

Impact Factor:	ISRA (India) = 6.317	SIS (USA) = 0.912	ICV (Poland) = 6.630
	ISI (Dubai, UAE) = 1.582	ПИИЦ (Russia) = 0.126	PIF (India) = 1.940
	GIF (Australia) = 0.564	ESJI (KZ) = 9.035	IBI (India) = 4.260
	JIF = 1.500	SJIF (Morocco) = 7.184	OAJI (USA) = 0.350

SOI: [1.1/TAS](#) DOI: [10.15863/TAS](#)
International Scientific Journal
Theoretical & Applied Science
 p-ISSN: 2308-4944 (print) e-ISSN: 2409-0085 (online)
 Year: 2021 Issue: 03 Volume: 95
 Published: 30.03.2021 <http://T-Science.org>

QR – Issue



QR – Article



Nozim Muhammadrashitovich Kurbonov

Research institute for development of digital technologies and artificial intelligence
 Senior Researcher of the Laboratory "Modeling of Complex Systems",
 Tashkent, Uzbekistan
nozim_kurbonov@mail.ru

Komila Ahmedovna Ibragimova

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad Al-Khwarizmi
 Senior Lecturer of the Department "Basics of Informatics",
 Tashkent, Uzbekistan
komila.ibragimova@inbox.ru

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROBLEM OF GAS FILTRATION IN POROUS MEDIA BY THE METHOD OF COORDINATE SPLITTING

Abstract: The article presents two-dimensional mathematical model of the gas filtration process in porous media and numerical calculation algorithm for analyzing and predicting this process by the method of coordinate splitting. Based on this numerical algorithm, software has been created and series of computational experiments is presented. An assessment of its efficiency is given in comparison with the calculation algorithm by the method of alternating directions.

Key words: mathematical model, numerical method, filtration, gas, porous medium, well, pressure, porosity, permeability, viscosity.

Language: Russian

Citation: Kurbonov, N. M., & Ibragimova, K. A. (2021). Mathematical modeling of the problem of gas filtration in porous media by the method of coordinate splitting. *ISJ Theoretical & Applied Science*, 03 (95), 395-400.

Soi: <http://s-o-i.org/1.1/TAS-03-95-61> **Doi:**  <https://dx.doi.org/10.15863/TAS.2021.03.95.61>

Scopus ASCC: 2604.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ МЕТОДОМ КООРДИНАТНОГО РАСЩЕПЛЕНИЯ

Аннотация: В статье приведена двухмерная математическая модель процесса фильтрации газа в пористых средах и численный алгоритм расчёта для анализа и прогнозирования этого процесса методом координатного расщепления. На основе данного численного алгоритма создано программное обеспечение и приведена серия вычислительных экспериментов. Дана оценка его эффективности по сравнению с алгоритмом расчёта методом переменных направлений.

Ключевые слова: математическая модель, численный метод, фильтрация, газ, пористая среда, скважина, давления, пористость, проницаемость, вязкость.

Введение

Топливо-энергетический комплекс - один из основных факторов развития в любой стране. Ускоренное развитие этого комплекса остается приоритетным направлением экономической политики в государствах, где активно

разрабатываются и проектируются нефтяные и газовые месторождения.

Возрастающие объемы потребления и расхода топливо-энергетических ресурсов могут быть покрыты не только за счет разработки и проектирования новых нефте- и газовых

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
ПИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 9.035
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

месторождений, но и за счет правильной эксплуатации и эффективного управления, существующих промыслов.

Одним из эффективных методов и средств для исследования, прогнозирования и оперативного управления является математический аппарат: «объект – математическая модель – численный алгоритм – программно-инструментальное средство – принятие решений».

К настоящему времени, по рассматриваемой проблематике многими исследователями в мире получены значительные теоретические и практические результаты.

В исследовании [1] рассматриваются три типа двухуровневых согласованных алгоритмов расщепления для нестационарных уравнений Навье–Стокса. Основная техника состоит в том, чтобы сначала решить нелинейную задачу в подпространстве грубого уровня, а затем решить линейное уравнение в подпространстве мелкого уровня. Авторами делается вывод о том, что двухуровневые методы могут сэкономить время решения задач и число вычислительных операций по сравнению с одноуровневыми методами. Стабильность и сходимость схем показывают, что двухуровневые методы могут достигать оптимальной точности при правильном выборе масштабов грубой и мелкой сетки. Численные примеры показывают, что поправка Стокса является самой простой, поправка Ньютона имеет наилучшую точность, а поправка Озеена предпочтительнее для задач с большим числом Рейнольдса и моделирования в течение длительного времени среди трех методов.

Прикладные проблемы добычи нефти и газа численно исследуются в [2] с использованием математических моделей течения многофазных флюидов в пористых средах. Базовая модель включает уравнения неразрывности и законы Дарси для каждой фазы, а также алгебраическое выражение для суммы насыщений. Авторы выделяют основные свойства задачи о давлении и обсуждают необходимость их выполнения на дискретном уровне. Полученная эллиптическая задача для уравнения давления характеризуется несамосопряженным оператором. Эта задача решается авторами приближенно с помощью итерационных методов. Особое внимание в работе уделяется численным алгоритмам расчета давления на параллельных компьютерах.

Исследование [3] сфокусировано на выводе численной модели фильтрации газа в пористых неоднородных средах на основе метода конечных элементов и с использованием дробных производных по времени. Авторами рассматриваются дробные производные Капуто и Римана-Лиувилля. Проведен численный анализ с

использованием экспериментальных входных данных.

Для управления процессами фильтрации флюидов в пористых средах необходимо многократное решение систем нелинейных уравнений в частных производных, определяющих математические модели объектов управления. А.В.Ахметзяновым в работе [4] для такой задачи предлагаются иерархические многосеточные варианты балансовых и вариационных методов в сочетании с методами декомпозиции области, расщепления по физическим процессам и пространственным координатам. Автором рассматриваются модели однофазной фильтрации газа при разработке газовых месторождений и двухфазной фильтрации нефти и воды на нефтяных месторождениях. Изложенный материал показывает универсальность предлагаемых результатов. Благодаря многоуровневому разбиению и расщеплению начально-краевой задачи для уравнений модели можно строить эффективные параллельные алгоритмы решения для реализации на многопроцессорных вычислительных системах.

Д.Р.Гильмиевым [5] решается задача о притоке жидкости к скважине, пересеченной трещиной гидравлического разрыва пласта (ГРП). Исследованы процессы совместного движения жидкости в системе пласт-трещина-скважина. Автором реализована численная двухсеточная модель, учитывающая фильтрацию при наличии трещин ГРП, рассчитан секторный участок реального месторождения с адресной программой ГРП. Особое внимание уделяется построению «расщепленной» физико-математической модели движения жидкости в системе пласт-трещина-скважина. Суть предложенного метода решения поставленной задачи заключается в разделении ее на две: внешнюю, описывающую движение флюидов в пласте и приток к трещине, и внутреннюю, описывающую движение жидкости в трещине. Для получения общего решения необходимо каждую из задач решать на двух взаимно независимых разностных сетках.

А.И.Пономарев и К.Р.Зарипова [6] представили постановки задач о плоском радиальном притоке газа к скважине с учетом температуры пласта. Построены разностные схемы дифференциальных уравнений и соответствующих начальных и граничных условий. Авторами решена задача неизотермической фильтрации газа в нескольких постановках, выполнен анализ полученных решений для давления и температуры пласта, осуществлено сравнение расчетных значений характеристик процесса фильтрации газа (температуры и давления) с их опытными значениями для газовой скважины

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJI (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

существующего месторождения Западной Сибири. Выявлено, что после 10 часов работы скважины давление на забое практически стабилизируется, а температура продолжает снижаться и по истечении ста суток работы. За сто суток работы скважины температура на забое уменьшается на 4°C, при этом за первые сутки она уменьшается на 2°C, а последующее уменьшение на 2°C растягивается на 99 суток.

С.Д.Алгазиным [7] описывается методика численного решения уравнения однофазной нестационарной фильтрации газа в пористой среде. Проводится линеаризация классического уравнения Лейбензона. Для решения полученного линейного уравнения построен эффективный численный алгоритм без насыщения по пространственным переменным и времени.

Постановка задачи.

Для решения указанных выше проблем рассмотрим уравнение неразрывности для области G , не включая скважины:

$$\frac{\partial}{\partial x}(v_x \rho) + \frac{\partial}{\partial y}(v_y \rho) = -\frac{\partial}{\partial t}(\rho m), \quad (1)$$

и в особых узлах, где скважина

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(v_x \rho) + \frac{\partial}{\partial y}(v_y \rho) = \\ = -\frac{\partial}{\partial t}(m\rho) - Q \frac{\rho P_{at}}{P b \Delta x \Delta y}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь Q – объемный расход (при атмосферном давлении) на скважинах, $Q\rho$ – массовый расход; P – давление; P_{at} – атмосферное давление; ρ – плотность; b – мощность пласта; $\Delta x, \Delta y$ – шаги по координатам x и y соответственно; m – пористость пласта;

$$v_x = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v_y = -\frac{K}{\mu} \frac{\partial P}{\partial y}, \quad (3)$$

где K, μ – соответственно коэффициенты проницаемости и вязкости газа.

Подставляя соотношение (3) в (2) и учитывая переменность мощности пласта, получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{K}{\mu} b \rho \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{K}{\mu} b \rho \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial t} (m\rho) \tilde{b} - Q \frac{\rho P_{at}}{P \Delta x \Delta y} \delta(x, y), \end{aligned} \quad (4)$$

где \tilde{b} – среднее значение мощности в квадрате,

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{при } (x, y) \in \gamma_v \\ 0 & \text{при } (x, y) \notin \gamma_v \end{cases},$$

где γ_v – множество точек области G , в которых могут присутствовать скважины.

Примем, что газ идеальный и $\rho = const \cdot P$.

Тогда получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{K}{\mu} b P \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{K}{\mu} b P \frac{\partial P}{\partial y} \right) = \\ = \tilde{b} \frac{\partial}{\partial t} (mP) - \delta(x, y) \frac{Q P_{at}}{\Delta x \Delta y}. \end{aligned} \quad (5)$$

Если в уравнении (5) все коэффициенты будут постоянными, т.е. $K = const$, $\mu = const$,

$b = const$, $m = const$, то получаем известное

уравнение Лейбензона:

$$\frac{\partial^2 P^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^2}{\partial y^2} = \frac{2m\mu}{K} \frac{\partial P}{\partial t} - \frac{Q P_{at}}{\Delta x \Delta y} \frac{2\mu}{bK} \delta(x, y). \quad (6)$$

Таким образом, получено уравнение, описывающее движение газа в пористых средах.

Для проведения численных экспериментов на ЭВМ используем соотношения

$$x = x^* L; \quad y = y^* L; \quad P = P^* P_n;$$

$$Q^* = \frac{2\mu P_{at}}{bK P_n^2} Q; \quad \Delta t^* = \frac{K P_n}{2m\mu L^2} \Delta t,$$

тогда, опуская знак «звездочка», уравнение (6) приводим к безразмерному виду:

$$\frac{\partial^2 P^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P^2}{\partial y^2} = \frac{1}{2P} \frac{\partial P^2}{\partial t} - \delta(x, y) Q \frac{1}{\Delta x \Delta y}. \quad (7)$$

К уравнению (7) добавляем начальное, граничное и внутреннее условия:

$$P(x, y, t)|_{t=0} = P_n, \quad (x, y) \in G; \quad (8)$$

$$\left. \frac{\partial P}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0; \quad \iint_{\Gamma} \frac{K}{\mu} b \frac{\partial P}{\partial n} ds = C_1 Q_v. \quad (9)$$

Здесь $Q_v = Q$, C_1 – некоторая постоянная величина для приведения в размерность; Γ – граница области G .

Метод решения и обсуждение результатов.

Для решения задачи (7)-(9) предлагается эффективный численный алгоритм [8-16]. Одним из основных методов, который позволяет определить закономерности изменения фильтрационных переменных, является аппроксимация дифференциальных операторов уравнения методом физического расщепления. Данный метод позволяет эффективно реализовать его на ЭВМ и дает возможность всестороннего исследования объекта и воздействия на него через совокупность внешних и внутренних возмущений.

Таким образом, для решения задачи (7)-(9) вводим равномерную сетку по x и y [8-16]:

$$\omega_{h_x, h_y} = \left\{ \begin{aligned} x_i &= i \cdot \Delta x, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N_x, \quad \Delta x = \frac{L_x}{N_x}; \\ y_j &= j \cdot \Delta y, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N_y, \quad \Delta y = \frac{L_y}{N_y}; \end{aligned} \right\}$$

$$\omega_{\tau_k} = \left\{ t_k = k \cdot \Delta t, k = 0, 1, 2, \dots, N_t, \Delta t = \frac{T_{\max}}{N_t} \right\}.$$

Для решения поставленного уравнения (7) с условиями (8) и (9) и учитывая физические свойства процесса, разделим ее на две задачи:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 P_1^2}{\partial x^2} &= \frac{1}{2P_1} \frac{\partial P_1^2}{\partial t} - \frac{1}{2} \delta(x, y) Q \frac{1}{\Delta x \Delta y}, \\ P_1(x, y, t_k) &= P_2(x, y, t_k), \\ \frac{\partial P_1}{\partial n} \Big|_{\Gamma} &= 0; \quad \int_{\Gamma} \frac{K}{\mu} b \frac{\partial P_1}{\partial n} ds = C_1 Q_v, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где начальное время расчета $P_1(x, y, t_k)$ равно $P_u(x, y, t)$.

$P_2(x, y, t_k)$ по времени определяется на следующих этапах решения задачи (11). Решая данную задачу, находим $P_1^{k+1} = P_1(x, y, t_{k+1})$.

Решим вторую задачу на промежутке этого времени:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 P_2^2}{\partial y^2} &= \frac{1}{2P_2} \frac{\partial P_2^2}{\partial t} - \frac{1}{2} \delta(x, y) Q \frac{1}{\Delta x \Delta y}, \\ P_2(x, y, t_k) &= P_1(x, y, t_{k+1}), \\ \frac{\partial P_2}{\partial n} \Big|_{\Gamma} &= 0; \quad \int_{\Gamma} \frac{K}{\mu} b \frac{\partial P_2}{\partial n} ds = C_1 Q_v. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Полученное решение $P_2^{k+1} = P_2(x, y, t_{k+1})$ будет решением задачи (7)-(9).

Заменяем в задачах (10) и (11) дифференциальные операторы на конечно-разностные, используя схему продольно-поперечного направления по направлениям Ox и Oy . Таким образом, для задачи (10) получаем уравнение

$$\begin{aligned} &\frac{P_{1,i+1}^{2(k+0,5)} - 2P_{1,i}^{2(k+0,5)} + P_{1,i-1}^{2(k+0,5)}}{\Delta x^2} = \\ &= \frac{1}{2\tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} \frac{P_{1,i}^{2(k+0,5)} - P_{1,i}^{2(k)}}{\Delta t} - \\ &\quad - \frac{1}{2} Q \delta_{i,j} \frac{1}{\Delta x \Delta y}. \end{aligned} \quad (12)$$

Группируем члены в уравнении (12):

$$\begin{aligned} &P_{1,i+1}^{2(k+0,5)} - \left(2 + \frac{\Delta x^2}{2\tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} \right) P_{1,i}^{2(k+0,5)} + P_{1,i-1}^{2(k+0,5)} = \\ &= - \frac{\Delta x^2}{2\Delta t \tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} P_{1,i}^{2(k)} - \frac{1}{2} Q_v \delta_{i,j} \frac{1}{\Delta x \Delta y}. \end{aligned} \quad (13)$$

Полученное нелинейное уравнение приводим к линейному виду, используя отношение $P_{1,i}^2 = 2P_{1,i}^{(s)} P_{1,i} - P_{1,i}^{2(s)}$:

$$\begin{aligned} &2P_{1,i+1}^{(s)} P_{1,i+1} - P_{1,i+1}^{2(s)} - \\ &- \left(2 + \frac{\Delta x^2}{2\tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} \right) (2P_{1,i}^{(s)} P_{1,i} - P_{1,i}^{2(s)}) + \\ &+ 2P_{1,i-1}^{(s)} P_{1,i-1} - P_{1,i-1}^{2(s)} = F_i, \end{aligned} \quad (14)$$

или

$$\begin{aligned} &\xi_1 P_{1,i+1} - \left(2 + \frac{\Delta x^2}{2\tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} \right) \xi_2 P_{1,i} + \\ &+ \xi_3 P_{1,i-1} = F_i + P_{1,i+1}^{2(s)} + \\ &+ \left(2 + \frac{\Delta x^2}{2\tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} \right) P_{1,i}^{2(s)} + P_{1,i-1}^{2(s)}. \end{aligned} \quad (15)$$

здесь $\xi_1 = 2P_{1,i+1}^{(s)}$; $\xi_2 = 2P_{1,i}^{(s)}$; $\xi_3 = 2P_{1,i-1}^{(s)}$;

$$F_i = \frac{\Delta x^2}{2\Delta t \tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} P_{1,i}^{2(k)} - \frac{1}{2} Q_v \delta_{i,j} \frac{1}{\Delta x \Delta y},$$

s – количество итераций (повторений).

Уравнение (13) в общем виде запишем так:

$$a_i P_{1,i+1} - b_i P_{1,i} + c_i P_{1,i-1} = d_i, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} &a_i = \xi_1; \quad b_i = \xi_2 \left(2 + \frac{\Delta x^2}{2\tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} \right); \quad c_i = \xi_3; \\ &d_i = F_i + P_{1,i+1}^{2(s)} + \left(2 + \frac{\Delta x^2}{2\tilde{P}_{1,i}^{(k+0,5)}} \right) P_{1,i}^{2(s)} + P_{1,i-1}^{2(s)}. \end{aligned}$$

Для $x = 0$ - первого условия уравнения (9) - граничное условие заменяем аппроксимацией 2-го порядка точности:

$$\frac{3P_{1,2} - 4P_{1,1} + P_{1,0}}{2\Delta x} = 0.$$

Из этого уравнения определяются коэффициенты прогонки α_0 и β_0 :

$$\alpha_0 = \frac{(G_2 a_1 - G_3 b_1)}{(G_1 a_1 - G_3 c_1)};$$

$$\beta_0 = \frac{G_3 d_1}{a_1 (G_1 a_1 - G_3 c_1)} + \frac{F_1}{(G_1 a_1 - G_3 c_1)}.$$

Здесь

$$G_1 = 6P_{1,0}^{(s)}; \quad G_2 = 8P_{1,1}^{(s)}; \quad G_3 = 2P_{1,2}^{(s)};$$

$$F_1 = 3P_{1,0}^{2(s)} - 4P_{1,1}^{2(s)} + P_{1,2}^{2(s)}.$$

Запишем в первое условие (9) $x = L$:

$$\frac{P_{1,N} - P_{1,N-2} - 0,5(P_{1,N} - 2P_{1,N-1} + P_{1,N-2})}{2\Delta x} = 0.$$

Из этого уравнения находим $P_{1,N}$:

$$P_{1,N} = \frac{(\bar{G}_2 - \bar{G}_3 \alpha_{N-2}) \beta_{N-1} + \bar{G}_3 \beta_{N-2} + \bar{F}_N}{(\bar{G}_1 - (\bar{G}_2 - \bar{G}_3 \alpha_{N-2}) \alpha_{N-1})},$$

где

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
 ISI (Dubai, UAE) = 1.582
 GIF (Australia) = 0.564
 JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
 ПИИЦ (Russia) = 0.126
 ESJ (KZ) = 9.035
 SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
 PIF (India) = 1.940
 IBI (India) = 4.260
 OAJI (USA) = 0.350

$$\bar{G}_1 = 6P_{1,N}^{(s)}; \bar{G}_2 = 8P_{1,N-1}^{(s)}; \bar{G}_3 = 2P_{1,N-2}^{(s)};$$

$$\bar{F}_N = 3P_{1,N}^{2(s)} - 4P_{1,N-1}^{2(s)} + P_{1,N-2}^{2(s)}.$$

Применяя такой же метод к уравнению (11), получаем следующее алгебраическое уравнение:

$$\bar{a}_j P_{2,j+1} - \bar{b}_j P_{2,j} + \bar{c}_j P_{2,j-1} = \bar{d}_j, \quad (17)$$

где

$$\bar{a}_j = \xi_4; \bar{b}_j = \xi_5 \left(2 + \frac{\Delta y^2}{2\bar{P}_{2,j}^{(k+1)}} \right); \bar{c}_j = \xi_6;$$

$$\bar{d}_j = F_j + P_{2,j+1}^{2(s)} + \left(2 + \frac{\Delta y^2}{2\bar{P}_{2,j}^{(k+1)}} \right) P_{2,j}^{2(s)} + P_{2,j-1}^{2(s)}.$$

$$\xi_4 = 2P_{2,j+1}^{(s)}; \xi_5 = 2P_{2,j}^{(s)}; \xi_6 = 2P_{2,j-1}^{(s)};$$

$$F_j = \frac{\Delta y^2}{2\Delta t \bar{P}_{2,j}^{(k+1)}} \bar{P}_{2,i}^{2(k+0,5)} - \frac{1}{2} Q_v \delta_{i,j} \frac{1}{\Delta x \Delta y}.$$

Используя граничные условия уравнения (13), определяем коэффициенты прогонки α_0 и β_0 и границу $P_{2,j}$:

$$\bar{\alpha}_0 = \frac{(G'_2 \bar{a}_1 - G'_3 \bar{b}_1)}{(G'_1 \bar{a}_1 - G'_3 \bar{c}_1)};$$

$$\bar{\beta}_0 = \frac{G'_3 \bar{d}_1}{\bar{a}_1 (G'_1 \bar{a}_1 - G'_3 \bar{c}_1)} + \frac{\bar{F}_2}{(G'_1 \bar{a}_1 - G'_3 \bar{c}_1)};$$

$$G'_1 = 6P_{2,0}^{(s)}; G'_2 = 8P_{2,1}^{(s)}; G'_3 = 2P_{2,2}^{(s)};$$

$$\bar{F}_2 = 3P_{2,0}^{2(s)} - 4P_{2,1}^{2(s)} + P_{2,2}^{2(s)};$$

$$P_{2,j} = \frac{(\hat{G}_2 - \hat{G}_3 \bar{\alpha}_{j-2}) \bar{\beta}_{j-1} + \hat{G}_3 \bar{\beta}_{j-2} + \hat{F}_j}{(\hat{G}_1 - (\hat{G}_2 - \hat{G}_3 \bar{\alpha}_{j-2}) \bar{\alpha}_{j-1})};$$

$$\hat{G}_1 = 6P_{2,j}^{(s)}; \hat{G}_2 = 8P_{2,j-1}^{(s)}; \hat{G}_3 = 2P_{2,j-2}^{(s)};$$

$$\hat{F}_j = 3P_{2,j}^{2(s)} - 4P_{2,j-1}^{2(s)} + P_{2,j-2}^{2(s)}.$$

Решая уравнения (16) и (17) методом прогонки, можно определить искомые параметры объекта, а также приемлемые изменения диапазона по фазовым переменным.

На основе изложенного алгоритма составлен программный комплекс на языке «Delphi» и проведена серия вычислительных экспериментов на ЭВМ для различных условий. По этим результатам составлена карта изобары по годам при произвольной области фильтрации (рис. 2 и 4) и сравнена с рис. 1 и 3 и полученными результатами на основании метода переменных направлений.

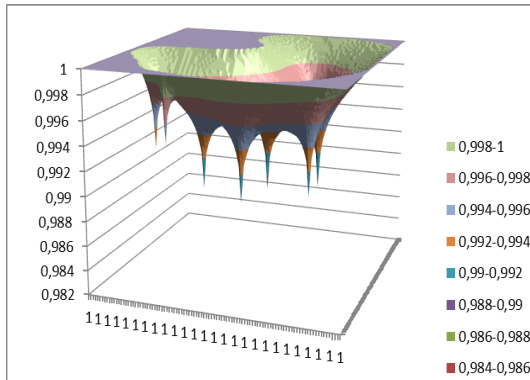


Рис. 1. Изменение области фильтрации по времени с применением метода переменных направлений ($k = 0.4$ Дарси, $t = 1825$ сут.)

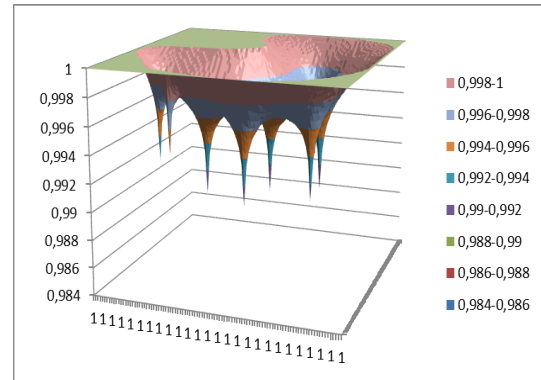


Рис. 2. Изменение области фильтрации по времени с применением метода физического расщепления ($k = 0.4$ Дарси, $t = 1825$ сут.)

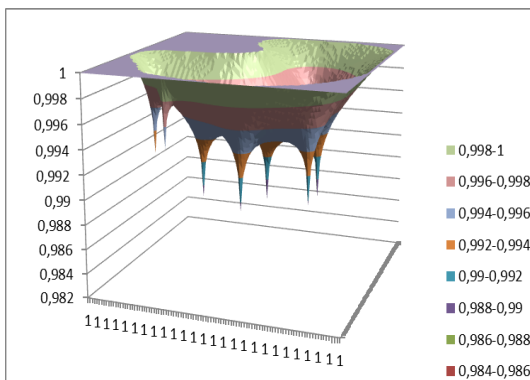


Рис. 3. Изменение области фильтрации по времени с применением метода переменных направлений ($k = 0.4$ Дарси, $t = 3650$ сут.)

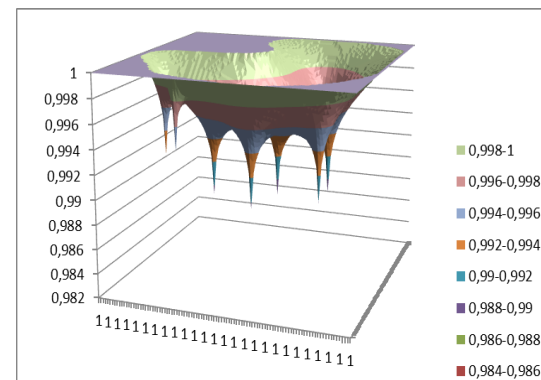


Рис. 4. Изменение области фильтрации по времени с применением метода физического расщепления ($k = 0.4$ Дарси, $t = 3650$ сут.)

Impact Factor:

ISRA (India) = 6.317
ISI (Dubai, UAE) = 1.582
GIF (Australia) = 0.564
JIF = 1.500

SIS (USA) = 0.912
РИИЦ (Russia) = 0.126
ESJI (KZ) = 9.035
SJIF (Morocco) = 7.184

ICV (Poland) = 6.630
PIF (India) = 1.940
IBI (India) = 4.260
OAJI (USA) = 0.350

Разница между полученными результатами двух методов очень мала. Но при применении метода физического расщепления число массивов уменьшается и время расчета сокращается на 25%. Данный положительный эффект служит основанием для широкого применения метода физического расщепления при решении трехмерных задач фильтрации.

Полученные результаты в виде математического и программного обеспечения можно использовать при проектировании и уточнении проектных решений газовых месторождений, прогнозировании процесса добычи.

References:

1. Liu, Q., Hou, Y., Wang, Z., & Zhao, J. (2016). Two-level consistent splitting methods based on three corrections for the time-dependent Navier–Stokes equations. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 80: 429–450. doi: 10.1002/flid.4087.
2. Vabishchevich, P., & Vasilyeva, M. (2011). “Iterative methods for solving the pressure problem at multiphase filtration.” arXiv.Org, pp. 1-15. Retrieved from <https://arxiv.org/pdf/1107.5479.pdf>.
3. Lopuh, N. B., & Pyanylo, Ya. D. (2014). Numerical Analysis of models with fractional derivatives for gas filtration in porous media. *Coupled Systems and Multiscale Dynamics*, June 2014, vol. 2, № 1, pp. 15-19 (5).
4. Ahmetzjanov, A.V. (2008). Vychislitel`nye aspekty upravlenija processami fil`tracii zhidkostej i gazov v poristyh sredah. *Avtomatika i telemehnika*, Moskva, № 1, pp. 3-15.
5. Gil`miey, D.R. (2013). Gidrodinamicheskaja model` fil`tracii zhidkosti v plaste pri nalichii treshhin gidrorazryva. *Neftjanoe hozjajstvo*, Moskva, № 7, pp. 108-110.
6. Ponomarev, A.I., & Zaripova, K.R. (2013). Chislennoe modelirovanie neizotermichekoj nestacionarnoj fil`tracii gaza dlja razlichnyh postanovok zadachi. *Jelektronnyj nauchnyj zhurnal «Neftegazovoe delo»*, Ufa, pp. 228-262.
7. Algazin, S.D. (2011). Chislennoe issledovanie odnofaznoj fil`tracii gaza v poristoj srede. *Prikladnaja mehanika i tehniceskaja fizika*, Novosibirsk, T.52, № 4 (308), pp. 136-146.
8. Sadullaev, R., Ravshanov, N., & Kurbonov, N.M. (2011). Matematicheskaja model` i chislennyj algoritm fil`tracii gaza v poristyh sredah. *Vestnik Tashkentskogo gosudarstvennogo tehniceskogo universiteta*, Tashkent, № 3-4, pp. 3-8.
9. Ravshanov, N., Mamatov, N., Kurbonov, N., & Akhmedov, D. (2013). Parallel computing algorithm for solving the problem of mass transfer in porous medium. *European Applied Sciences*, № 3, pp. 40-42.
10. Kurbonov, N. M. (2013). A numerical algorithm for solving the gas filtration in porous media by physical splitting. *Uzbek journal of the Problems of Informatics and Energetics*, Tashkent, № 1-2, pp. 26-31.
11. Ravshanov, N., & Kurbonov, N.M. (2016). Computational experiment for analysis of main parameters of the gas filtration process in porous medium. *American Journal of Mathematical and Computational Sciences*, № 1(1), pp. 29-36.
12. Kurbonov, N.M., & Ibragimova, K.A. (2019). Parallel computational algorithm for solving gas filtration problems in porous media. *International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology*, Vol. 6, Issue 12, pp. 12129-12134.
13. Kurbonov, N.M. (2018). Komp`uternaja model` dlja issledovaniya processa fil`tracii gaza v poristyh sredah. *Zhurnal Problema informatiki i jenergetiki*, Tashkent, № 3, pp.20-29.
14. Ravshanov, N., Kurbonov, N., & Mukhamadiev, A. (2016). An Approximate Analytical Solution of the Problem of Fluid Filtration in the Multilayer Porous Medium. *International Journal of Computational Methods*, Vol. 13, № 6, 1650042 [10 pages].
15. Kurbonov, N., & Aminov, S. (2020). Computer modeling of filtration processes with piston extrusion. *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1441, pp. 012147.
16. Kurbonov, N., & Ibragimova, K. (2020). Numerical Modeling of the Filtration Process During Oil Displacement by Gas. *International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering*, Vol. 9, Issue 5, pp. 8526-8532.