v_k}{3} c_{0k}^2\right) \xi^2 - \frac{1-v_k}{3} n^2;$$

$$a_{12k} = -a_{21k} = a_{45k} = -a_{54k} = i\xi \frac{1+v_k}{2} n;$$

$$a_{13k} = a_{31k} = i\xi v_k;$$

$$a_{22k} = -\frac{1-v_k}{2} \left(1 - \frac{2}{3} c_{0k}^2\right) \xi^2 - n^2;$$

$$a_{23k} = -\frac{2+(1+v_k)k_{0k}^2}{2} n; \quad (16)$$

$$a_{25k} = k^{-1}; a_{32k} = n;$$

$$a_{33k} = 1 + k_{0k}^2 \frac{1-v_k}{2} (n^2 + \xi^2) - \frac{1-v_k}{3} c_{0k}^2 \xi^2 x$$

$$x \left[1 + \frac{\rho_{0k}^*}{k} f_k(\xi, n, c)\right]$$

$$a_{34k} = -i\xi k_{0k}^2 \frac{1-v_k}{2k}; a_{35k} = -k_{0k}^2 \frac{1-v_k}{2k} \frac{n}{k};$$

$$a_{43k} = 12a_{34k}; a_{44k} = a_{11k} - 6(1-v_k) \frac{k_{0k}^2}{k^2};$$

$$a_{53k} = -12a_{35k}; a_{55k} = a_{22k} - 6(1-v) \frac{k_{0k}^2}{k^2};$$

$$a_{14k} = a_{15k} = a_{24k} = a_{41k} = a_{12k} = a_{51k} = a_{52k} = 0;$$

$$\rho_{0k}^* = \frac{\rho_0}{\rho_k}; c_{0k} = c \frac{3\rho_k}{2G_k}$$

$$\Gamma_{E1} = 1 - \Gamma_{E1}^C(\omega_R) - i\Gamma_{E1}^S(\omega_R),$$

$$\Gamma_E^C(\omega_R) = \int_0^\infty R_E(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau; \Gamma_E^S(\omega_R) =$$

$$= \int_0^\infty R_E(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau$$

где $R_E(\tau)$ - ядро релаксации.

Определители $\Delta_{jk} (j = 1, \dots, 5)$ получаются из $\det_n \|a_{kl}\|$ заменой j -го столбцом с элементами $\{0, 0, 1, 0, 0\}$. Подставляя (15) в формулу

(12), находим коэффициенты Фурье трансформанты давления жидкости

$$q_{r,nk}^0 = -\frac{1-v}{3} \frac{\rho_{0k}^* c_{0k}^2}{k} \xi^2 f_k(\xi, n, c) \frac{\Delta_{3k}}{\Gamma_{E1} \det_n \|a_{kl}\|} p_{r,nk}^0 \quad (17)$$

Для изгибающего момента и поперечной силы в оболочке получаем

$$M_{x,nk}^0 = -\frac{h_k a}{12} p_{r,nk}^0 \frac{i\xi \Delta_{4k} n v_k \Delta_{5k}}{\Gamma_{E1} \det_n \|a_{kl}\|}; \quad (18)$$

$$Q_{x,nk}^0 = -\frac{(1-v_k) k_{0k}^5}{2k} a p_{r,nk}^0 \frac{i\xi \Delta_{4k} n v_k \Delta_{5k}}{\Gamma_{E1} \det_n \|a_{kl}\|}. \quad (19)$$

Теперь рассмотрим примеры. Окончательное решение получается подстановкой (15) - (19) в ряды Фурье и применением обратного преобразования Фурье. В качестве примера рассмотрено, когда жидкость находится между оболочкой радиуса b и соосной жесткой цилиндрической стенкой радиуса a .

Внешних нагрузок принято в виде [12]:

$$p_r(\eta, \theta) = p_2 \exp(a\eta) H(-\eta) \sum_{k=1}^l (\theta - \theta_k), \quad (20)$$

$H(x)$ -функции Хэвисайда. В этом случае

$$p_{r,nk}^0 = \frac{p_2 a_{nk}}{a - i\xi}. \quad (21)$$

Здесь a_n - коэффициенты Фурье функции $\sum_{k=1}^l (\theta - \theta_k)$. Если принять $p_2 = 2\pi p_1 / l$, где p_1 - интенсивность движущихся нагрузки, $q^* = q_r / p_1$

$$w_1^* = \frac{w G_1 \Gamma_{E1}}{p_1 a} -$$

$$\frac{1-v_1}{kl} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_{31} [\cos(\xi\eta) - \xi \sin(\xi\eta)]}{\Gamma_{E1} (a^2 + \xi^2) \det \|a_{kl}\|} d\xi \right\} a_n \cos(n\theta); \quad (22)$$

$$q^* = -\frac{2(1-v) p_{01}^* c_{01}^2}{3kl}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\xi, n, c) \xi^2 \Delta_{31} [\cos(\xi\eta) - \xi \sin(\xi\eta)]}{\Gamma_{E1} (a^2 + \xi^2) \det \|a_{kl}\|} d\xi \right\} \dots$$

$$a_n \cos(n\theta). \quad (23)$$

Аналогично с использованием (22) и (23) можно записать формулы для M_x, Q_x вычисления несобственных интегралов (22) и (23) использоваться следующий алгоритма основанного на методе Ромберга [13, 14].

Алгоритм вычисления

Величина w_1^* и q^* из (22) и (23) вычисляется на ЭВМ следующим образом. Задаются все числовые параметры, необходимые для вычислений.

Для вычисления интеграла (22) под несобственного интегрального функцию обозначается через $\chi_1(r_0, \Omega, t) = \frac{\Delta_{31} [\cos(\xi\eta) - \xi \sin(\xi\eta)]}{(a^2 + \xi^2) \Gamma_{E1} \det \|a_{kl}\|}$. Над этим функции проводится следующие элементарные преобразования

$$\chi_1(r_0, \Omega, t) = (\Delta_1(r_0, \Omega) / \Omega (\Delta_2 \Delta_3 + \Delta_4 \Delta_5)) e^{i\Omega t} \quad (24)$$

можно численно интегрировать, записав ее в виде

$$\chi_1(r_0, \Omega, t) = x_1(r_0, \Omega, t) - i x_2(r_0, \Omega, t). \quad (25)$$

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИНЦ (Russia) = 3.939
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

Падающий импульс w_1^* описывается выражением

$$w_1^*(\Omega, t) = f_1(\Omega, t) - i f_2(\Omega, t),$$

где $f_1(\Omega, t)$, $f_2(\Omega, t)$ - вещественные функции. Используя формулу Эйлера для $\exp(i\Omega t)$, разделив на вещественную и мнимую (25) части, после некоторых преобразований получим

$$w_1^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1(\Omega, t) - i x_2(\Omega, t)] d\Omega \quad (26)$$

Разделив интеграл (16) на два слагаемых

$$w_1^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 [x_1(\Omega, t) - i x_2(\Omega, t)] d\Omega + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} [x_1(\Omega, t) - i x_2(\Omega, t)] d\Omega \quad (27)$$

и заменив в первом интеграле переменную Ω на $-\Omega$, будем иметь

$$w_1^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} [x_1(\Omega, t) - x_1(-\Omega, t)] - i [x_2(\Omega, t) - x_2(-\Omega, t)] d\Omega \quad (28)$$

Поскольку (28) представляет собой обратное преобразование Фурье и в левой части содержит вещественную величину [13], то справедливо соотношение

$$x_1(\Omega, t) = -x_1(-\Omega, t); x_2(\Omega, t) = -x_2(-\Omega, t). \quad (29)$$

Учитывая его, из (29) окончательно получаем

$$w_1^* = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\omega_a}^{\omega_b} [x_1(\Omega, t) + i x_2(\Omega, t)] d\Omega \quad (30)$$

Величину интеграла (30) найдем численно с помощью метода Ромберга [13]. Основной алгоритм этого метода приведен в первой главе. При вычислении интеграла по методу Ромберга приходится многократно вычислять подынтегральную функцию. Обратное преобразование Фурье для некоторого изображения, оригинал которого заранее известен, показало, что при длине шага интегрирования 0,01 погрешность процедуры не превышает 0,3-0,5%.

Для системы без демпфирования предварительно должна быть определена первая резонансная скорость путем построения дисперсионных кривых для различного числа волн в окружном направлении.

Численные результаты.

Расчеты проведены для стальной оболочки, взаимодействующей со слоем воды. При этом принимались следующие значения параметров:

$$k = \sqrt{2/3}, k = 0.005, \epsilon = 0.45, \nu_1 = 0.25, a = 1.0, \rho_0^* = 0.13, c_0 = 0.1, M = 1.66.$$

Табл.1.

l	θ										
	0	$\frac{\pi}{10l}$	$\frac{\pi}{5l}$	$\frac{3\pi}{10l}$	$\frac{2\pi}{5l}$	$\frac{\pi}{2l}$	$\frac{3\pi}{5l}$	$\frac{7\pi}{10l}$	$\frac{4\pi}{5l}$	$\frac{9\pi}{10l}$	$\frac{\pi}{l}$
2	-9.96	-7.64	3.53	-3.43	1.92	-1.63	0.41	0.019	-1.00	1.12	-1.54
4	-6.12	-6.19	-3.04	-0.39	1.29	0.08	-1.47	-0.61	1.21	-0.11	-1.70
6	-4.75	-4.18	-2.91	-1.72	-0.92	-0.31	0.25	0.47	0.04	-0.74	-1.13
8	-2.95	-2.44	-2.74	-1.78	-1.03	-0.59	-0.53	-0.42	-0.21	-0.02	-0.07

В качестве примера вязкоупругого материала примем трех параметрическое ядро релаксации:

$$R_\lambda(t) = R_\mu(t) = A e^{-\beta t} / t^{1-\alpha}, \nu = 0.25, A = 0,048; \beta = 0,05; \alpha = 0,1.$$

Все результаты получено в безразмерных параметрах.

В табл.1. приведено распределение по угловой координате давления жидкости на оболочку q^* в сечении $\eta = 0.5$ для различного числа самоуравновешенных сил.

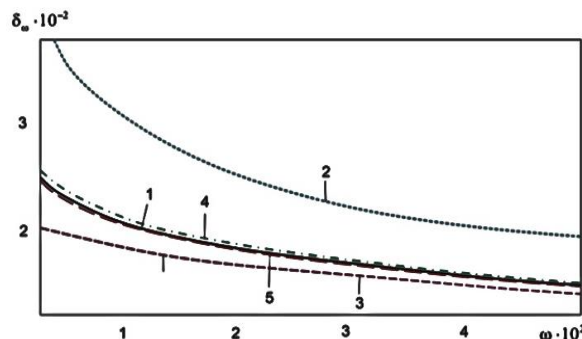


Рисунок 1. Изменение мнимой части радиального перемещения в зависимости от скорости при различных параметрах вязкости. 1. A=0.01, 2. A=0.005, 3. A=0.02, 4. A=0.015. 5. A=0.017

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 3.939
ESJI (KZ) = 9.035
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

Из таблицы видно, что самая бо́льшая давления жидкости является при $\theta = 0^0$. С увеличениями углов $0 \leq \theta \leq \pi/l$ давления движущейся нагрузка, оказывающие на оболочку ущемляется. Изменение мнимой части радиального перемещения в зависимости от скорости, движущейся давления при различных параметритах вязкости приведена на рисунке 1. Видно, что с увеличений скорости перемешенные оболочки экспоненциально снижается.

Заклучение

1. Предложена математическая постановка и методы решение задачи, когда движущая жидкость

с постоянной скоростью находится между вязкоупругой оболочкой и соосной жесткой цилиндрической стенкой.

2. Разработана алгоритма для вычисления несобственных интегралов с высокой точностью.

3. Учет вязкой свойства оболочки на увеличивает перемешении до 12-16%. Перемешенные и силовые фактории оболочки с увеличений скорости жидкости плавно уменьшается.

References:

1. Lychev, S.A. (2004). *Non-stationary vibration of viscoelastic rod* / S.A. Lychev, Y. N. Sayfutdinov // XXXII Summer School - Conference "Advanced problems in mechanics": Book of Abstracts, SPb., June 24-July1, 2004. (p.89). - SPb..
2. Lychev, S.A. (2005). *The dynamical reaction of 3-layered viscoelastic shell* / S. A. Lychev, Y. N. Sayfutdinov // XXXIII Summer School - Conference "Advanced problems in mechanics": Book of Abstracts, SPb., June 24-July 1, 2005. (p.80). SPb..
3. Galiyev, Sh.U. (1988). *Nelineynie volni v ogranichennix sploshnix sredax*. (p.276). Kiyev: Naukova dumka.
4. Nashif, A., Djons, D., & Xenderson, Dj. (1988). *Dempfirovanie kolebaniy*: Per.s angl. (p.448). Moskva.: Mir.
5. Guz', A.N., & Kubenko, V.D. (1982). *Teoriya nestatsionarnoy aerogidrouprugosti obolochek*. (p.399). Kiyev: Naukovadumka.
6. Safarov, I.I., Kulmurov, N.R., Teshae, M.K., & Kuldashov, N.U. (2019). Interaction of No stationary Waves on Cylindrical Body. *Applied Mathematics*, 10, pp.435-447. <http://www.scirp.org/journal/am>
7. Safarov, I.I., Kulmurov, N.R., & Kuldashov, N.U. (2019). Diffraction of Surface Harmonic Viscoelastic Waves on a Multilayer Cylinder with a Liquid. *Applied Mathematics*, 10, pp.468-484. <http://www.scirp.org/journal/am>
8. Safarov, I.I., & Boltaev, Z.I. (2019). Interaction of Harmonic Waves on a Viscoelastic Cylindrical Body. *Advance research Journal of Multidisciplinary Discoveries*, vol. 37, issue 1, pp.1-10. <http://www.journalresearchijf.com>
9. Shmakov, V.P. (2011). *Izbrannie trudi po gidrouprugosti i dinamike uprugix konstruksiy*. (p.287). Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Bauman.
10. Waki, Y., Mace, B.R., & Brennan, M.J. (2009). Free and forced vibrations of a tyre using a wave/finite element approach. *Journal of Sound and Vibration*, 323, 737-756.
11. Sabiniarz, P., & Kropp, W. (2010). A waveguide finite element aided analysis of the wave field on a stationary tyre, not in contact with the ground, *Journal of Sound and Vibration*, 329, 3041-3064.
12. Bazarov, M.B., Safarov, I.I., & Shokin, Yu.M. (1996). *Chislennoye modelirovaniye kolebaniy dissipativno-neodnorodnix i odnorodnix mekhanicheskix sistem*. (p.189). Novosibirsk: Sibirskoye otdeleniye RAN.
13. Safarov, I.I. (1992). *Kolebaniya i volni v dissipativno neodnorodnix sredax i konstruksiyax*. (p.250). Tashkent: Fal.
14. Safarov, I.I., Teshae, M.Kh., & Akhmedov, M.S. (2018). Free Oscillations of a Toroidal Viscoelastic Shell with a Flowing Liquid. *American Journal of Mechanics and Applications*, 6(2): 37-49. <http://www.sciencepublishinggroup.com/ajmadoi>: 10.11648/j.ajma.20180602.11.